

期望利润最大化报价策略的风险分析

陈喜生, 邹斌

(江南大学通信与控制工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘要: 在预测电价服从对数正态分布的条件下, 推导出特定报价方案的利润的概率密度函数, 并可获得竞价策略的利润-概率曲线, 为竞价策略的风险分析提供了一个有效的分析工具。利用这个工具, 还提供了期望利润最大化竞价策略模型的解的风险分析, 结果表明, 期望利润最大化的竞价策略通常存在较大的风险。而该文给出的利润的概率密度函数为风险分析提供了基础。

关键词: 电力市场; 电价预测; 报价策略; 风险分析; 概率密度函数

Risk analysis of bidding strategy for expected profit maximization

CHEN Xi-sheng, ZOU Bin

(School of Communication and Control Engineering, Southern Yangtze University, Wuxi 214122, China)

Abstract: In this paper, the profit's probability density function of a bidding strategy is developed based on forecasting price with Lognormal distribution, so that the probability of the obtaining specified profit under the scenario can be known, a profit-probability curve can be drawn. The risk curve provides an effective tool for risk analysis. The risk of the bidding strategy obtained by the expected profit maximization is discussed using the profit-probability curve presented in this paper. It shows that risk is implied in this bidding strategy, the risk analysis is necessary.

Key words: electricity market; price prediction; bidding strategy; risk analysis; probability density function

中图分类号: TM73; F123.9

文献标识码: A

文章编号: 1003-4897(2007)12-0052-04

0 引言

电力市场环境下, 发电厂商通过电力拍卖市场销售电能, 竞价策略是其重要的手段。发电厂商的竞价策略是典型的风险决策问题。由于存在负荷需求的不确定性、机组强迫停运、输电线路阻塞以及竞争对手的策略等诸多因素的影响, 如何正确有效地描述未来的不确定性, 并基于此形成发电厂商自身的报价策略一直是人们关注的问题。

人们通常根据不同的竞价环境, 将发电厂商的竞价模型分成两大类, 一类假设发电厂商是价格的接受者, 其自身的报价对市场电价没有影响, 市场环境的不确定性表示为电价的不确定性或者对手报价的不确定性, 并通过构造发电厂商的期望利润最大化进行决策。如文献[1]作为早期的竞价策略研究, 将所有对手的竞价策略通过历史的数据用其报价服从的概率函数表示, 利用统一出清的市场模型形成电价, 并由发电厂商期望利润最大化作出竞价

决策。文献[2]则是将市场的不确定性表现为电价的不确定, 然后构造发电厂商期望利润最大化模型进行决策。另一类模型则是以博弈论为基础, 假设发电厂商的报价对市场电价具有影响作用, 然后通过市场中的信息提取相关的竞争对手的信息, 在期望利润最大化的情况下得到竞价策略。如文献[3]利用竞争对手的报价灵敏度求报价策略。文献[4]利用剩余曲线建立发电厂商自身的报价曲线。

随着人们对竞价模型研究的深入, 人们在两个方向进一步进行了深入的讨论。其一是发电厂商的竞价模型越来越接近于实际的规则, 从而使竞价模型变得越来越复杂, 其求解也就变得更加困难。在这个过程中一些优化算法被引进到竞价模型中^[5]; 其二则是人们认识到仅仅用期望利润作为发电厂商竞价的的目标函数是不够的, 需要进行风险分析。文献[6]建立了保证一定利润获取概率的利润最大化竞价模型, 文献[7, 8]利用 VaR 方法对发电厂商的金融风险进行评估。上述文献都是采用

随机模拟的方法得出收益(或者损失)的概率值及其风险。本文在假设预测电价服从对数正态分布的条件下, 推导出了利润所服从的概率密度函数, 从而可以进行报价策略的风险分析。利用利润的概率密度函数可以快速绘制出一个具体的报价策略所获取利润的概率曲线, 回答诸如“在此报价策略下, 实现指定利润的概率为多少?”等问题, 对竞价策略进行风险分析。

