

基于扩展方程法的电力系统双参数分岔边界的计算

郭力, 张尧, 刘永强

(华南理工大学电力学院, 广东 广州 510640)

摘要: 通过对电力系统某些模型的研究, 发现系统在鞍结分岔 (SNB) 前会经历 Hopf 分岔 (HB) 的失稳, 采用 Hopf 分岔理论研究电力系统的稳定运行问题, 能够比较全面地考虑非线性系统的非线性性态, 深入揭示系统失稳的机理。然而以往的间接法在计算 Hopf 分岔点时, 每次改变参数都要计算系统雅可比 (Jacobian) 矩阵的特征值并判断是否出现一对实部为零的共轭虚根, 导致计算量较大。而直接法对初值的要求比较严格。文中引入双参数构造系统的扩展方程求解 SNB 分岔曲线, 并寻找系统的高阶分岔点 TB 点, 由于 TB 点是 SNB 曲线与 HB 曲线的交点, 以该点为初始值, 采用扩展方程可以直接求解双参数下的 Hopf 分岔曲线, 进而得到系统在双参数下的分岔边界。

关键词: 非线性分岔理论; Hopf 分岔; 扩展方程; TB 点

中图分类号: TM711 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2006)12-0020-05

0 引言

结构稳定性是指当动力系统受到扰动变为“邻近”的动力系统时, 系统的拓扑结构保持不变的性质。如果某个动力系统是结构不稳定的, 则任意小的扰动都会使系统的拓扑结构发生突然的变化, 即发生结构失稳。随着分岔研究的深入, 已经知道系统的分岔与系统的结构稳定性是密切相关的, 当系统结构失稳, 就必然存在着局部或者全局的分岔, 因此可以通过对分岔现象的研究, 来探讨系统的结构稳定性。

电力系统是一个复杂的非线性系统, 分岔理论作为分析系统结构稳定的方法已经在电力系统稳定问题的研究 (特别是针对电压稳定以及非线性振荡问题的研究) 中得到了广泛应用。在许多典型电力系统模型中, 发现的分岔类型主要有鞍结分岔 (SNB)、霍普夫分岔 (HB) 和奇异诱导分岔 (SB)^[1-4]。文献 [5] 研究了电压失稳与 SNB 的关系, 指出在 SNB 点电力系统某些负荷节点的电压失去稳定。文献 [6] 通过对简单模型的分析, 发现系统在 SNB 前经历了 Hopf 分岔, 在 Hopf 分岔点处系统维持周期性振荡或者振幅不断加大而导致失稳。SB 是微分代数方程中由于代数方程奇异所发生的分岔, 它是微分代数方程中所特有的现象, 本文主要对前两种分岔进行分析。

求取分岔点并采取有效措施使得系统运行点远离分岔点对于系统的安全稳定运行有重要意义。目前的研究主要集中在单参数分岔点的求取, 通过追踪电力系统一维平衡点 (解) 流形, 即系统平衡点随参数变化时的函数曲线, 在此过程中利用局部分岔条件来判断是否发生分岔以及分岔的类型, 该方法又称为间接法^[8]。针对 SNB 点附近系统雅可比 (Jacobian) 矩阵奇异, 文献 [8] 利用实验函数, 通过内插与外推来逼近分岔点, 但通常只能得到分岔点的近似解。文献 [9, 10] 通过变换 Jacobian 矩阵 $A(u)$, 将特征根穿越虚轴化为穿越单位圆的问题来求取系统的 Hopf 分岔点; 文献 [11] 利用胡维茨 (Hurwitz) 行列式研究 Hopf 分岔问题, 建立了 Hopf 分岔的代数方法等。

间接法在计算 SNB 和 Hopf 分岔点时, 为了不至于漏掉系统分岔点, 在进行搜索计算时, 控制参数的步长不能取得太大, 这样就导致了循环次数的增加, 计算量的增大, 且该方法只适合于单参数系统。文献 [12] 采用 Auto 计算软件, 选取负荷有功无功作为分岔参数, 对一个典型电力系统模型进行了双参数研究, 得到了以往单参数分岔未能发现的一些现象, 并做了进一步的讨论。直接法 (扩展方程法) 的原理是利用分岔点所满足的平衡点条件和分岔条件来构造代数方程进行求解。文献 [13] 通过增加扩展方程来构造决定性系统的办法, 由于决定性系统在分岔点处 Jacobian 矩阵非奇, 使用牛顿法可以获得这个决定性系统的解。文献 [14] 利用延拓法和

