

应用贝叶斯估计求解网络部件的 MTBF 和 MTTR

高会生, 赵建立

(华北电力大学电气与电子工程学院, 河北 保定 071003)

摘要: 在计算网络的有效性时, MTBF 和 MTTR 值是非常重要的参数, 针对目前 MTBF 和 MTTR 的值主要是由设备厂商提供的, 并且获得这些参数时有一定的困难, 提出应用贝叶斯估计对网络部件的 MTBF 和 MTTR 进行求解, 依据 MTBF 和 MTTR 的先验分布, 利用贝叶斯公式求出它们的后验分布, 然后利用贝叶斯估计得到 MTBF 和 MTTR 的估计值, 在现场运用中更加实际。最后的实例根据实际现场中的运行数据, 对通信电源的 MTBF 和 MTTR 进行了贝叶斯估计, 并对经典估计和贝叶斯估计的误差进行了分析。

关键词: 贝叶斯估计; 极大似然估计; MTBF; MTTR; 误差分析

Solution of network component's MTBF and MTTR by Bayes estimate

GAO Hui-sheng, ZHAO Jian-li

((Electrical and Electronics Engineering College, North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

Abstract: When computing the availability of network, MTBF and MTTR are very important parameter. Presently, MTBF and MTTR are offered by the equipment manufacturer, and acquiring these parameter is difficult. Solution of component's MTBF and MTTR by Bayes estimate is proposed in this paper. Based on the prior distribution of MTBF and MTTR, using the Bayes formula to acquire their posterior distribution, consequent, the value of MTBF and MTTR is acquired by Bayes estimation, and it is more actual in the field. Based on the actual data in the field, the MTBF and MTTR of communication power supply are computed by Bayes estimation, and the error between classical estimation and Bayes estimation is analyzed.

Key words: Bayes estimation; maximum likelihood estimation; MTBF; MTTR; error analysis

中图分类号: TM711

文献标识码: A

文章编号: 1003-4897(2007)17-0062-03

0 引言

随着网络规模的不断扩大, 网络的有效性逐渐受到人们的重视, 而在计算网络的有效性时, MTBF 和 MTTR 值是其中重要的参数。目前, MTBF 和 MTTR 大多数是由设备厂商提供, 在多数情况下这些值的获得有一定的困难。并且系统的 MTBF 和 MTTR 值并不是从出厂就一直不变, 它们的值会随着设备的损耗而变化。基于上述原因, 本文提出了应用贝叶斯估计对部件的 MTBF 和 MTTR 进行求解。依据 MTBF 和 MTTR 先验分布, 再利用贝叶斯公式计算出后验分布, 最后对 MTBF 和 MTTR 值的估计可选用后验分布的某个特征量, 这种方法的好处就是突破了在计算系统的有效性时 MTBF 和 MTTR 值的不变性, 而是利用现场中的故障分析记录重新对这些值进行求解, 其方法具有科学性。

1 贝叶斯估计概况^[1]

统计学中有两个主要学派: 频率学派和贝叶斯

学派。基于总体信息、样本信息和先验信息进行的统计推断称为贝叶斯统计学。它与经典统计学的主要差别在于是否利用先验信息。贝叶斯统计起源于英国学者贝叶斯死后发表的一篇论文《论有关机遇问题的求解》。在此论文中他提出了著名的贝叶斯公式和一种归纳推理方法, 随后拉普拉斯等人用贝叶斯提出的方法导出一些有意义的结果, 之后虽有一些研究和应用, 但由于其理论尚不完整, 应用中又出现一些问题, 致使贝叶斯方法长期未被普遍接受。直到二次大战后, 瓦尔德提出统计决策函数论后又引起很多人对贝叶斯方法研究的兴趣。另外在以后的一段时间里贝叶斯统计在工业、经济、管理等领域内获得一批无可非议的成功应用。如今贝叶斯统计已趋于成熟, 贝叶斯学派已发展成为一个有影响的统计学派, 开始打破了经典统计学一统天下的局面。

2 MTBF 和 MTTR 的后验分布

这里首先对 λ 和 μ 进行贝叶斯估计。它们和

MTBF、MTTR 的关系为 $MTBF = \frac{1}{\lambda}$,

$MTTR = \frac{1}{\mu}$ 。经过大量的实验和历史经验,人们

已经证明了 λ 和 μ 是服从 Γ 分布的,这里取失效率 λ 和维修率 μ 在 Γ 分布族中有独立的先验分布:

$$f(\lambda) = \frac{\beta_1^{\alpha_1}}{\Gamma(\alpha_1)} \lambda^{\alpha_1-1} e^{-\lambda\beta_1} \quad \lambda > 0 \quad (1)$$

$$f(\mu) = \frac{\beta_2^{\alpha_2}}{\Gamma(\alpha_2)} \mu^{\alpha_2-1} e^{-\mu\beta_2} \quad \mu > 0 \quad (2)$$

