

二进时间窗 FFT谐波检测

戚伟¹, 黄成军¹, 钱勇¹, 黄方能¹, 徐冰雁²

(1. 上海交通大学电气工程系, 上海 100240; 2. 上海市电力公司, 上海 200122)

摘要: 电力系统中存在着各种频率的谐波, 有工频整数倍的普通谐波, 也有非工频整数倍的间谐波, 要把电力系统中所有的谐波分量准确地测量出来有一定的困难, 为提高谐波分析精度的同时提高谐波最小分辨率, 基于传统的 FFT谐波分析法, 提出二进时间窗的 FFT谐波检测算法, 该方法充分考虑了计算时间及计算精度。实验结果表明, 该方法可以在不明显增加硬件水平的条件下用最短的时间进行分析计算, 即能保证谐波测量的精度, 又能提高谐波测量的分辨率, 对抑制电力系统中日益复杂严重的谐波污染, 有一定的推广价值。

关键词: 谐波; FFT; 二进时间窗

中图分类号: TM714 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2006)22-0017-05

0 引言

近年来, 随着科学技术的快速发展, 电力系统中出现了大量的非线性元件, 如输电系统的换流设备、高压电容器等, 而负荷中的非线性元件更是数不胜数, 如电弧炉、电气化铁路、变频设备、电焊机等等。这些非线性元件产生的谐波注入到电网中将会对电力系统造成很多不利的影响, 威胁到电力设备的安全经济运行。对电网中的谐波进行准确的在线监测, 对谐波的治理是非常重要的。而负荷所产生的谐波则是多种多样的, 对它们进行全面准确的监测是一个极大的挑战。

电力系统常用的谐波检测方法是快速傅立叶变换 (FFT), FFT其实是离散傅立叶变换 (DFT) 的一个高效率算法。利用 FFT进行谐波分析存在着栅栏效应及泄漏现象, 栅栏效应有可能通过插值方法进行克服, 泄漏现象则可通过选择窗函数而得到改善。本文提出二进时间窗的 FFT算法, 在不明显提高硬件水平, 不明显延长计算时间的前提下, 显著地提高谐波分析的水平, 并且此算法对谐波的分析非常全面, 在提高谐波分析精度的同时提高谐波最小分辨率。

1 FFT谐波分析所存在的问题

理想的傅立叶变换要求时域信号是无限长的, 而在实际的谐波测量中, FFT只能对有限长度的采样信号进行变换, 这相当于对无限长的信号进行了截断, 而截断效应就导致了频谱泄漏。假设采样区间的基频为 F , 则 FFT计算所得的结果将为 F 的整数倍, 这相当于隔着栅栏看风景, 只能看见栅栏缝间

的景象, 称之为栅栏效应。

设一无限长周期信号为:

$$x_m(t) = A_m e^{j m t} \quad (1)$$

其傅立叶变换为一条位于 m 的谱线:

$$X_m(\omega) = 2 A_m \delta(\omega - m) \quad (2)$$

将 $x_m(t)$ 截断成长度为 T 的信号可以通过将它和一矩形窗 $W_T(t)$ 相乘而得:

$$\bar{x}_m(t) = x_m(t) \times W_T(t) \quad (3)$$

其中矩形窗定义为:

$$W_T = \begin{cases} 1 & 0 < t < T \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (4)$$

矩形窗的傅立叶变换为:

$$W_T = \exp(-j \frac{T}{2}) \frac{\sin(\frac{T}{2})}{\omega / 2} \quad (5)$$

称其为 sinc函数, 如图 1所示:

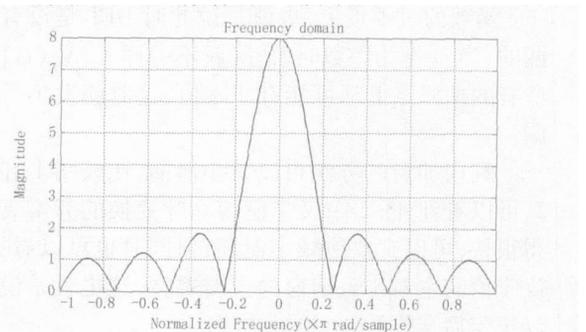


图 1 矩形窗傅立叶变换 (幅值)