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (50337010); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目 (20020561004)

直接法相结合求解三机九节点系统的双参数分岔边界。

通常情况下求解 Hopf分岔的扩展方程对初值的要求比较严格,为了准确地求解 Hopf分岔点,本文在直接法的基础上通过寻找系统在双参数下的高阶分岔点 Takens-Bogdanov点(简称TB点),即HB分岔曲线和SNB分岔曲线的交点,并以该点做初值利用扩展方程求取 Hopf分岔点,进一步得到系统在双参数下的由SNB曲线和HB曲线所构成的分岔边界,最后通过典型的三节点系统验证了算法的可靠性。

1 双参数扩展方程法的描述

1.1 扩展方程

以常微分方程表示的动力学系统为:

$$\dot{x} = f(x, p) \quad (1)$$

其中: x 为状态变量, p 为可变参数,令 (x, p) 为满足 $f(x, p) = 0$ 的系统的定常解曲线,且在 $n+1$ 维空间中定义了一个一维解流形,称其为平衡解流形^[15],可以使用逐点求解的方法追踪该解流形。如果方程(1)的平衡解流形在某个平衡点具有唯一零特征根和一对共轭纯虚根,则系统在该平衡点处满足鞍结分岔和霍普夫分岔。对于鞍结分岔点,本文采用二次转折分岔点的扩展方程进行计算^[13, 18],其形式如下:

$$F(z) = \begin{cases} f(x, p) \\ f_x(x, p)\phi \\ |\phi - 1| \end{cases} = 0 \quad (2)$$

式中: ϕ 为右奇异向量, $1 \in R^n$ 为任意选择向量,方程(2)是具有 $2n+1$ 个未知数的 $2n+1$ 阶系统。

引理 1: 平衡点 (x_0, p_0) 是二次转折分岔点,当且仅当点 (x_0, p_0, ϕ_0) 是方程(2)的正则解^[18]。

对于霍普夫分岔点其扩展方程如下:

$$F(z) = \begin{cases} f(x, p) \\ f_x(x, p)\partial + \\ |\partial - 1| \\ f_x(x, p) - \\ l \end{cases} = 0 \quad (3)$$

平衡点 (x_0, p_0) 是 Hopf分岔点当且仅当 (x_0, p_0) 是方程(3)的正则解。

考虑由微分代数方程表示的电力系统,

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, p), f: R^{n+m+p} \rightarrow R^n \\ 0 = g(x, y, p), g: R^{n+m+p} \rightarrow R^m \end{cases} \quad (4)$$

其中: x 是电力系统设备的状态变量,如同步发电机的功角、发电机的角速度、感应电动机的滑差, y 是系统的代数变量,如母线电压或注入电流, p 和 q 是系统的一个时不变的标量参数,通常表示为母线的无功或有功。该系统的平衡解流形满足如下方程

$$\begin{cases} f(x, y, p) = 0 \\ g(x, y, p) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

则该系统发生鞍结分岔和霍普夫分岔的必要条件是系统状态矩阵 $A_s = f_x f_y g_y^{-1} g_x$ 有一个特征根为零或者有一对共轭特征虚根。

为了方便计算,把系统(5)中的两个方程合为一组方程:

$$F(x, y, p) = 0 \quad (6)$$

根据式(2)和(3)提供的扩展方程即可追踪一维平衡解流形上的鞍结分岔点和霍普夫分岔点。但是方程(3)对初值要求比较严格,本文引入高阶分岔TB点作为求解 Hopf分岔的初值点。

1.2 双参数系统中的高阶分岔

如果把上述电力系统模型扩展为带两个参数的非线性系统:

$$F(x, y, p, q) = 0 \quad (7)$$

假设平衡点 (x_0, p_0, q_0) 是一个简单二次转折分岔点,且满足如下方程,

$$F(z) = \begin{cases} f(x, p, q) \\ f_x(x, p, q)\phi \\ |\phi - 1| \end{cases} = 0 \quad (8)$$

和非退化条件

$$\begin{cases} \phi \notin R(f_x(x, p, q)) \\ f_x(x, p, q) \notin R(f_x(x, p, q)) \\ f_{xx}(x, p, q) \notin R(f_x(x, p, q)) \end{cases} \quad (9)$$

