

# 灵敏度方法在电力系统分析与控制中的应用综述

苗峰显<sup>1</sup>, 郭志忠<sup>1,2</sup>

(1. 哈尔滨工业大学电气学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 许继电力科学研究院, 北京 100085)

**摘要:** 灵敏度是利用系统中某些物理量的微分关系, 来获得因变量对自变量敏感程度的方法。它在电力系统分析与控制中得到了广泛的应用。从时间的角度将灵敏度方法分为静态灵敏度和轨迹灵敏度两类, 并在应用中根据考察变量的不同, 分别进行了评述。通过综观灵敏度方法在电力系统中应用, 展示了灵敏度方法具有重要的研究价值, 同时, 也指出了当前灵敏度研究中尚存不足: 缺乏统一的理论基础; 在面对实际问题时, 约束限制条件未能考虑, 造成灵敏度缺乏可信性; 灵敏度计算速度亟待提高等。

**关键词:** 灵敏度; 轨迹灵敏度; 二阶灵敏度; 电力系统; 泰勒级数

## A survey of sensitivity technique and its application in power systems analysis and control

MIAO Feng-xian<sup>1</sup>, GUO Zhi-zhong<sup>1,2</sup>

(1. Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China;

2. Xuji-Electric Power Research Institute, Beijing 100086, China)

**Abstract:** Sensitivity method is to obtain the sensitive extend of dependent variable to independent variable, using differential relationship among physical quantities in power systems. And sensitivity methods are widely used in power system analysis and control. The sensitivity methods are classified as static sensitivity methods and trajectory sensitivity methods based on whether time-varying condition is considered. Applications of the two kinds of methods are grouped respectively according to the investigated variable, and application of sensitivity method is surveyed. The overview of sensitivity method's application in power systems indicates its great researchful value. On the other hand, the limitations in research are pointed out such as lacking of unified academic basis, lacking of consideration of limiting conditions in face of practical problem, the slow computation speed of sensitivity, and so on.

**Key words:** sensitivity; trajectory sensitivity; second-order sensitivity; power systems; Talyor series expansion

中图分类号: TM711

文献标识码: A

文章编号: 1003-4897(2007)15-0072-05

## 0 引言

电力系统是一个复杂的非线性时变系统。大区域互联电网在提高电力系统运行经济性的同时使得整个互联系统的动态过程变的更加复杂, 电力系统的安全裕度受到更多参数的影响。电力市场的引入在提高电力系统运行效率的同时也引入了很多不确定不安全的因素。新型电力电子设备的投入, 在提高系统稳定的同时, 也为系统增添了更多影响稳定的参数。灵敏度(Sensitivity)是利用系统中某些物理量的微分关系, 来获得因变量对自变量敏感程度的方法。根据灵敏度大小, 指导控制自变量的输入, 达到控制因变量输出的目的。根据灵敏度指标改善系统的安全性能, 提高系统稳定裕度或者经济性指标。因此灵敏度方法在电力系统诸多领域中得到了广泛的应用。

根据灵敏度求取方法的不同, 灵敏度计算可以分为解析法和摄动法。本文从时间角度对灵敏度算法划分为两类: 静态灵敏度和轨迹灵敏度。在这两类中, 根据考察自变量的不同分组并介绍了其在电力系统中的应用。

## 1 灵敏度方法的种类

### 1.1 静态灵敏度

静态灵敏度分析<sup>[1]</sup>是在系统运行的一个静态工作点去考察自变量变化对因变量的影响, 它是稳态分析中非常重要的方法。自变量可以是网络参数, 也可以是网络函数。自变量是网络参数的灵敏度叫参数灵敏度<sup>[2]</sup>。自变量是网络函数的灵敏度称为函数灵敏度<sup>[3]</sup>。因变量可以是系统状态量, 也可以是系数矩阵特征值。电力系统模型中, 系统系数矩阵隐含着系统的稳定信息。通过计算系统系数矩阵的

特征值, 并对特征值和特征向量进行分析, 可以得出影响系统稳定的主导特征值和特征向量, 根据特征值灵敏度指示, 调节系数矩阵的参数, 改变特征值的分布, 使系统稳定裕度提高。