1 报价规则与发电厂商的预期利润

在日前电力拍卖市场, 发电厂商将以机组为单位申报每台机组销售的电价与电量。每台机组销售的电能可以分成多块, 每块电价可不同, 但必须保持非降, 且总的申报电能不能超过机组最大出力。即每台机组的申报单可表示为:

$$B = \{(Q_1, \rho_1), (Q_2, \rho_2), \dots, (Q_n, \rho_n), \dots, (Q_K, \rho_K)\} \quad (1)$$

$$\rho_1 \leq \rho_2 \leq \dots \leq \rho_n \leq \dots \leq \rho_K \quad (2)$$

$$Q_1 + Q_2 + \dots + Q_K \leq Q_{\max} \quad (3)$$

式中: K 表示机组电量分块总数; Q_n ($n=1, 2, \dots, K$) 是申报的销售电能的第 n 块电量, MWh; ρ_n ($n=1, 2, \dots, K$) 是申报的销售电能的第 n 块电量的拟销售电价, \$/MWh。

交易中心会公布每小时的出清电价, 根据这些出清电价的历史数据以及对未来负荷的预测可通过时间序列预测方法对边际电价 λ_t 进行预测, 并表示成均值为 λ_t^{est} , 标准差为 δ_t^{est} 的服从对数正态分布的随机变量^[9]。记 λ_t^{est} 为时段 t 的电价预测值, 则 λ_t 的概率密度函数可以写成:

$$f_\lambda(\lambda_t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\lambda_t} \exp[-(\ln\lambda_t - \mu)^2 / 2(\sigma)^2], & \lambda_t > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

其中: $\mu = \ln(\lambda_t^{est})^2 - 0.5 \ln[(\lambda_t^{est})^2 + (\delta_t^{est})^2]$

$$\sigma = \sqrt{\ln[(\lambda_t^{est})^2 + (\delta_t^{est})^2] - \ln(\lambda_t^{est})^2}$$

设机组的成本函数为一个二次函数, 即:

$$C(Q_t) = aQ_t^2 + bQ_t + c \quad (5)$$

式中: a 、 b 、 c 为成本函数的系数, 对给定厂商它是常数; 本文是在 Q_t 为 MWh、 $C(Q_t)$ 为美元的量纲上确定其值的; Q_t 是时段 t 机组的生产电量, MWh; $C(Q_t)$ 是发电成本, \$。

设时段 t 的预测电价 λ_t 服从概率密度函数 $f_\lambda(\lambda_t)$, 机组的预测利润表达式为:

$$R_t(Q_t, \lambda_t) = \lambda_t Q_t - C(Q_t) \quad (6)$$

式中: $R_t(Q_t, \lambda_t)$ 是时段 t 的机组利润, \$; 其他符号同前。

由于 λ_t 是随机变量, 其实际销售的电量 Q_t , 利润 R_t 也是随机变量。如果能够求得利润 R_t 的概率密度函数, 则建立了清晰的竞价策略与利润的关系, 为风险分析建立了基础。

2 发电厂商利润的概率密度函数

当 λ_t 的密度函数已知, 并且报价策略确定, 即式(1)中的 Q_n , ρ_n , $n=1, 2, \dots, K$ 确定, 则当电价位于报价的不同区段时, 发电厂商的销售电量可以确定。例如: 电价服从对数正态分布, 其期望值为 $\lambda_t^{est} = 36.3015$ \$/MWh, 标准差为 $\delta_t^{est} = 13.3062$, 当发电厂商的报价为 $B1 = \{(68.29, 35.76), (16.42, 37.31), (15.29, 38.89)\}$, 则当市场电价小于 35.76 美元时, 发电厂商的销售电量 Q_t 为零。当电价位于 $[35.76, 37.31]$ 时, 发电厂商的销售电量 Q_t 为 68.29 MW。当电价位于 $[37.31, 38.89]$ 时, $Q_t = 68.29 + 16.42 = 84.71$ MW, 当电价位于 $[38.89, +\infty]$ 时, 发电厂商的销售电量 $Q_t = 68.29 + 16.42 + 15.29 = 100$ MW。依此类推, 可得在公式(1)报价下, Q_t 的表达式为:

$$Q_t = \begin{cases} 0 & \lambda_t < \rho_1 \\ Q_1 & \rho_1 \leq \lambda_t < \rho_2 \\ \vdots & \vdots \\ Q_1 + \dots + Q_n & \rho_n \leq \lambda_t < \rho_{n+1} \\ \vdots & \vdots \\ Q_1 + \dots + Q_K & \rho_K \leq \lambda_t \end{cases} \quad (7)$$