Fig 1 Fourier transform of rectangular windows (amplitude)

根据傅立叶变换的性质, 两个时域信号相乘的傅立叶变换等于各自傅立叶变换的卷积, 即:

$$\bar{X}_m(\omega) = A_m W_T(\omega - m) \quad (6)$$

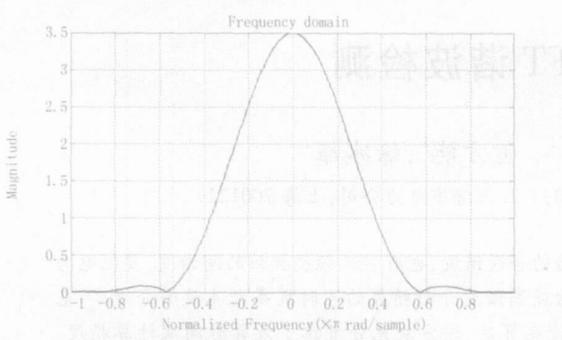


图2 汉宁窗傅立叶变换(幅值)

Fig 2 Fourier transform of Hanning windows (amplitude)

$$A_m \exp(-j \frac{m}{2} T) \frac{\sin(\frac{m}{2} T)}{\frac{m}{2}} \quad (6)$$

式(6)相当于频率中心位于 ω_m 的一个 sinc 函数。由此可见, $\bar{X}_m(\omega)$ 不再是单一的谱线,而是分布在整个频率轴上,产生了泄漏。

对信号 $x_m(t)$ 在时域进行采样,采样点数为 $n = 1, 2, 3, \dots, N$, 其中 N 为总的采样点数,由 DFT 的理论,将 $\bar{X}_m(\omega)$ 在频域内抽样,抽样的点数仍然为 N , 每两个抽样点间的频率为 $\Delta\omega = 2\pi/T$, 设 $\omega_m = 2\pi m/T$, 可以将式(6)离散化得:

$$\bar{X}_m(n) = A_m \exp(-j(n-m)\omega_m) N \frac{\sin(n-m)}{(n-m)2} \quad (7)$$

由上式可知:当 m 为整数,即信号频率为基频 F 的整数倍时,对 $\bar{X}_m(\omega)$ 在频域内进行抽样,除了在 ω_m 处的抽样为 A_m 以外,其余的抽样点都抽到了 sinc 函数的过零点上,也就是说此时 DFT 是没有泄漏的;当 m 不为整数时,情况就不一样了, $\bar{X}_m(\omega)$ 在所有的抽样点上都可能非零值,这时就发生了泄漏。

利用加窗的办法可以减小泄漏,比较图 1 和图 2, 可以看到,图 2 中汉宁窗傅立叶变换的旁瓣衰减得很快,可以有效地减小泄漏;但同时也可以看见,汉宁窗的主瓣比矩形窗的主瓣要宽,这也就是说加汉宁窗后会降低频率的分辨率。

频率分辨率指的是所用算法能将信号中两个靠得很近的谱峰保持分开的能力。对于矩形窗而言,傅立叶变换的最小分辨率为:

$$f = 1/T \quad (8)$$

设采样频率为 f_s , 则 DFT 的最小分辨率写为:

$$f = f_s/N \quad (9)$$

根据 Nyquist 采样定理,若某一连续时域信号是有限带宽的,其频谱的最高频率为 f_c , 如果采样频率 $f_s = 2f_c$, 则可由采样点恢复此信号。所以提高采样频率可以增加 DFT 对高频分量的分辨能力,但是提高采样频率是否也可以提高频率分辨率呢? 答案是:在时间窗长度 T 一定的情况下,提高采样频率并不能提高频率分辨率。分析式(9),当 f_s 增加时,总的采样点数 N 也随之增加,所以 f 保持不变。也可以通过分析式(5)和图 1 直观地得出这一结论,当式(5)中的 T 不变时,图 1 中窗函数的主瓣宽度不变,所以频率分辨率也不变。