在电力系统分析与控制中, 表示电力系统数学模型通常由一组代数和微分方程表示, 这些方程一般都是非线性的, 即:

$$\begin{cases} \dot{X} = F(X, Y, P) \\ 0 = G(X, Y, P) \end{cases} \quad (1)$$

函数  $F$  描述了系统的动态部分, 包括发电机和励磁机等; 函数  $G$  描述了系统静态部分, 包括发电机静子, 内部和外部网络模型等。  $X$  表示状态变量、  $Y$  表示代数变量和  $P$  表示网络参数。由于在静态工作点处求自变量对因变量的灵敏度, 所以方程动态部分的  $\dot{X} = 0$ , 消去代数量  $Y$ , 方程组可以简化为:

$$0 = \tilde{F}(X, P) \quad (2)$$

#### a) 参数灵敏度

对公式 (2) 求参数  $P$  的偏导数得到  $\frac{\partial X}{\partial P}$  即为

状态量  $X$  对参数  $P$  的灵敏度。

#### b) 函数灵敏度

如果公式 (2) 中  $P$  是其他变量的函数, 如:

$P = P(\alpha)$ , 则把  $P$  看作复合变量得到  $\frac{\partial X}{\partial P}$  就是状态量  $X$  对函数  $P(\alpha)$  的函数灵敏度。

根据因变量对自变量求偏导次数的不同, 静态灵敏度又有一阶灵敏度和二阶灵敏度之分。

### 1.2 轨迹灵敏度

轨迹灵敏度<sup>[4]</sup>是通过研究系统的动态响应对某些参数或初始条件甚至系统模型的灵敏度来定量分析这些因素对动态品质的影响。轨迹灵敏度是随时间动态变化的, 是动态灵敏度。它是基于微分方程模型的, 例如公式 (1) 中, 状态量和代数量都是时间的函数, 它考察的是一个过程, 是动态的; 而静态灵敏度是基于代数方程模型的, 它考察的是一个时间断面, 是静态的。

轨迹灵敏度的因变量可以是状态量, 也可以是系数矩阵的特征值。特征值的轨迹灵敏度就是求参数的变化对特征值灵敏度轨迹的影响, 并用该轨迹灵敏度预测未来特征值轨迹, 判断系统稳定的趋势。轨迹灵敏度的自变量可以是网络参数, 网络函数, 和初始状态。与静态灵敏度不同的是, 轨迹灵敏度的自变量可以是初始条件。就是在不同的初始条件

下, 系统的动态响应(因变量)是不同的。求取对初始条件的轨迹灵敏度, 有助于预测在初始条件变化而参数不变情况下, 状态量的变化。轨迹灵敏度也有一阶灵敏度和二阶灵敏度。

#### a) 参数轨迹灵敏度

对公式 (1), 初始条件  $X(t_0)$ , 参数  $P = P_0$ , 直接对参数  $P$  求偏导数并整理得到:

$$\frac{\partial \dot{X}}{\partial P} = f(X, P) \quad (3)$$

这样, 对公式 (3) 进行积分可以得到

$$\frac{\partial X}{\partial P}(t, P_0) = \frac{\partial X}{\partial P}(t_0) + \int_{t_0}^t f(X, P) dt \quad (4)$$

$\frac{\partial X}{\partial P}(t, P_0)$  就叫做  $X$  对参数  $P = P_0$  的轨迹灵敏度。

常用的积分法为梯形积分法。

#### b) 函数轨迹灵敏度

与静态函数灵敏度相似, 当  $P$  为复合变量  $P = P(\alpha)$  时, 按公式 (4) 得到的灵敏度即状态量  $X$  对函数  $P = P(\alpha)$  的函数灵敏度。

#### c) 初始条件的轨迹灵敏度

初始条件的轨迹灵敏度, 就是系统参数不变, 初始条件发生变化后, 如公式 (1) 中表示系统静态部分的方程在  $t = t_{0+}$  时刻发生了变化, 将状态量看作初始条件和时间的函数, 求状态量对初始条件的偏导数得到初始条件轨迹灵敏度。它与参数轨迹灵敏度方法本质是一样的, 只是考察自变量不同而已。限于篇幅, 详见文献[4]。