注意到, 在 λ_t 的某一个区间 $[\rho_n, \rho_{n+1}]$, 发电厂商的销售电量 Q_t 是一个确定值, 则 $C(Q_t)$ 也是确定值, 则在该区间内由式(6)可以看出预期利润 $R_t(Q_t, \lambda_t)$ 和电价 λ_t 是一个线性关系。由函数的概率公式, 根据式(4)和式(6)可求得对应于此区间利润的概率密度函数为:

$$f_R(R_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma[R_t + C(Q_t)]} \exp[-(\ln \frac{R_t + C(Q_t)}{Q_t} - \mu)^2 / 2(\sigma)^2] \quad (8)$$

$$R_n \leq R_t < R_{n+1}$$

其中 R_n, R_{n+1} 可由式(6)得, 即

$$\begin{cases} R_n = \rho_n Q_t - C(Q_t) \\ R_{n+1} = \rho_{n+1} Q_t - C(Q_t) \end{cases} \quad (9)$$

由式(8)、(9)可得所有电价对应的利润区间

内利润的概率密度函数。也即得到发电厂商利润的概率密度函数。

对应不同的电价与报价的关系。发电厂商利润概率密度函数的每个区间段的具体情况也不同，其最后的总体形态可能有较大的差异。例如当电价服从 $\lambda_t^{est}=36.3015$ \$/MWh, $\delta_t^{est}=13.3062$ 的对数正态分布，报价 $B1=\{(68.29, 35.76), (16.42, 37.31), (15.29, 38.89)\}$ 时，利润 R_t 的概率密度函数如图 1 所示。而当电价服从 $\lambda_t^{est}=78.3997$ \$/MWh, $\delta_t^{est}=19.4407$ 的对数正态分布，报价 $B2=\{(100.00, 36.48), (0, 73.19), (0, 93.91)\}$ 时，利润 R_t 的概率密度函数则是图 2 所示，显然总体的概率密度函数是相差很大的。

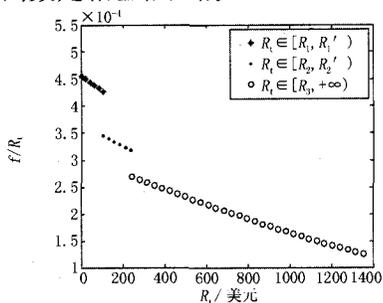


图 1 报价为 B1 时，利润的概率密度函数

Fig.1 Probability density function curve of profit as the Bidding strategy is B1

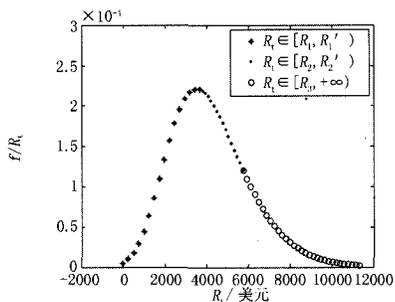


图 2 报价为 B2 时，利润的概率密度函数

Fig.2 Probability density function curve of profit as the bidding strategy is B2

3 竞价策略的风险分析

有关风险的定义在具体的工作中并没有一个公认的指标。一般意义上说在不确定性风险决策中衡量风险的方法主要有两种，一种是方差分析，即通过利润分布的方差大小来讨论期望利润实现的可能性，另一种方法则是通过风险价值 VaR(Value at Risk)分析，其回答在一定的概率水平下，某一金融资产或证券组合在未来特定的一段时间内的最大可能损失^[7,8]。第二种方法是从损失的角度来评价风险