于是在 (x_0, p_0, q_0) 附近存在唯一的解曲线 $(x(q), p(q), q)$ 使 $(x(q), p(q), q)$ 都是二次转折分岔点。如果继续追踪该解曲线,某一个鞍结分岔点的非退化条件可能被破坏,导致更为复杂的高阶分岔点, TB点就是其中的一种。通过余维数可以得到一个对上述现象粗浅的解释,如果某个分岔点的余维数是 m ,那么恰好需要 m 个参数来保证这个分岔点的存在,即在只有 $m-1$ 个参数时这种分岔点不可能存在,而在 m 维参数空间中它是一个孤立点,在 $m+1$ 维参数空间中它是由一条或者几条曲线组成的一维流形。因此当使用一个变化的参数追踪平衡解流形时,有可能在某一个点使得系统 Jacobian 矩阵奇异,即该点就是鞍结分岔点。如果分别对两个参数进行控制,就可以得到一条奇异点曲线,奇异点的

余维数为 1,而对于 TB 点,余维数为 2。

围绕双参数系统考虑如下求解 Hopf分岔的扩展方程:

$$F(z) = \begin{cases} f(x, p, q) \\ f_x(x, p, q) \partial + \\ l \partial - 1 \\ f_x(x, p, q) - \\ l \end{cases} = 0 \quad (10)$$

引理 2:设平衡点 (x_0, p_0, q_0) 是方程 (10) 的正则解,且满足二次音叉分岔点的条件,则 (x_0, p_0, q_0) 是一条转折分岔曲线与一条 Hopf分岔曲线的交叉点^[18]。

采用方程 (8) 求解 SNB 曲线,得到一系列 SNB 点,并求出相应的双参数值和系统特征矩阵 f_x 在 SNB 分岔曲线上零特征根所对应的左右特征向量, j 与 j , 当左右特征向量的乘积改变符号时,即 $(j, j) (j+1, j+1) < 0$, 在 j 和 $j+1$ 之间必有 TB 点^[18], 以该 TB 点作为初始近似值,利用方程 (10) 计算 HB 曲线。

2 算例分析

本文的算例采用如图 1 所示的简单电力系统,该模型是在电压失稳研究分析中的常见模型,在多篇文献中已有具体描述^[3,7,12]。

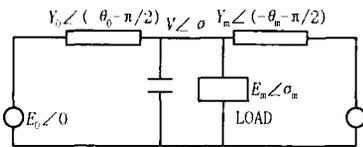


图 1 典型 3 节点系统

Fig 1 A typical three-bus system

负荷模型采用 W alve 模型,该模型包含有一个感应电动机模型和一个恒功率模型,感应电动机模型反应了感应电机有功和无功随电压和频率的变化,感应电动机与恒功率负荷的并联模型为:

$$P = P_0 + P_1 + K_{pw} + K_{pv} (V + TV)$$

$$Q = Q_0 + Q_1 + K_{qv} + K_{qv2} V^2$$

式中: P_0, Q_0 是感应电动机中的恒定有功、无功, P_1, Q_1 是恒 PQ 模型。

系统状态方程为:

$$\begin{aligned} \dot{m} &= \\ &= 16\ 666\ 67 \sin(\delta_m - \delta_n) V - \\ &\quad 0\ 166\ 67 + 1\ 880\ 74 \\ &= 496\ 871\ 8V^2 - 166\ 666\ 67 \cos(\delta_m - \delta_n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &0\ 087\ 27) V - 666\ 666\ 667 \cos(\delta_m - \delta_n) \\ &0\ 209\ 44) V - 93\ 333\ 33V + 33\ 333\ 33Q_1 + \\ &43\ 333\ 33 \\ \dot{V} &= -78\ 763\ 84V^2 + 26\ 217\ 22 \cos(\delta_m - \delta_n) \\ &0\ 012\ 41) V + 104\ 868\ 87 \cos(\delta_m - \delta_n) \\ &0\ 134\ 58) + 14\ 522\ 88V - 5\ 228\ 76Q_1 - \\ &7\ 032\ 68 - 0\ 392\ 157P_1 \end{aligned}$$

设 $P_1 = 0$,以 Q_1 作为分岔参数,依次增加 Q_1 得到一条定常解曲线,在 $Q_1 = 11.411\ 447$ 处系统发生鞍结分岔。进一步采用延拓算法减小 P_1 得到 TB 点,具体计算结果如表 1 所示。以 TB 点作为初始点,采用扩展方程计算 TB 点附近的 HB 点,依次增大 P_1 得到 HB 曲线。分岔边界如图 2 所示。