在线动态安全评估需要可靠和快速的分析技术, 典型的动态安全分析要求对变化着的运行方式快速评定大量预想事故, 对给定的故障实施紧急控制, 防止失稳。这些用时域仿真根本无法实现。而这正是轨迹灵敏度优越于时域仿真的地方。

轨迹灵敏度用于预测状态量未来走势是基于泰勒级数展开式的。当这些参数变化时, 根据一阶泰勒级数展开, 得到近似状态轨迹。以参数灵敏度为例, 如果状态量  $X$  的轨迹在  $P_0$  处轨迹灵敏度

$\frac{\partial X}{\partial P}(t, P_0)$  已经得到, 则当参数变化  $\Delta P$  时,  $X$  的轨迹近似可以得到:

$$X(t, P_0 + \Delta P) = X(t, P_0) + \frac{\partial X}{\partial P}(t, P_0) \cdot \Delta P$$

根据状态量预测轨迹, 适当调整参数, 使得状态量向着理想方向发展。

## 2 灵敏度方法在电力系统中的应用

### 2.1 静态灵敏度方法在电力系统中的应用

#### a) 自变量为网络参数的灵敏度应用

线路故障容易引起电压稳定裕度的减小,而在线路多重故障时,不同的线路对提高电压稳定裕度的贡献又不尽相同。文献[5]根据功率对故障支路灵敏度排序,识别对电压崩溃影响轻重缓急的支路。根据灵敏度大小,快速排除严重故障,对防止电压崩溃具有重要的意义。文献[6]提出了用 Hopf 分岔系统参数灵敏度公式来识别 Hopf 分岔的最佳调节参数和调节方向。文章通过一个简单的算例比较了 Hopf 分岔和鞍结分岔 (Saddle Node Bifurcation)。指出了在鞍结分岔前,根据灵敏度指示合理设置电压调节器参数可以避免 Hopf 分岔的发生。文献[7]完整的推导了大电力系统可靠性指标对元件有效度、无效度、故障率和修复率的灵敏度,并利用线性规划的最优负荷消减模型中等式和不等式约束的拉格朗日乘子法的数学含义,导出了电力不足期望对元件容量的灵敏度。这些灵敏度指标有助于找到系统可靠性的薄弱点,提供改善系统可靠性,规避停电风险提供有益指导,同时也为可靠性投资效益分析提供了有力工具。文献[8]提出了一种 GPS 的配置方法实现发电机的调度。系统特征值代表系统当前运行状态,通过 GPS 测量得到的发电机的相角对特征值的灵敏度来掌握系统状态。

由于 PSS 受经济性条件的限制不可能每台发电机都安装。PSS 总是安装在对系统阻尼影响最大的发电机上,来提高系统阻尼,防止系统发生低频振荡。基于文献[9,10],文献[11]提出了 SPE (Sensitivity of PSS Effect) 的概念。文献[12]将 SPE 应用在 PSS 安置位置选择上。该方法是在降阶系统模型上,求出振荡模式的特征值,研究表明模式特征值变化不仅与传输函数有关,而且与 SPE 有关。SPE 幅值与传输函数的幅值乘积决定模式特征值大小。SPE 相角与传输函数的相角和等于模式特征值的相角。因此,可以根据 SPE 的指示安装 PSS,提高 PSS 的安装效益。

#### b) 自变量为网络函数的灵敏度应用

文献[3]提出了函数灵敏度的概念。将控制器模型用一个传递函数代替,并将传递函数看作一个复合变量。该方法可以预测当控制器参数发生变化造成控制器模型发生变化对系统特征值的影响,进而得到系统的稳定情况。文献[13]基于图论给出了网络函数灵敏度的分析的符号表达式,该方法增强了网络参数改变后的灵活性,避免了重新进行一次完