的。本文利用发电厂商实现利润目标的概率作为评价风险的指标，即从获利的角度来评价风险。

利用利润的概率密度函数 $f_R(R_t)$ ，实现指定的利润水平 R_{tset} 的概率可写为：

$$P(R_t \geq R_{tset}) = \int_{R_{tset}}^{\infty} f_R(R_t) dR_t \quad (10)$$

由于 $f_R(R_t)$ 是分段函数，由式 (9) 确定 R_n ，则式 (10) 可进一步写成：

$$P(R_t \geq R_{tset}) = \int_{R_{tset}}^{R_i} f_R(R_t) dR_t + \sum_{n=i}^{K-1} \int_{R_n}^{R_{n+1}} f_R(R_t) dR_t + \int_{R_K}^{\infty} f_R(R_t) dR_t \quad (11)$$

上式中 i 的值由 R_{tset} 所在的分段区间决定，即由式 $R_{i-1} \leq R_{tset} \leq R_i$ 确定 i 的值。

公式 (11) 给出了获得竞价策略得到指定利润的概率计算公式，由此公式可以方便地得到竞价策略获得不同利润的概率曲线。例如在图 1 的状态下，其获得利润的概率曲线可以表示为图 3。图 3 的横坐标是这个竞价策略的指定利润值，纵坐标为获得这个利润的概率。从这个图中人们可以直接了解到这个策略的风险情况。

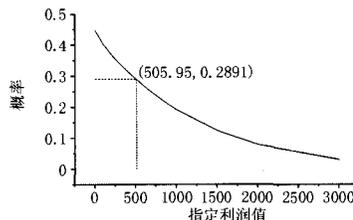


图 3 10 点优化报价方案利润—概率曲线

Fig. 3 Profit-probability curve of the optimal price scenario at 10 A.M.

4 期望利润最大化竞价策略的风险分析

利用利润—概率曲线我们对期望利润最大化的报价策略进行分析。所谓期望利润最大化竞价模型就是目标函数为期望利润最大化，而约束则是有关竞价规则以及机组的技术限制。具体地说，这个竞价的模型表示为：

$$\max E(R_t) = \sum_{n=1}^{K-1} \int_{R_n}^{R_{n+1}} f_R(R_t) \cdot R_t \cdot dR_t + \int_{R_K}^{\infty} f_R(R_t) \cdot R_t \cdot dR_t \quad (12)$$

$$\text{s.t.} \quad Q_1 + Q_2 + \dots + Q_K \leq Q_{\max} \quad (13)$$

$$\rho_1 \leq \rho_2 \leq \dots \leq \rho_n \leq \dots \leq \rho_K \quad (14)$$

上述模型中，决策变量 Q_n ， ρ_n ($n=1,2, \dots, K$) 是报价策略 B 中的元素，共有 $2K$ 个决策变量。式 (12) 是最大电量约束，式 (13) 是电价非降约束。由于目标函数与决策变量 Q_n ， ρ_n 的关系由式 (5) ~ (10) 确定，是典型的非线性函数，且关系复杂。

其求解采用一般的非线性有约束规划方法存在困难。本文采用粒子群算法求解, 有关粒子群算法的具体计算步骤, 请见文献[5]。

设市场每天的预测电价服从对数正态分布, 利用文献[10]中 PJM 日前市场电价的统计方法可得出 PJM 市场 2005 年 5~6 月份每天 10 点、14 点时段出清电价的均值与标准差如表 1 所示。发电厂商有 100 MW 的机组, 其生产成本的二次函数系数为: $a=0.04768$, $b=30.01437$, $c=170$ 。该机组的发电成本位于 35.7084~38.0005 美元之间。

