

# 基于FFT 和神经网络的高精度谐波分析

刘敏, 王克英

(华南理工大学电力学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 为了精确分析整数和非整数次谐波, 提出了基于快速傅里叶变换(FFT)和神经网络的谐波分析方法, 该方法的特点是采用基函数参数可调的神经网络。具体是先把信号进行FFT处理, 得到谐波个数和精度不高的谐波幅值、相位、谐波次数; 其次根据谐波个数设定神经元的个数, 根据预处理后得到的幅值、和相位、谐波次数设定神经网络权值和基函数参数迭代的初始值; 最后对人工神经网络进行训练, 便可实现整数和非整数次谐波的精确分析, 同时能将频率相近的非整数次谐波分离。仿真结果验证了该方法的有效性与易实现性。

**关键词:** 快速傅里叶变换; 神经网络; 参数可调的基函数; 谐波分析; 电力系统

## A high accurate harmonic analysis method based on FFT and neural network in power system

LIU Min, WANG Ke-ying

(Electric Power College, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** A high accurate algorithm is presented for analysis of integer harmonic and non-integer harmonic in power system, which is based on FFT and neural network. A characteristic of the method is that adjustable parameter base function is adopted by neural network. First, the sampled signal is processed with FFT algorithm. By this algorithm, the number, magnitudes, phases, and orders of harmonics are obtained. Second, applying results analyzed with FFT, the number of neural nodes is established according to the number of harmonics, the initial weights of neural network are magnitudes of harmonics, the iterative initial parameters of base function are phases and orders of harmonics. Finally, by training artificial neural network, integer harmonics and non-integer harmonics can be analyzed precisely, at the same time, the close non-integer harmonics can be separated. The simulation results verify the effectiveness and practicability of the algorithm.

**Key words:** FFT; neural network; base functions with adjusted parameters; harmonics analysis; power system

中图分类号: TM711

文献标识码: A

文章编号: 1003-4897(2007)02-0040-05

## 0 引言

随着电力电子装置的大量应用, 电力系统中的谐波情况也越来越复杂, 不仅存在频率是基频整数倍的整数次谐波, 而且存在着大量非整数次谐波<sup>[1,2]</sup>, 这给电力系统中的设备运行带来很大的危害, 因此对谐波进行实时监测, 确切掌握系统谐波状况, 对于防止谐波危害, 维护系统安全运行十分必要。

电力系统的谐波分析通常通过快速傅里叶变换FFT (fast fourier transforms) 实现<sup>[3]</sup>, 但由于FFT存在栅栏效应和泄漏现象, 计算出的信号频率、幅值和相位往往不够准确。为提高FFT的精度, 相关文献对FFT进行了加窗与插值改进<sup>[4~8]</sup>, 改进的算法虽然满足了精度的要求, 但过程复杂, 很难分析出次谐波和频率相近的谐波, 也无法满足实时监

测电力系统谐波的要求。

近年来, 神经网络在电力系统中的应用获得了蓬勃发展, 并已在电力系统谐波分析中得到应用。然而, 自适应神经网络<sup>[9~11]</sup>必须已知系统精确的基波频率才能进行精确的谐波分析; 而多层前馈自适应神经网络<sup>[12~14]</sup>的训练过程不确定, 在应用之前一般需要进行大量的训练, 且该网络的神经元较多, 计算量较大; 并且这两种模型都只能分析整数次的谐波。为了同时精确分析整数次谐波和非整数次谐波, 本文提出了基参数可调的神经网络与FFT相结合的高精度谐波分析方法, 即在信号进行快速傅里叶变换结果的基础上, 用基函数参数可调的人工神经元模型再分析谐波。通过仿真实例验证, 该方法对整数和非整数次谐波的谐波参数具有很高的分析精度, 在实时性方面也得到了改进。

## 1 基于神经网络算法的电力系统谐波分析

### 1.1 基函数参数固定的神经网络模型

设一个含有谐波的周期信号表示为:

$$x(t) = \sum_{i=1}^m A_i \sin(i\omega t + \varphi_i) \quad (1)$$

其中:  $\omega = 2\pi f$ 。

式(1)可进一步表示为:

$$x(t) = \sum_{i=1}^m [A_i \cos \varphi_i \sin(i\omega t) + A_i \sin \varphi_i \cos(i\omega t)] \quad (2)$$