整的灵敏度计算。

### 2.2 轨迹灵敏度方法在电力系统中的应用

#### a) 自变量为网络参数的轨迹灵敏度应用

文献[14,15]将轨迹灵敏度用于电力系统安全估计和电压紧急控制中,文献[14]提出了动态安全评估的一种新方法。当系统超负荷运行时,状态轨迹对某些参数的灵敏度就会变大,根据这个原则,可以利用这些灵敏度评估系统动态安全状态。文献[16]将轨迹灵敏度用于识别振荡稳定和阻尼裕度。通过实例说明即使系统具有相同的振荡稳定极限,当系统阻尼轨迹按不同的轨迹发展时,他们的稳定裕度是不同的。

#### b) 自变量为网络初始条件轨迹灵敏度应用

文献[17]将轨迹灵敏度方法用于一个简化的远距离输电系统,来分析网络拓扑变化对状态轨迹的影响。文章算例中发电机从北方通过远距离传输线往南方负荷区供电。显然,线路拓扑将对系统稳定产生重大的影响。仿真演示了在负荷不变的情况下,只是通过开关变化,改变拓扑结构,相当于初始条件发生变化,节点电压的实际轨迹与轨迹灵敏度方法预测轨迹在故障初 10 s 内基本一致,验证了轨迹灵敏度在预测状态轨迹走向的有效性。

#### c) 自变量为系统模型的轨迹灵敏度

大电力系统的动态建模是一个很复杂的问题,特别是负荷建模是电力系统建模的弱点。于是模型预测控制 MPC (Model Predictive Control) 被用于电力系统中<sup>[18]</sup>,MPC 包含了系统最优潮流等优化算法,因而计算量比较大,再加上它是开环控制,所以这些缺点严重制约着它的应用。文献[18,19]将轨迹灵敏度方法用于 MPC 中,该方法分析了特征值移动方向和变化率与参数关系,提出了衡量系统稳定的指标。根据指标的大小跟踪特定的特征值轨迹,找出以最快速度接近虚轴的特征值,并以此计算 Hopf 分岔安全裕度和阻尼裕度,评估当前系统的稳定状态。避免了由于操作状态变化而重复计算特征值,同时还可以得到特征值及特征向量对参数的灵敏度。

## 3 灵敏度方法针对电力系统的特点的应用

### 3.1 电力系统系数矩阵的高维稀疏性特点

电力系统系数矩阵的稀疏性为计算大电力系统网络提供了很多方便,减轻了计算负担。在特征值计算上,出现了利用系数矩阵稀疏性的优秀方法<sup>[20,21]</sup>。但在计算特征值灵敏度方面,由于系统矩阵是用代数方程和微分方程系数矩阵化简形成的,它已经失去了稀疏性的特点。直接用来计算特

征值灵敏度,将增添很大的计算负担和内存需求。文献[22]就大电力系统灵敏度可行性进行分析,并提出了保持灵敏度分析公式中系数矩阵稀疏性特点的方法,把具有系数矩阵稀疏性特点的灵敏度公式分别用于功率调节,发电机控制,静态无功补偿中,并分别推导出了特征值对相关参数的灵敏度公式。根据这些公式分析,矩阵稀疏性的特点使得许多偏导数量等于零,大大减轻了计算的复杂度。同时,文中的方法可以用来推广分析矩阵分块灵敏度的计算问题,充分利用矩阵的稀疏性特点。

### 3.2 电力系统非线性特点

电力系统是一个复杂的非线性系统,有时使用线性近似很难满足分析的需要,还需要利用泰勒级数二阶展开式,这就要计算二阶灵敏度。文献[23]提出并推导了三维空间中的二阶灵敏度表达式。通过电压控制量的计算比较了一阶泰勒级数和二阶泰勒在准确性和计算时间上的优缺点。指出利用线性灵敏度得到的一阶泰勒级数适用于在线快速计算,而使用二阶灵敏度得到的二阶泰勒级数展开更接近于系统的实际轨迹曲线。由于二阶灵敏度的计算量比较大,还不能用于在线分析,需要开发新的二阶灵敏度计算方法。仿真实验表明:二阶泰勒级数更适于非线性系统近似。