表 1 预测电价的均值与标准差

Tab.1 Average value and variance of price prediction

时段	均值/(\$/MWh)	标准差
10 点	36.3015	13.3062
14 点	78.3997	19.4407

发电厂商的报价策略可以按照式 (1) 分成三块。按照式 (12) 的期望利润最大化的策略计算得到不同时段利润最大化策略为表 2 所示。而针对每个时段的最优策略我们可以用公式 (11) 绘制出其利润—概率曲线。例如对于 10 点的期望利润最大化报价策略的利润—概率图如图 3 所示。

表 2 期望利润最大化的报价策略

Tab.2 Bidding strategy for expected profit maximization

时段	报价策略		电量 Q /MWh	期望利润/\$
	(p_1, Q_1)	(p_2, Q_2)		
10 点	(35.76, 68.29)	(37.31, 16.42)	(38.89, 15.29)	505.95
14 点	(36.48, 100.0)	(73.19, 0.00)	(93.91, 0.00)	4192.3

由表 1 可以看出 10 点的预测电价是 36.3015 美元/MW, 仅仅略高于发电机的最低成本, 表 2 显示了由竞价模型 (12) 得出的该时段的报价策略, 这样报价的结果是使发电厂商的期望利润为 505.95 美元。乍看起来该报价方案似乎很不错, 但如果利用式 (11) 计算实现这个期望利润的概率却非常低。从图 3 可以看出, 此时发电厂商获得这个利润的概率只有 0.2891。对于 14 点的情况, 虽然预测电价已经大于成本, 但实现最大期望利润的概率也并不很大, 从图 4 可以看出其概率为 0.4513。这说明仅仅进行期望利润最大化的报价策略是不够的。

对于 10 点钟的情况, 我们从图 3 给出的其利润—概率曲线, 容易看出此时这个期望利润最大化竞价策略的风险是非常大的, 其利润不小于 0 的概率也只有 0.45。以上分析表明这样的一条曲线显然对于竞价策略的风险分析具有重要的意义。

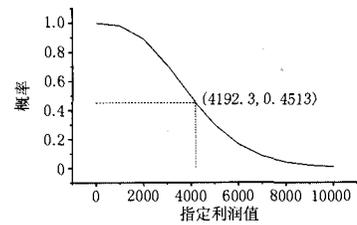


图 4 14 点优化报价方案利润—概率曲线
Fig.4 Profit-probability curve of the optimal price scenario at 2 P.M.

5 结论

本文给出了在预测电价用服从对数正态分布的随机变量表示的情况下, 发电厂商利润的概率密度函数公式。利用这个公式可以获得一个具体竞价策略的利润—概率曲线, 为竞价策略决策者提供了一个简单而有丰富含义的风险分析工具。利用该工具, 本文还对期望利润最大化的竞价决策模型的解进行了分析, 结果表明, 仅仅利用期望利润最大化进行决策, 有可能存在巨大的风险。在决策过程中需要进行风险决策, 而本文的工作为此提供了一个灵巧的工具。

参考文献

- [1] Wen F, David A K. Optimal Bidding Strategies and Modeling of Imperfect Information Among Competitive Generators[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2001, 16(2):15-21.
- [2] Conejo A J, Nogales F J, Arroy J M. Price-Taker Bidding Strategy Under Price Uncertainty[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2002, 17(4):1081-1088.
- [3] He Y, Song Y H, Wang X F. Bidding Strategies Based on Bid Sensitivities in Generation Auction Markets[J]. Proc on Gener, Transm and Distrib, 2002, 149(1):21-26.
- [4] Ventosa B M, Rivier M, Ramos A. Strategic Bidding Under Uncertainty in a Competitive Electricity Market Proc[A]. In: Probabilistic Methods Appl Power Systems[C]. Portugal:2000.
- [5] 马豫超, 侯志俭, 蒋传文, 等. 基于粒子群算法求解电力市场发电商最优供给函数模型[J]. 电力系统自动化, 2006, 30(2):45-50.
MA Yu-chao, HOU Zhi-jian, JIANG Chuan-wen, et al. PSO Algorithm Based Optimal Supply Function Model for Power Producer[J]. Power System Technology, 2006, 30(2):45-50.
- [6] 李益国, 沈炯, 刘西陲. 基于机会约束规划的发电公司竞标策略[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(10):120-123.