可以这么设想,当信号中只有单一的高频分量时,提高采样频率可以将它分辨出来,但是当信号中有两个频率十分接近的高频分量时,提高采样频率不能将它们区分开来,还需要增加采样时间长度 T 。所以要完整全面地分析时域信号的频谱,必须要同时提高 f_s 及 T 。

由于电力部门治理谐波的主要依据是 GB/T 14549-93《电能质量公用电网谐波》,因为这是一个带“T”的国标,并且它对谐波没有具体的规定,所以在谐波方面,电力部门对用户的约束是有限的,在一定程度上导致了用户产生谐波的全面性和多样性。这种情况下,在谐波注入点进行准确全面的谐波在线监测就显得尤为重要。

在时间窗 T 一定的时候,通过采用新型的算法可以提高谐波分析的某些性能,但这往往是通过牺牲另一些性能得到的,如采用加汉宁窗的 FFT,可以减小泄漏,但也降低了分辨率。如前面所述,用户产生的谐波是比较复杂的,往往无法预知谐波的特性,所以在保证 f_s 足够大的情况下,适当地增加时间窗 T 是有必要的。在国内的电力系统中,谐波在线监测设备的应用日益广泛,而谐波在线监测的目的就是要尽可能多地得到谐波的全面信息,从而制定相应治理措施。而要得到非常全面的谐波信息,所需要的计算时间往往过长,谐波在线监测设备要进行采样、计算、写硬盘等一系列操作,如果计算时间过长则难以实现长时间的监测要求。所以有必要研究一种新型的算法,在有限的计算时间内对谐波进行最全面的分析计算。

2 二进时间窗 FFT 算法

本文提出一种二进时间窗 FFT 算法,在全面准确进行谐波分析的同时,计算时间只是略有延长,现将此算法介绍如下:

首先确定一个长度为 T 的时间窗,称之为基本时间窗,设第一个时间窗内采样点数为 N ,则最多有 N 个时间窗参加计算。在第一个时间窗内,采样频率为 f_s ,采样点数为 $N, N = 2^M, M$ 为正整数;第二个时间窗采样频率为 $f_s/2$,采样点数为 $N/2$,第 3、4 个时间窗采样频率为 $f_s/4$,采样点数为 $N/4$,以此类推,第 $2^{k-1} + 1$ 至 2^k 个时间窗的采样频率为 $f_s/2^k$,采样点数为 $N/2^k$,其中 k 为不大于 M 的非负整数。采样规则如表 1 所示,当 $k=0$ 时即对应普通的 FFT。

表 1 二进时间窗采样规则

Tab 1 Sample rules of binary scale time windows

K 值	采样规则
$K=0$	第一个时间窗采样频率为 f_s
$K=1$	第二个时间窗采样频率为 $f_s/2$
$1 < K < M$	第 $2^{k-1} + 1$ 至 2^k 个时间窗的采样频率为 $f_s/2^k$

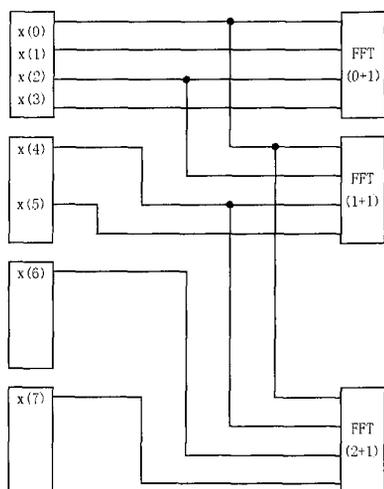


图 3 $N=4$ 二进时间窗 FFT 计算规则

Fig 3 Calculating rules of binary scale time windows FFT ($N=4$)

最多可以得到 $2^M = N$ 个时间窗,可以对前 2^k 个时间窗进行 $k+1$ 次 FFT,设采样频率 f_s 所对应的采样时间间隔为 T_s ,每一次 FFT 计算都会用到第一个采样点,第一次 FFT 计算利用的是第一个采样点及其后间隔为 T_s 的 $2^M - 1$ 个采样点,第二次 FFT 计算用的是第一个采样点及其后间隔为 $2T_s$ 的 $2^M - 1$ 点,第 $k+1$ 次 FFT 计算用的是第一个采样点及其后间隔为 $2^k T_s$ 的 $2^M - 1$ 个采样点,计算规则见表 2。