其中: α_1, β_1 分别为 λ 的形状参数和尺度参数, α_2, β_2 分别为 μ 的形状参数和尺度参数。

文献[2]已经计算出了失效率 λ 和维修率 μ 的后验分布,分别为:

$$f(\lambda|x) = \frac{f(x,\lambda)}{\int f(x,\lambda)d\lambda} = \frac{1}{\Gamma(m+\alpha_1)} (x_r + \beta_1)^{m+\alpha_1} \lambda^{m+\alpha_1-1} e^{-\lambda(x_r + \beta_1)} \quad (3)$$

它服从 $\Gamma\{m+\alpha_1, x_r + \beta_1\}$ 。

同理可以得出:

$$f(\mu|Y) = \frac{1}{\Gamma(n+\alpha_2)} (y_r + \beta_2)^{n+\alpha_2} \mu^{n+\alpha_2-1} e^{-\mu(y_r + \beta_2)} \quad (4)$$

它服从 $\Gamma\{n+\alpha_2, y_r + \beta_2\}$ 。

其中: m 表示运行时间的抽样数, n 表示中断时间的抽样数; x_r 为运行时间的抽样总时间, y_r 为中断时间的抽样总时间。

3 MTBF 和 MTTR 的贝叶斯估计

在对 MTBF 和 MTTR 进行贝叶斯估计之前首先给出它们的极大似然估计。依据极大似然估计原理可以求出 λ 和 μ 的估计值为:

$$\lambda = \frac{m}{x_r}, \quad \mu = \frac{n}{y_r} \quad (5)$$

下面分别求失效率和维修率的后验期望估计和最大后验估计。失效率 λ 和维修率 μ 的后验期望估计分别为:

$$E[f(\lambda|x)] = \frac{m+\alpha_1}{x_r + \beta_1} \quad (6)$$

$$E[f(\mu|Y)] = \frac{n+\alpha_2}{y_r + \beta_2} \quad (7)$$

部件的 MTBF 和 MTTR 分别为:

$$MTBF = \frac{x_r + \beta_1}{m + \alpha_1} \quad MTTR = \frac{y_r + \beta_2}{n + \alpha_2} \quad (8)$$

对失效率 λ 的后验分布求导并令其等于零得:

$$\frac{df(\lambda|x)}{d\lambda} = \frac{1}{\Gamma(m+\alpha_1)} (x_r + \beta_1)^{m+\alpha_1} \times [(m+\alpha_1-1)\lambda^{m+\alpha_1-2} e^{-\lambda(x_r + \beta_1)} - \lambda^{m+\alpha_1-1} (x_r + \beta_1) e^{-\lambda(x_r + \beta_1)}] = 0$$

$$\lambda = \frac{m + \alpha_1 - 1}{x_r + \beta_1} \quad (9)$$

此 λ 即为失效率的最大后验估计。

同理可以求出维修率 μ 的最大后验估计为:

$$\mu = \frac{n + \alpha_2 - 1}{y_r + \beta_2} \quad (10)$$

部件的 MTBF 为:

$$MTBF = \frac{1}{\lambda} = \frac{x_r + \beta_1}{m + \alpha_1 - 1} \quad (11)$$

MTTR 为:

$$MTTR = \frac{1}{\mu} = \frac{y_r + \beta_2}{n + \alpha_2 - 1} \quad (12)$$

4 实例验证

通信网中的供电系统是通信设备的核心,具有极其重要的作用,下面我们针对山西电网通信电路中电源,依据极大似然估计和贝叶斯估计求出它们的 MTBF 和 MTTR,并对两种估计方法的精度和误差进行比较和分析。表 1 摘自近五年山西电网通信电源故障记录。

表 1 电源的故障记录

Tab.1 Fault record of power supply

电路名称	故障现象	中断时间/min	故障单位
环网微波	电路中断	620	临汾
环网微波	电路中断	238	晋城
漳寺保护	保护告警	155	晋城
弓家沟电源	电路中断	115	晋中

根据极大似然估计可以计算出电源的 MTBF 为 10 945 h, MTTR 为 4.7 h, 其中 $x_r=43 781$ h, $y_r = 18.8$ h。