(下转第 60 页 continued on page 60)

- [3] 周明, 聂艳丽, 李庚银, 等. 电力市场下长期购电方案及风险评估 [J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(6): 116-122.
ZHOU Ming, NIE Yan-li, LI Geng-yin, et al. Long-term Electricity Purchasing Scheme and Risk Assessment in Power Markets[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(6): 116-122.
- [4] 张少华, 李渝曾, 王长军. 一种双边可选择电力期货合同的定价模型 [J]. 控制与决策, 2002, 17(6): 890-893.
ZHANG Shao-hua, LI Yu-zeng, WANG Chang-jun. Pricing Model of Bilateral Optional Electricity Forward Contracts[J]. Control and Decision, 2002, 17(6): 890-893.
- [5] Gabriel S A, Conejo A J, Plazas M A, et al. Optimal Price and Quantity Determination for Retail Electric Power Contracts[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2006, 21(1): 180-187.
- [6] 朱兆霞, 邹斌. PJM 日前市场电价的统计分析 [J]. 电力系统自动化.
ZHU Zhao-xia, ZOU Bin. Statistical Analysis of Day-ahead Prices in PJM Market[J]. Automation of Electric Power Systems.
- [7] 马煜华, 李剑辉. 关于负荷率与供求关系的问题的分析 [J]. 广东电力, 2005, 18(11): 18-21.
MA Lu-hua, LI Jian-hui. Analysis on Load Factor and Supply-demand Relationship[J]. Guangdong Electric Power, 2005, 18(11): 18-21.
- [8] 胡兆光, 陈铁成, 纪洪, 等. 在北京地区实施需求侧管理的效益分析 [J]. 电力系统自动化, 1999, 23(13): 22-25.
HU Zhao-guang, CHEN Tie-cheng, JI Hong, et al. Benefits Analysis on Application of Demand-Side Management (DSM) in Beijing[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(13): 22-25.
- [9] <http://www.pjm-cem.com/markets/energy-market/day-ahead.html>[EB/OL].
- [10] <http://www.pjm.com/markets/energy-market/hourly-demand-bid-data.html>[EB/OL]

收稿日期: 2006-10-17; 修回日期: 2006-12-06

作者简介:

朱兆霞 (1981-), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力市场; E-mail: zhaoxia01sytu@163.com

邹斌 (1965-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为电力市场和自动化。

(上接第 55 页 continued from page 55)

- LI Yi-guo, SHEN Jiong, LIU Xi-chui. A New Bidding Strategy for Power Plants Based on Chance-constrained Programming[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(10): 120-123.
- [7] 周明, 聂艳丽, 李庚银, 等. 电力市场下长期购电方案及风险分析 [J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(6): 116-122.
ZHOU Ming, NIE Yan-li, LI Geng-yin, et al. Long-term Electricity Purchasing Scheme and Risk Assessment in Power Markets[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(6): 116-122.
- [8] 周浩, 康建伟, 陈建华. 蒙特卡罗方法在电力市场短期金融风险评估中的应用 [J]. 电机工程学报, 2004, 24(12): 74-77.
ZHOU Hao, KANG Jian-wei, CHEN Jian-hua. Evaluating Short-term Financial Risk in the Electricity Market by Applying Monte-Carlo Method[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(12): 74-77.
- [9] Nogales F J, Contreras J, Conejo A J, et al. Forecasting Next-day Electricity Prices by Time Series Models[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2002, 17(2): 342-348.
- [10] 朱兆霞, 邹斌. PJM 日前市场电价的统计分析 [J]. 电力系统自动化, 2006 年, 30(23): 53-57.
ZHU Zhao-xia, ZOU Bin. Statistical Analysis of Day-ahead Prices in PJM Market[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30(23): 53-57.

收稿日期: 2006-12-11; 修回日期: 2006-12-19

作者简介:

陈喜生 (1977-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统自动化和电力市场; E-mail: mrcxs@sohu.com

邹斌 (1965-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为电力市场和自动化。