## 4 参数不确定性对灵敏度值可信度的影响及评估

系统参数大多数是来自实验或计算,所以系统矩阵可能存在坏条件问题(ill-conditioned problem)。研究表明系统参数的不确定性对误差造成的影响要比一种新型优化算法大的多。因此,系统矩阵的特征值对参数不确定性的灵敏度也将影响着利用特征值灵敏度进行控制的准确性。根据分析的需要,可以将特征值看作状态矩阵的函数,也可以看作系统参数的函数。估计特征值对状态的灵敏度称为模型不确定性灵敏度 SMU(Sensitivity to Model Uncertainty),估计特征值对系统参数的灵敏度称为参数不确定性灵敏度 SPU(Sensitivity to Parameter Uncertainty)<sup>[24]</sup>。文献[25]基于特征值灵敏度矩阵,分析了相对灵敏度(Relative Sensitivity)和绝对灵敏度(Absolute Sensitivity),并在此基础上导出了两个分析计算准确性及相关误差的指标:特征值灵敏度指标 ESI(the Eigenvalue Sensitivity Index),渐进稳定鲁棒性指标 ASRI(the Asymptotic Stability Robustness Index)。当 ESI>1 或者主导特征值的 ASRI 指标在 5% 左右时,需要考虑模型的 SPU 问题。

## 5 灵敏度方法在电力系统中应用的总结

从第 2 部分“灵敏度方法在电力系统中的应用”中可以看出,由于电力系统复杂的非线性特点,静态灵敏度方法一般用作指标分析,而轨迹灵敏度在状态预测方面用的相对多一些。这也是两种方法本身的特点决定的。

通过总结灵敏度方法在电力系统安全评估,稳定分析,经济调度,预测故障后状态轨迹等应用可见,灵敏度方法为研究电力系统中安全稳定经济等问题提供了新的视角和方法。同时,当前灵敏度方法还存在着以下问题:

### a) 灵敏度计算速度亟待提高

计算灵敏度涉及到矩阵的求逆运算,计算量大,特别是由于分析准确度需要,要计算二阶灵敏度,公式复杂,计算量巨大。基于二阶灵敏度的应用只能用于离线分析。需要开发快速有效的灵敏度计算方法,节约计算时间,使得二阶灵敏度能用于在线预测分析以提高分析精确度。

### b) 灵敏度计算需要考虑约束及负荷特性

当前大部分灵敏度计算没有考虑无功约束,负荷的动态特性。而当无功达到极限值时,节点电压到达最大值,参数调节已经不起作用,用灵敏度方法预测下一时刻状态值已经没有意义了。不考虑约束和动态的特性的灵敏度指标不能反应实际物理状况,因而也就缺乏说服力和可信度。

### c) 形成统一的理论基础

灵敏度计算涉及到矩阵的求逆,考虑各种约束,系数矩阵为非常数阵,这些都属于数学范畴,应该理论上去证明并在数学上形成统一的计算方法。

## 参考文献

- [1] 吴际舜. 电力系统静态安全分析[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 1985.  
WU Ji-shun. The Static Safety Analysis of the Power System[M]. Shanghai: Shanghai Jiaotong University Press, 1985.
- [2] 罗键. 系统灵敏度理论导论[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 1990.  
LUO Jian. The Introduction of System Sensitivity Theory[M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 1990.
- [3] Zhou E Z. Functional Sensitivity Concept and Its Application to Power System Damping Analysis[J]. IEEE Trans, 1994.
- [4] Hiskens I A, Pai M A. Trajectory Sensitivity Analysis of Hybrid System[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 2000.