式中:  $f$  为基波频率;  $i$  为谐波次数;  $A_i$ 、 $\varphi_i$  为第  $i$  次谐波的幅值与相位;  $m$  为最高次谐波次数。

传统的用于分析整数倍谐波的基函数参数固定的神经网络模型如图1所示。

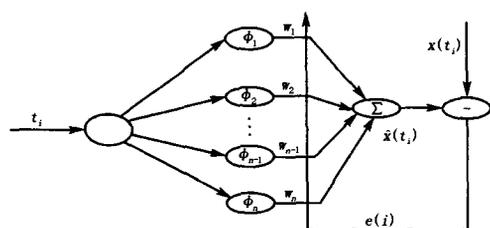


图1 神经网络模型

Fig. 1 Neural network model

其中神经元的基函数是:

$$\phi(t) = [\phi_1(t), \phi_2(t), \dots, \phi_{2m-1}(t), \phi_m(t)] = [\sin(\alpha x), \cos(\alpha x), \sin(2\alpha x), \cos(2\alpha x), \dots, \sin(m\alpha x), \cos(m\alpha x)] \quad (3)$$

以采样信号  $t_i$  时刻  $x(t_i)$  与神经元的输出值

$$\hat{x}(t_i) = \sum_{l=1}^{2m} w_l \phi_l(t_i)$$

差值  $e(i)$  作为精度控制条件, 训练之后的权向量即为:

$$w = [w_1, w_2, w_3, w_4, \dots, w_{2m-1}, w_{2m}] = [A_1 \cos \varphi_1, A_1 \sin \varphi_1, \dots, A_m \cos \varphi_m, A_m \sin \varphi_m] \quad (4)$$

基波的幅值  $A_1 = \sqrt{w_1^2 + w_2^2}$ , 相位

$$\varphi_1 = \arctan\left(\frac{w_1}{w_2}\right),$$

其余各次谐波的幅值和相位依此类推。

由此可知, 传统的人工神经元模型将每个神经元的基函数设为定函数, 因此这种神经元模型只适合用来分析整数次谐波, 而非整数次谐波, 由于谐波次数事先未知, 所以无法用这种模型分析。如果一个含有非整数次谐波的信号用这种模型来分析, 结果将会出现并不存在的谐波信息, 导致很大的误差。

### 1.2 基函数参数可调的神经网络模型

为了可以分析非整数次谐波, 将神经元的基函数不设为定函数, 而是将函数的参数和权值一样参与调整, 这样便得到一种能分析非整数次谐波的人工神经元模型。

网络的具体过程如下:

- 1) 神经网络输入为  $t_i$ ,  $i=1, 2, \dots, N$ , 其中  $N$  为神经网络训练样本个数;
- 2) 神经元个数为  $m$ ;
- 3) 神经元的基函数为:

$$\phi(t) = [\sin(k_1 \alpha t + \varphi_1), \sin(k_2 \alpha t + \varphi_2), \dots, \sin(k_m \alpha t + \varphi_m)] \quad (5)$$

式中:  $k_l$ 、 $\varphi_l$  ( $l=1, 2, \dots, m$ ) 为基函数的参数, 即谐波次数与相位, 是可调参数。

4) 神经网络输出为:

$$\hat{x}(t_i) = \sum_{l=1}^m w_l \phi_l(t_i) = \sum_{l=1}^m w_l \sin(k_l \alpha t_i + \varphi_l) \quad (6)$$

在该输入输出模式下, 神经网络输出值与训练样本之间的误差为:

$$e(i) = x(t_i) - \hat{x}(t_i), \quad i=1, 2, \dots, N \quad (7)$$

$$\text{误差指标为: } V(i) = \frac{1}{2} e^2(i) \quad (8)$$

$$V = \sum_{i=1}^N V(i) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N e^2(i) \quad (9)$$

神经网络权值和基函数参数的学习算法采用文献[15]中的基本惯性算法为:

$$\Delta w_l(i) = -\eta_w \frac{\partial V(i)}{\partial w_l} + \alpha_w \Delta w_l(i-1) \quad (10)$$

$$\Delta k_l(i) = -\eta_k \frac{\partial V(i)}{\partial k_l} + \alpha_k \Delta k_l(i-1) \quad (11)$$

$$\Delta \varphi_l(i) = -\eta_\varphi \frac{\partial V(i)}{\partial \varphi_l} + \alpha_\varphi \Delta \varphi_l(i-1) \quad (12)$$