图 3 清楚地显示了当 $N=4$ 时利用二进时间窗进行 FFT 计算的思路,要补充说明的是,图中只是显示了由哪些点参加 FFT 计算,并没有将它们按 FFT 的计算规则排序,在实际编程计算过程中需要注意这一点。

表 2 二进时间窗计算规则

Tab 2 Calculating rules of binary scale time windows

第 $K+1$ 次 FFT	计算规则
$K=0$	间隔为 T_s 的 2^M 个采样点进行计算
$K=1$	间隔为 $2T_s$ 的 2^M 个采样点进行计算
$1 < K < M$	间隔为 $2^k T_s$ 的 2^M 个采样点进行计算

表 3 每次 FFT 计算所能准确分辨的频率

Tab 3 Distinguishable frequencies in FFT calculation

计算次数	能准确分辨的频率				
1	f_s	$2f_s$	$3f_s$	$4f_s$
2	$(1/2)f_s$	f_s	$(3/2)f_s$	$2f_s$
3	$(1/4)f_s$	$(1/2)f_s$	$(3/4)f_s$	f_s
.....

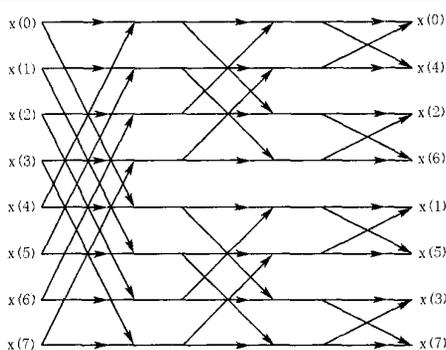


图 4 8 点 DIF 基 2 FFT 计算流程

Fig 4 FFT calculating flow of 8 points DIF radix 2

进行 $k+1$ 次 FFT 计算所需的时间是否为单次 FFT 计算所需时间的 $k+1$ 次呢? 设第一次 FFT 计算所需时间为 T_c ,则余下的 k 次 FFT 计算每次只需 $1/2 T_c$ 的时间。这是因为除了第一次 FFT 计算以外,每一次的 FFT 计算都有一半的计算量是和上一次重复的,所以重复部分可以略去不算,如表 3 所示。从图 4 的 8 点 DIF (频率抽取) 基 2 FFT 计算流程可以清楚地看出,图 4 中只有上半部分是需要计算的,节约了一半的计算时间。

对于一个基本时间窗为 T ,基本采样频率为 f_s 的二进时间窗 FFT 计算,进行一次完整的计算所跨越的时间长度为 NT ,需要进行的乘法次数为:

$$\frac{N}{2} \log_2 N + (1 + \log_2 N) \frac{N}{4} \log_2 N \quad (10)$$

而普通的 FFT,如果采样时间长度为 NT ,采样频率为 f_s ,则其需要进行的乘法次数为:

$$\frac{N^2}{2} \log_2 N^2 \quad (11)$$

用式 (10) 去除式 (11), 可得

$$\frac{3 + \log_2 N}{4N} \quad (12)$$

当 N 比较大时,式 (12) 的值是比较小的,如 $N = 1\ 024$ 时,式 (12) 的值为 $0\ 003\ 2$ 。

对二进窗的 FFT 计算进一步的分析,可知:进行 $K+1$ 次 FFT 计算,并不需要 $N(K+1)$ 个采样点的数据,因为其中有些采样点是可以重复使用的,例如第一个采样点就被利用了 $K+1$ 次,极大地提高了数据利用的效率,这也是二进窗 FFT 的一个重要特点。

事实上,采用二进时间窗的 FFT 变换,除了前述的计算特点外,它和普通的 FFT 计算是一样的,可以利用各种 FFT 的技巧进一步缩短计算时间,这里就不再赘述。在实际应用中,不一定需要进行完整的二进窗 FFT 计算,可按需要取前 $K+1$ 次计算,也可以按需要选择其中某几次 FFT 计算。