- [5] Flueck A J, Gonella R, Dondeti J R. A New Power Sensitivity Method of Ranking Branch Outage Contingencies for Voltage Collapse[J]. IEEE Trans, 2002.
- [6] Dobson I, Alvarado F L, Demarco C L. Sensitivity of Hopf Bifurcation to Power System Parameters[A]. In: Proceedings of the 31<sup>st</sup> Conference on Decision and Control[C]. Tucson (Arizona): 1992.
- [7] 赵渊, 周念成, 谢开贵, 等. 大电力系统可靠性评估的灵敏度分析[J]. 电网技术, 2005, 29(24): 25-30.  
ZHAO Yuan, ZHOU Nian-cheng, XIE Kai-jun, et al. Sensitivity Analysis on Reliability Assessment of Bulk System[J]. Power System Technology, 2005, 29(24): 25-30.
- [8] Hsegawa T, Imashima K, Ohtaka T, et al. Power System Stabilization Using GPS and Second-Order Eigenvalue Sensitivity[Z].
- [9] Zhou E Z, Malik O P, Hope G S. A Reduced-order Iterative Method for Swing Mode Computation[A]. In: IEEE PES Summer Meeting for Review[C]. 1990.
- [10] Zhou E Z. Reduced-order Selective Mode Analysis and its Application to Study the Damping of Large Scale AC/DC Power Systems, Thesis[D]. Beijing: Tsinghua University, 1986.
- [11] Zhou E Z, Malik O P, Hope G S. Theory and Method for Selection of Power System Stabilizer Location[J]. IEEE Trans, 1996: 170-176.
- [12] Zhou E Z, Malik O P, Hope G S. Design of Stabilizer for Multimachine Power System Based on The Sensitivity of PSS Effect[A]. In: IEEE Trans on Energy Conversion[C]. 1992.
- [13] 罗日成, 李卫国. 基于图论的网络函数灵敏度符号分析法[J]. 长沙电力学院学报(自然科学版), 2004, 19(3).  
LUO Ri-cheng, LI Wei-guo. A Symbolic Analysis Method for Network Function Sensitivity Based on Network Graph Theory[J]. Journal of Changsha University of Electric Power (Natural Science), 2004, 19(3).
- [14] Laufenberg M J, Pai M A. A New Approach to Dynamic Security Assessment Using Trajectory Sensitives[J]. IEEE Trans, 1998, 13(3).
- [15] Zima M, Korba P, Andersson G. Power Systems Voltage Emergency Control Approach Using Trajectory Sensitives[J]. IEEE, 2003, 1: 189-194.
- [16] Xiaoyu W, Ajarapu V. Application of Novel Eigenvalue Trajectory Tracing Method to Identify Both Oscillatory Stability Margin and Damping Margin[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2006, 21(2).
- [17] Zima M, Korba P, Andersson G. Power Systems Voltage Emergency Control Approach Using Trajectory Sensitives[J]. IEEE, 2003, 1: 189-194.
- [18] Zima M, Andersson G. Model Predictive Control Employing Trajectory Sensitives for Power Systems Applications[J]. IEEE Proc, 2005.
- [19] Hiskens I A, Gong B. Voltage Stability Enhancement via Model Predictive Control of Load " in Bulk Power Systems Dynamics and Control VI[A]. In: Cortina d'Ampezzo[C]. Italy: 2004.
- [20] Nolan P, Sinha N, Alden R. Eigenvalue Sensitives of Power Systems Including Network and Dynamic[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1976: 1318-1324.
- [21] Pagola F L, Peres-Arriaga I J, Verghese G C. On Sensitives Residues and Participations: Applications to Oscillatory Stability Analysis and Control[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1989, 4(1): 278-285.
- [22] Smed T. Feasible Eigenvalue Sensitivity for Large Power Systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1993, 8(2).
- [23] Gibescu M, Christie R D. Quadratic Sensitivity for Power System Steady-state Control[J]. IEEE Proc-Gener, Transm, and Distrib, 1997.
- [24] Franklin G F, Powell J D. Emami-Naeini A. Feedback Control of Dynamic Systems[M]. Addison Wesley Publishing Company, 1994.
- [25] Souza Lima E E, de Jesus Fernandes L F. Assessing Eigenvalue Sensitives[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2000, 15(1).

收稿日期: 2006-11-21; 修回日期: 2007-02-05

作者简介:

苗峰显(1981-), 男, 博士研究生, 研究方向电力系统安全与稳定; E-mail: hitmfx@hotmail.com

郭志忠(1961-), 男, 博士生导师, 长期从事电力系统安全与稳定, 状态估计, 与OCT方面的研究工作。

## 许继电气“特高压直流输电装备关键技术”项目通过专家中期评估

根据《河南省科技计划项目实施全过程管理办法》规定, 省科技厅对省重大科技专项进展情况进行中中期评估。7月23日上午, 许继集团公司承担的河南省“十一五”重大科技专项——“特高压直流输电装备关键技术”项目顺利通过省科技厅组织的专家组的评估。