其中:  $\eta$  是学习率,  $\alpha$  是动量(惯性)系数, 它们的取值会影响网络的收敛速度, 若  $\eta$ 、 $\alpha$  取得太小, 迭代计算收敛速度太慢; 若  $\eta$ 、 $\alpha$  取得太大, 则在收敛点附近将产生振荡。这时可让各权值和参数的学习率与惯性系数也参与调节, 也就是各权值和参数都有不同的  $\eta$  和  $\alpha$ , 而且每个  $\eta$  和  $\alpha$  都会随着误差的变化而独立地调节。对于  $\eta$ 、 $\alpha$  的调节规则如下<sup>[15]</sup>:

1) 对于  $i=1, 2$ , 设定初值  $\eta(1) = \eta(2) = \eta_0$ ,  $\alpha(1) = \alpha(2) = \alpha_0$ 。

2) 对于  $i > 2$ , 按下列规则变化  $\eta$  和  $\alpha$ :

$$\text{定义: } sw(i) = \frac{\partial V(i)}{\partial w(i)}, \quad sk(i) = \frac{\partial V(i)}{\partial k(i)},$$

$$s\varphi(i) = \frac{\partial V(i)}{\partial \varphi(i)}, \text{ 如果 } sw(i), sw(i-1), sw(i-2)$$

具有相同的符号, 则  $\eta_w$  和  $\alpha_w$  的取值是:

$$\eta_w(i+1) = p\eta_w(i-1) \quad (13)$$

$$\alpha_w(i+1) = p\alpha_w(i-1) \quad (14)$$

其中:  $p > 1$

若  $sw(i), sw(i-1), sw(i-2)$  具有不同的符号, 则  $\eta_w$  和  $\alpha_w$  取值是:

$$\eta_w(i+1) = q\eta_w(i-1) \quad (15)$$

$$\alpha_w(i+1) = q\alpha_w(i-1) \quad (16)$$

$$0 < q < 1$$

其余的  $\eta_k, \alpha_k$  的变化依据其  $sk, \eta_\varphi, \alpha_\varphi$  的变化依据其  $s\varphi$ , 规则同上。

3) 设定  $\eta(i)$  和  $\alpha(i)$  的最大和最小值, 超出各自的范围时停止增减。

经过实际计算验证, 此算法收敛速度快, 通过调整  $p$  和  $q$ , 能有效地防止误差函数陷入局部极小点。

经训练之后的权向量与基函数参数为:

$$w = [w_1, w_2, \dots, w_m], \quad k = [k_1, k_2, \dots, k_m],$$

$$\varphi = [\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m].$$

则  $w_l$  为  $l$  次谐波的幅值,  $k_l, \varphi_l$  为  $l$  次谐波的次数和相位。

## 2 基于FFT和基函数参数可调神经网络的电力系统谐波分析

由于神经网络固有的特点, 当需要调整的参数很多, 也就是误差是一个多维向量函数时, 误差函数可能存在很多局部极小点和平台, 训练一个网络可能需要很长时间, 或者根本就不收敛, 这时参数初始值的选择就显得尤为重要。因此, 本文在分析谐波的过程中先将信号作FFT变换, 得到谐波的个数和幅值、相位、谐波次数(此时精度不高), 再根据谐波个数设定神经元个数(神经元的个数等于谐波个数), 根据变换得到的谐波幅值和次数、相位来分别设定1.2节所述神经网络权值和基函数参数(即谐波次数、相位)迭代的初始值, 然后训练神经网络, 这样就能够显著地减少神经网络的训练时间, 提高谐波分析的精确性。

## 3 仿真结果

### 3.1 单个非整数次谐波的分析

设采样信号为:

$$x(t) = 0.8 \times \sin(4.5 \times 2\pi ft + \pi/4), \quad f \text{ 为基波频率, 取值 } 50 \text{ Hz.}$$