3 二进时间窗 FFT 的计算效果

考虑如下的信号:

$$x(t) = \sin(100t) + \sin(120t)$$

此信号由两个幅值相同,频率分别为 50 Hz 及 60 Hz 的两个正弦信号叠加而成,它包含了一个工频周期信号,及一个 1.2 倍式频的间谐波信号,如图 5 所示:

设基本采样周期 $T=0.02\text{ s}$,一个基本采样周期内采 128 个点,则一个基本周期内的 FFT 计算结果如图 6 所示,一个基本周期内的加汉宁窗 FFT 计算结果如图 7 所示。

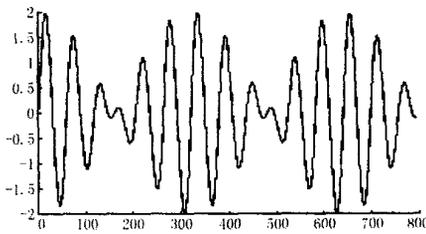


图 5 时域信号图

Fig 5 Time domain signal

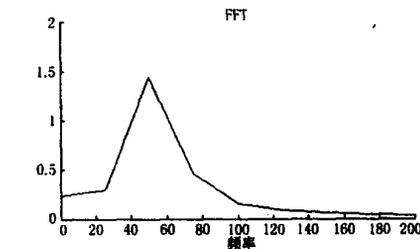


图 6 128 点 FFT 计算结果

Fig 6 FFT calculating results of 128 points

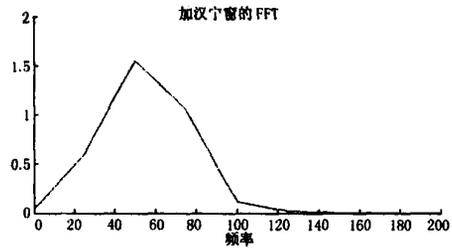


图 7 128 点加汉宁窗的 FFT 计算结果

Fig 7 FFT calculating results of 128 points based on Hanning windows

很显然,从图 6、图 7 中是分辨不出原信号中含有两个频率分量的。事实上,如果没有采用改进的算法,在一个基本周期内,不论采样频率有多高,此两种算法都无法将上述信号中的频率区分开来,有兴趣的读者可以试验之。

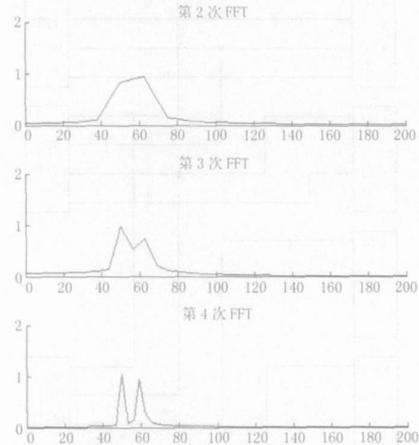


图 8 二进时间窗 FFT 计算结果

Fig 8 FFT calculating results of binary scale time windows

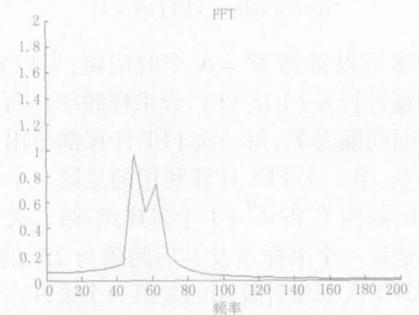


图 9 512 点 FFT 计算结果

Fig 9 FFT calculating results of 512 points

以 $T=0.02\text{ s}$ 为基本时间窗的二进时间窗 FFT 计算结果见图 8,图中给出的是第 2、3、4 次 FFT 计算,第一次 FFT 计算和图 6 是一样的。图 8 清晰地