下面根据贝叶斯估计求电源的 MTBF 和 MTTR, 这里我们只计算 MTBF 和 MTTR 的最大后验估计值, 依据失效率和维修率的先验概率分布, 取它们的形状参数和尺度参数分别为 $\alpha_1=0.02$;

$\beta_1=1$; $\alpha_2=1.5$; $\beta_2=0.5$ 。定义相对误差为

$$\frac{|MTBF - \hat{MTBF}|}{MTBF}, \frac{|MTTR - \hat{MTTR}|}{MTTR}, \text{其中 } \hat{MTBF}$$

为 MTBF 的估计值, \hat{MTTR} 为 MTTR 的估计值。则电源 MTBF 和 MTTR 的极大似然估计和贝叶斯估计值及相对误差如表 2 所示。根据大量资料表明, 通信电源的 MTBF 为 10 000 h, MTTR 为 4 h。

表 2 电源的 MTBF 和 MTTR 估计值及误差

Tab.2 MTBF, MTTR estimate value of power supply and error

参数	极大似然方法		贝叶斯方法	
	估计/h	误差/(%)	估计/h	误差/(%)
MTBF	10 945	9.45	10 891	8.91
MTTR	4.7	17.5	3.5	12.5

从表 2 中我们可以看出, 应用贝叶斯估计方法得到的结果比较合理, 而且比极大似然估计方法的结果误差更小。以上例子只是针对通信电源来验证贝叶斯估计方法的正确性, 实际上应用贝叶斯估计方法求解其它部件 MTBF 和 MTTR 的值也实用。

5 结论

贝叶斯统计与经典统计学相比, 其优势已经充分显露。本文提出了应用贝叶斯估计对部件的 MTBF 和 MTTR 的求解方法, 详细地论述了求解过程, 并通过具体的实实验证了该方法的正确性, 该方法改变了以往对 MTBF 和 MTTR 的获得主要是从设备厂商得到的局限性, 而是利用贝叶斯估计对 MTBF 和 MTTR 的后验分布的某个特征量进行估

计, 得出现场中具体设备的准确值, 其得到的结果更加真实、科学、可靠。

参考文献

- [1] 茆诗松. 贝叶斯统计[M]. 北京:中国统计出版社, 1999. MAO Shi-song. Bayes Statistics[M]. Beijing:China Statistics Press, 1999.
- [2] Sahinoglu M, Libby D L, Das S R. Measuring Availability Indexes with Small Samples for Component and Network Reliability Using the Sahinoglu-Libby Probability Model[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 2005, 54(3): 1283-1295.
- [3] 俞钟祺, 马秀兰. 失效率的一种贝叶斯估计[J]. 天津工业大学学报, 2001, (20): 47-48. YU Zhong-qi, MA Xiu-lan. A Kind of Bayes Estimate of Invalid Rates[J]. Journal of Tianjin Institute of Textile Science and Technology, 2001, (20): 47-48.
- [4] 姜红燕, 张帼奋. 失效率为指数函数的模型中使用屏蔽数据的参数估计[J]. 浙江大学学报(理学版), 2006, 33 (2): 125-128. JIANG Hong-yang, ZHANG Guo-fen. Parameter Estimation in Exponential Failure Rate Model Using Masked Data[J]. Journal of Zhejiang University(Science Edition), 2006, 33 (2): 125-128.

收稿日期: 2007-03-14; 修回日期: 2007-05-14

作者简介:

高会生 (1963-), 男, 博士研究生, 教授, 研究方向为通信网的管理和安全风险评估, 信息处理;

赵建立 (1982-), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力通信网有效性评估。E-mail:shacheng227@126.com

(上接第 61 页 continued from page 61)

- [10] 葛炬, 张粒子, 周小兵, 等. AGC 机组参与电力市场辅助服务的探讨[J]. 电网技术, 2002, 26(12): 61-65. GE Ju, ZHANG Li-zi, ZHOU Xiao-bing, et al. Discussion on AGC Units Participating Ancillary Services in Electricity Market[J]. Power System Technology, 2002, 26(12): 61-65.
- [11] Laskari E C, Parsopoulos K E, Vrahatis M N. Particle Swarm Optimization for Minimax Problems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2002, 17(6): 1576-1581.

- [12] Clerc M, Kennedy J. The Particle Swarm Explosion, Stability, and Convergence in a Multidimensional Complex Space[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.

收稿日期: 2007-01-28

作者简介:

王亚军 (1981-), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力市场; E-mail:wangyajun398@126.com

房大中 (1946-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力系统稳定性分析与控制。