采样时间为 0.02 s, 采样点数为 64, 作快速傅里叶变换得到的频谱特性如图 2。

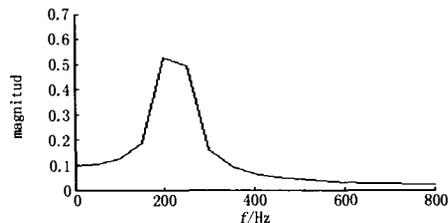


图 2 FFT 分析的信号频谱特性

Fig.2 Spectrum of signal with FFT

由图 2 可以看出, 谱线的幅值出现了一个极大值, 其对应的谐波次数为 4 次、幅值是 0.5260、相位 40.2 度。根据上面的分析, 将神经元的个数设为 1, 权向量初值设为 0.5260, 基函数的参数迭代初值设为:  $k=4, \varphi=40.2$ 。训练 247 次后得到的结果在表 1 中。

表 1 谐波分析的最后结果

Tab.1 Final results of harmonic analysis

|          | 谐波次数 | 幅值      | 相位/(°) |
|----------|------|---------|--------|
| 实际值      | 4.5  | 0.80    | 45.0   |
| 本文算法     | 4.5  | 0.799 9 | 45.1   |
| 相对误差/(%) | 0.0  | 0.012 5 | -0.22  |

### 3.2 同时含整数次和非整数次谐波的分析

设采样信号为:

$$x(t) = 0.4 \sin\left(\frac{1}{2} \times 2\pi ft + 20^\circ\right) + 4.0 \sin(2\pi ft + 10^\circ) +$$

$$1.5 \sin(3 \times 2\pi ft + 25^\circ) + 0.3 \sin(3.5 \times 2\pi ft + 30^\circ) +$$

$$1.0 \sin(5 \times 2\pi ft + 100^\circ) + 0.2 \sin(5.4 \times 2\pi ft + 120^\circ) +$$

$$0.85 \sin(7 \times 2\pi ft + 150^\circ) + 0.5 \sin(9 \times 2\pi ft + 210^\circ) + 0.04 \text{rand}$$

其中:  $f=50$  Hz 是基波频率, 0.04 rand 为白噪声信号, 其幅值是基波的 1%。

采样频率为 1 000 Hz, 采样点数 256, 做 FFT 变换得到的频谱特性如图 3。

从图 3 可以看出波形出现了八个极大值, 谐波个数是八个, 各自对应的谐波次数、幅值、相位在表 2 中。根据 FFT 分析的结果设定神经元个数是 8, 权向量的初值是幅值, 基函数的  $k$  参数迭代初值就是 FFT 分析的各谐波次数, 参数  $\varphi$  的初始值是相位。训练 1 500 次后的结果在表 3 中。

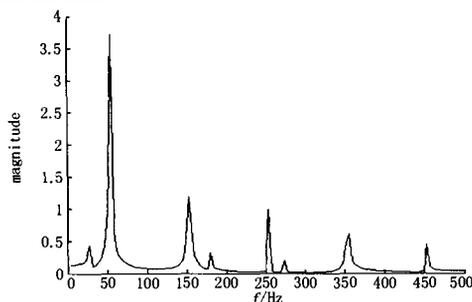


图3 FFT分析的信号频谱特性

Fig.3 Spectrum of signal with FFT

表2 FFT预分析的谐波参数

Tab.2 Harmonic parameters analyzed by FFT

| 谐波次数    | 幅值      | 相位/(°)  |
|---------|---------|---------|
| 0.5460  | 0.430 8 | 9.75    |
| 1.092 0 | 3.726 8 | -116.45 |
| 3.042 0 | 1.180 1 | 2.10    |
| 3.588 0 | 0.320 2 | -108.61 |
| 5.077 0 | 0.994 7 | 2.93    |
| 5.460 0 | 0.191 5 | 35.92   |
| 7.098 0 | 0.614 8 | -20.47  |
| 9.048 0 | 0.456 1 | 143.63  |