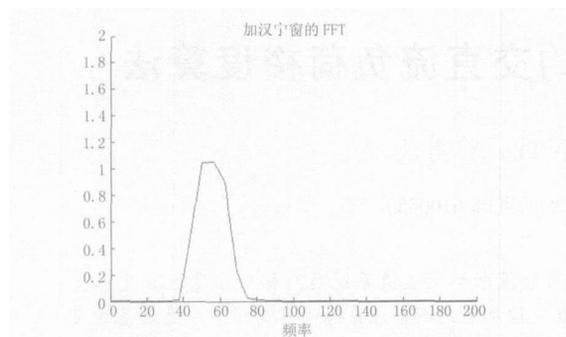


图 10 512点加汉宁窗 FFT计算结果

Fig 10 FFT calculating results of 512 points based on Hanning windows

显示了二进窗 FFT的计算思想,在进行第 4 次 FFT 计算时就已得了令人满意的结果。

为了便于比较,在基本采样频率 f_s 保持不变的前提下,又进行了 4 个采样周期长度的 FFT 计算及加汉宁窗 FFT 计算,之所以要进行这样的比较,是因为此时这两种计算所需要的时间已超过了基本时间窗为 T 的二进时间窗 FFT 计算,此时参加计算的点数为 512。计算结果如图 9 及图 10 所示,可以看出,计算周期延长至 $4T$ 后,FFT 可以分辨出原信号的两个频率分量,它的计算精度相当于二进时间窗的第三次 FFT 计算。而加汉宁窗的 FFT 还是不能将两个频率分量区分开来,其实这个结果也是符合前面的分析的,即加汉宁窗的 FFT 降低了频率分辨率。所以此算例中,在相同计算时间的前提下,二进时间窗 FFT 的结果是最佳的。

4 结论

二进时间窗 FFT 是充分考虑了计算时间及计算精度的一种算法,它是基于信号高频分量持续时间短、低频分量持续时间长这一特点,在计算时间及计算精度之间取得一个较佳的平衡点。

二进时间窗 FFT 的理论基础十分成熟,完全可以利用传统 FFT 的技巧及经验,对于现有的谐波监测设备而言,只需要在原有的软硬件基础上稍加改进既可,在不明显增加投资的情况下提高设备的性

能,对应对电力系统中日益复杂严重的谐波污染,有一定的推广价值。

参考文献:

- [1] 胡广书. 数字信号处理 [M]. 北京:清华大学出版社, 2003.
HU Guang-shu Digital Signal Process[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.
- [2] Nguyen T T. Parametric Harmonic Analysis of Power Systems[Z].
- [3] Working Group 36.05. Harmonics, Characteristic Parameters, Methods of Study, Estimates of Existing Values in the Network[J]. CIGRE, Electra, 1981, (77).
- [4] 林海雪. 电力系统中的谐波问题 [J]. 供用电, 2001, (3): 6-9.
LN Hai-xue Interharmonic Problems in Electrical Power System[J]. Distribution & Utilization, 2001, (3): 6-9.
- [5] 张伏生, 耿中行, 葛耀中. 电力系统谐波分析的高精度算法 [J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(3): 63-66.
ZHANG Fu-sheng, GENG Zhong-xing, GE Yao-zhong FFT Algorithm with High Accuracy for Harmonic Analysis in Power System [J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 19(3): 63-66.
- [6] Grandke T. Interpolation Algorithms for Discrete Fourier Transforms of Weighted Signals[J]. IEEE Trans on M, 1983, 32: 350-355.
- [7] Andria G, Savino M, Trotta A. Windows and Interpolation Algorithms to Improve Electrical Measurement Accuracy[J]. IEEE Trans on M, 1989, 38: 856-863.
- [8] GB/T 14549 - 93, 电能质量公用电网谐波 [S].
GB/T 14549 - 93, Power Quality Common Power Net Harmonic [S].

收稿日期: 2006-05-31; 修回日期: 2006-07-18

作者简介:

戚伟 (1983 -), 女, 硕士研究生, 研究方向为嵌入式系统在线监测系统中的应用; Email: qi_carol@sjtu.edu.cn

黄成军 (1970 -), 男, 博士, 副教授, 研究方向为大型电气设备在线监测和故障诊断技术;

钱勇 (1977 -), 男, 博士研究生, 研究方向为大型电气设备在线监测和故障诊断。

Binary scale time windows FFT for harmonic analysis

QI Wei, HUANG Cheng-jun, QIAN Yong, HUANG Fang-neng, XU Bing-yan

(1. Department of Electrical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 100240, China;

2. Shanghai Municipal Electric Power Company, Shanghai 200122, China)

(下转第 26 页 continued on page 26)

- [6] 郭瑞鹏, 韩祯祥. 电压崩溃临界点计算的改进零特征根法 [J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(5): 63-66.
GUO Rui-peng, HAN Zhen-xiang. An Improved Zero Eigen Value Method for Point of Collapse [J]. Proceedings of the CSEE, 2000, 20(5): 63-66
- [7] Irisarri G D, Wang X, Tong J, et al. Maximum Load Ability of Power Systems Using Interior Point Non-linear Optimization Method [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1997, 12(1): 1622-1629.
- [8] 郭瑞鹏, 韩祯祥, 王勤. 电压崩溃临界点的非线性规划模型及算法 [J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(4): 14-17.
GUO Rui-peng, HAN Zhen-xiang, WANG Qin. Nonlinear Programming Model & Algorithm for Point of Collapse [J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 19(4): 14-17.
- [9] 李华强, 刘亚梅, Yorino N. 鞍结分岔与极限诱导分岔的电压稳定性评估 [J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(24): 56-60.
LI Hua-qiang, LIU Ya-mei, Yorino N. Voltage Stability Assessment for Saddle Node Bifurcation and Limit Induced Bifurcation [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(24): 56-60.
- [10] 胡林献, 陈学允. 崩溃点法交直流联合系统电压稳定性分析 [J]. 中国电机工程学报, 1997, 17(6): 395-398.
HU Lin-xian, CHEN Xue-yun. Point of Collapse Method Applied to Voltage Stability Analysis of AC/DC Power System [J]. Proceedings of the CSEE, 1997, 17(6): 395-398.
- [11] Canizares C A, A lvarado F L, DeMarco C L. Point of Collapse Methods Applied to AC/DC Power Systems [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1992, 7(2): 673-683.
- [12] Canizares C A, A lvarado F L. Point of Collapse and Continuation Methods for Large AC/DC Systems [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1993, 8(1): 1-8.
- [13] 顾成华, 胡林献. 连续潮流法交直流联合电力系统静态电压稳定性研究 (硕士学位论文) [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2003.
- [14] 王锡凡, 方万良, 等. 现代电力系统分析 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.
WANG Xi-fan, FANG Wan-liang, et al. Modern Power System Analysis [M]. Beijing: Science Press, 2004.

收稿日期: 2006-06-13; 修回日期: 2006-07-13

作者简介:

王秀婕 (1980 -), 女, 硕士研究生, 研究方向电压稳定及其优化问题; E-mail: wxjie-0829@163.com

李华强 (1965 -), 男, 博士, 教授, 从事电压稳定及优化问题研究;

李波 (1981 -), 男, 硕士研究生, 研究方向电力系统安全监控及状态检修。

An algorithm for voltage stability assessment of AC/DC power system based on continuation method and interior point theory

WANG Xiu-jie, LI Hua-qiang, LI Bo, ZENG Yong-bo

(School of Electrical Engineering and Information, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: A new segment solution for solving load margin of AC/DC power system is proposed in this paper based on continuation method and interior point algorithm. The load increment between the original point and the point when the DC control mode alters, can be solved with continuation method. As the Jacobian and Hessian matrix of AC/DC system is extrapolated from the coupled relationship of AC/DC network, the load margin of AC/DC system after DC control mode is adjusted can be calculated with interior point method. The method characterizes by its theoretical square convergence, convenience of considering restrain of DC system variable and adjusting rationally operation mode. Simulation results show the veracity of the solution.

Key words: AC/DC power system; voltage stability; continuation method; interior method; load margin

(上接第 21 页 continued from page 21)

Abstract: Various harmonics exist in the electrical power system. The harmonics include both integer harmonics and non-integer harmonics. It is hard to analyze all the harmonics accurately. In order to improve the precision of harmonic analysis, this paper presents a new algorithm after binary scale time windows FFT based on traditional algorithm. This algorithm considers the calculative time and precision well. The results of the test indicate that this algorithm can guarantee the accuracy and raise the resolving power in the harmonic analysis without increasing the hardware level and the time of calculation obviously. It can reduce the increasingly serious harmonic pollution in power system effectively.

Key words: harmonic; FFT; binary scale time windows