表3 谐波分析的最后结果

Tab.3 Final results of harmonic analysis

| 谐波次数 |             |              | 幅值   |             |              | 相位/(°) |             |              |
|------|-------------|--------------|------|-------------|--------------|--------|-------------|--------------|
| 实际值  | 本文算法<br>分析值 | 相对误差<br>/(%) | 实际值  | 本文算法<br>分析值 | 相对误差<br>/(%) | 实际值    | 本文算法<br>分析值 | 相对误差<br>/(%) |
| 0.50 | 0.500 1     | -0.02        | 0.40 | 0.400 0     | 0.00         | 20.00  | 19.74       | 1.3          |
| 1.00 | 1.000 0     | 0.00         | 4.00 | 4.000 0     | 0.00         | 10.00  | 10.12       | -1.2         |
| 3.00 | 3.000 0     | 0.00         | 1.50 | 1.500 0     | 0.00         | 25.00  | 25.01       | -0.04        |
| 3.50 | 3.498 0     | 0.06         | 0.30 | 0.300 1     | -0.03        | 30.00  | 30.20       | -0.67        |
| 5.00 | 5.000 0     | 0.00         | 1.00 | 1.000 0     | 0.00         | 100.00 | 99.84       | 0.16         |
| 5.40 | 5.401 2     | -0.02        | 0.20 | 0.199 9     | 0.05         | 120.00 | 119.83      | 0.14         |
| 7.00 | 7.000 0     | 0.00         | 0.85 | 0.850 1     | -0.01        | 150.00 | 150.04      | -0.27        |
| 9.00 | 9.000 0     | 0.00         | 0.50 | 0.500 0     | 0.00         | 210.00 | 210.05      | -0.02        |

由表1和3可以看出,本文算法的分析精度较高,有较好的实时性,受白噪声干扰信号的影响较小,特别是对于非整数次谐波一些常用的算法由于频谱泄露与噪声的干扰很难得到精确的结果,但本算法可以分析出理想的结果。

#### 4 结论

本文提出了一种基于FFT和神经网络高精度谐波分析方法。仿真结果表明该算法有效避免了频谱泄露与噪声干扰,算法精度较高,有较好的实时性;能够把频率相近的整数次和非整数次谐波精确地分离;算法的精度只与训练次数有关,与采样频率无关;本算法结合高速数字信号处理器(DSP)或高性能CPU使用,将有较大的实际意义。

#### 参考文献

- [1] 许克明,徐云,刘付平.电力系统高次谐波[M].重庆:重庆大学出版社,1991.  
XU Ke-ming, XU Yun, LIU Fu-ping. Power System High Order Harmonics[M]. Chongqing: Chongqing University Press, 1991.
- [2] 容健刚,张文亮.电力系统谐波[M].武汉:华中科技大学出版社,1994.  
RONG Jian-gang, ZHANG Wen-liang. Power System Harmonics[M]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 1994.
- [3] 孙仲康.快速傅里叶变换及其在应用[M].北京:人民邮电出版社,1982.  
SUN Zhong-kang. Fast Fourier Transform and Application[M]. Beijing: People's Posts & Telecommunications Press, 1982.
- [4] 张伏生,耿中行,葛耀中.电力系统谐波分析的高精度FFT算法[J].中国电机工程学报,1999,19(3):63-66.  
ZHANG Fu-sheng, GENG Zhong-xing, GE Yao-zhong. FFT Algorithm with High Accuracy for Harmonic Analysis in Power System[J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 19(3):63-66.
- [5] 庞浩,李东霞,俎云霄,等.应用FFT进行电力系统谐波分析的改进算法[J].中国电机工程学报,2003,23(6):50-54.  
PANG Hao, LI Dong-xia, ZU Yun-xiao, et al. An Improved Algorithm for Harmonic Analysis of Power System Using FFT Technique[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6):50-54.
- [6] 潘文,钱俞寿,周鸷.基于加窗插值FFT的电力谐波测量理论(II)双插值FFT理论[J].电工技术学报,1994,9(2):53-56.  
PAN Wen, QIAN Yu-shou, ZHOU E. Power Harmonics Measurement Based on Windows and Interpolated FFT(II) Dual Interpolated FFT Algorithms[J]. Transactions of China Society of Electrical Engineers, 1994, 9(2):53-56.

- tions of China Electrotechnical Society,1994, 9(2): 53-56.
- [7] 赵文春, 马伟明, 胡安. 电机测试中谐波分析的高精度FFT算法 [J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(12): 83-87.  
ZHAO Wen-chun, MA Wei-ming, HU An. FFT Algorithm with High Accuracy for Harmonic Analysis in Electric Machine[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(12): 83-87.
- [8] 潘文, 钱俞寿, 周鸷. 基于加窗插值FFT的电力谐波测量理论(I)窗函数研究 [J]. 电工技术学报, 1994, 9(1): 50-54.  
PAN Wen, QIAN Yu-shou, ZHOU E. Power Harmonics Measurement Based on Windows and Interpolated FFT(I) — Study of Windows[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 1994, 9(1): 50-54.
- [9] EI-Amin I, Arafah I. Artificial Neural Networks for Power Systems Harmonic Estimation[A]. In: Proceedings of the 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power[C]. Athens(Greece): 1998.999-1009.
- [10] 柴旭峥, 文习山, 关根志, 等. 一种高精度的电力系统谐波分析算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(9): 67-70.  
CHAI Xu-zheng, WEN Xi-shan, GUAN Gen-zhi, et al. An Algorithm with High Accuracy for Analysis of Power System Harmonics[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(9): 67-70.
- [11] 危初勇, 李志勇. 基于人工神经网络的电力系统谐波测量方法 [J]. 电网技术, 1999, 23(12): 20-23.  
WEI Ren-Yong, LI Zhi-yong. Measurement of Harmonics in Power System Based on Artificial Neural Network[J]. Power System Technology, 1999, 23(12): 20-23.
- [12] 王群, 吴宁, 王兆安. 一种基于人工神经网络的谐波测量方法[J]. 电网技术, 1999, 23(1): 29-32.  
WANG Qun, WU Ning, WANG Zhao-an. An Artificial Neural Network Approach for Measure Harmonics[J]. Power System Technology, 1999, 23(1): 29-32.
- [13] 李红, 马新瑜. 多层前馈神经网络在电力系统谐波测量中的应用 [J]. 电测与仪表, 2003, 40: 15-17.  
LI Hong, MA Xin-yu. Application of Multi-layer Feed Forward Neural Network for Electric System Harmonic Measurement[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2003, 40: 15-17.
- [14] 张林利, 王广柱. 一种基于人工神经网络的谐波测量新方法 [J]. 电力系统及其自动化学报, 2004, 16(2): 40-43.  
ZHANG Lin-li, WANG Guang-zhu. New Artificial Neural Network Approach for Measuring Harmonics[J]. Proceedings of the EPSA, 2004, 16(2): 40-43.
- [15] 杨行峻, 郑君里. 人工神经网络与盲信号处理 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.  
YANG Xing-jun, ZHENG Jun-li. Artificial Neural Network and Blind Signal Processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.

收稿日期: 2006-08-08

作者简介:

刘敏(1973-), 女, 工程师, 硕士研究生, 目前正在从事电力系统保护控制及自动化方向研究; E-mail: minliuzi@163.com

王克英(1963-), 男, 博士, 教授, 从事电力系统运行、测量与控制方面的研究工作。

(上接第 32 页 continued from page 32)

可大大节省费用。LabVIEW 调用 Matlab 的方法可以结合两者的优势, 所介绍的方法也可以应用于其它类型短期或中长期负荷预测模型的预测虚拟实现。

### 参考文献

- [1] 飞思科技产品研发中心. 神经网络理论与 MATLAB 7 实现 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.  
“Feisi” Scientific and Technological R&D Center. Neural Network Theory and MATLAB7 Realization[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005.
- [2] 侯国屏. LabVIEW7.1 编程与虚拟仪器设计 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.  
HOU Guo-bing. LabVIEW7.1 Programming and Visual Instrument Design[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.
- [3] 夏昌浩. 系统负荷通用方法概述 [J]. 四川水力发电, 2002, 21(1): 109-111.  
XIA Chang-hao. General Methods of System Loads[J]. Sichuan Water Power, 2002, 21(1): 109-111.
- [4] 周巍, 陈秋红, 肖晶, 等. 人体舒适度指数对用电负荷的影响 [J]. 电力需求侧管理, 2004, 6(3): 59-61.  
ZHOU Wei, CHEN Qiu-hong, XIAO Jing, et al. The Effect of Human Body Amenity Indicator to Load Characteristic[J]. Power Demand Side Management, 2004, 6(3): 59-61.

收稿日期: 2006-06-28

作者简介:

夏昌浩(1965-), 男, 副教授, 硕导, 从事自控、检测、电力负荷预测、智能信息处理等方面教学与研究工作。E-mail: xchwq@ctgu.edu.cn