表 1 零特征根左右特征向量乘积

Tab 1 Multiply of the left and right eigenvector

P_1	-0.99	-1	-1.01	-1.02
TB	0.525 72	0.515 6	0.505 3	-1.94e-015

从图 2 可以看出,参数 P_1 在从 0 开始的范围内,有两支 Hopf分岔曲线,随着参数不断增大,这两支 Hopf分岔逐渐接近,最后重合,此时沿无功 Q_1 增大的方向,系统只有一个 Hopf分岔点,该点称为 Hopf分岔曲线的极值点。如图 3 所示,系统在 $Q_1 = 10.946, P_1 = 0$ 处受到微小扰动下有等幅周期性振荡,该 Hopf分岔称为次临界分岔。如图 4 所示,在 $Q_1 = 11.406\ 75, P_1 = 0$ 处具有稳定的周期解,该分岔点称为超临界分岔。对于电力系统而言无论是次临界分岔还是超临界分岔,在实际中都会导致系统的不稳定。

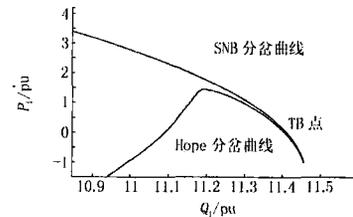


图 2 双参数分岔边界图

Fig 2 Two-parameter bifurcation boundary

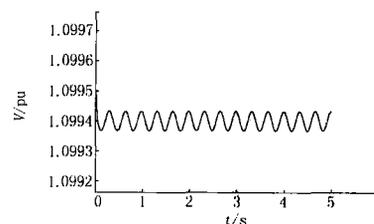


图 3 系统在分岔点附近的时域仿真 ($Q_1 = 10.946, P_1 = 0$)

Fig 3 Time domain simulation results of the system near the bifurcation point ($Q_1 = 10.946, P_1 = 0$)

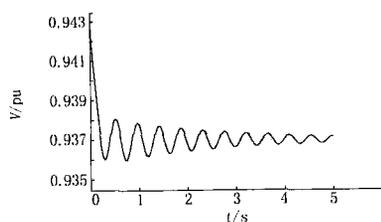


图 4 系统在分岔点附近的时域仿真 ($Q_1 = 11.40675, P_1 = 0$)

Fig 4 Time domain simulation results of the system near the bifurcation point ($Q_1 = 11.40675, P_1 = 0$)

3 结论

本文采用扩展方程法求解电力系统微分代数方程在二维参数下的分岔边界,通过引入双参数构造系统的特征方程从而求解鞍结分岔曲线,同时寻找系统的 TB 点,以该点为初始值,直接求解双参数下的 Hopf 分岔曲线,进而得到系统在双参数下的分岔边界,这种方法不仅避免了系统 Jacobian 矩阵在 SNB 分岔点附近出现奇异,而且克服了 Hopf 分岔扩展方程牛顿迭代法初值选取的困难,提高了计算速度。本文最后利用一个典型的电力系统算例验证了该算法的有效性。

参考文献:

- [1] Tan C W, Varghese M, Varaiya P, et al Bifurcation, Chaos, and Voltage Collapse in Power Systems[J]. Proceedings of the IEEE, 1995, 83(11): 1484-1496
- [2] Kwatny H G, Fischl R F, Nwankpa C O. Local Bifurcation in Power Systems: Theory Computation and Application[J]. Proceedings of the IEEE, 1995, 83(11): 1456-1483.
- [3] Ajjarapu V, Lee B. Bifurcation Theory and Its Application to Nonlinear Dynamical Phenomena in an Electrical Power System[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1992, 7(1): 424-429.
- [4] Seydel R. Practical Bifurcation and Stability Analysis from Equilibrium to Chaos[M]. New York: Springer-berlag, 1994.
- [5] Kwatny H G, Pasrija A K, Bahar L Y. Static Bifurcations in Electric Power Networks: Loss of Steady State Stability and Voltage Collapse [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems, 1986, 33: 981-991.
- [6] Ajjarapu V, Lee B. Bifurcation Theory and Its Application to Nonlinear Dynamical Phenomena in an Electrical Power System[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1992, (7): 424-431.
- [7] Dobson L, Chiang H D, Thorp J S A Model of Voltage Collapse in Electric Power System[A]. Proceedings of the 27th Conference on Decision and Control Austin: 1988 2104-2109.
- [8] 曹国云,陈陈. 间接法计算非线性电压稳定模型的平衡点分岔值 [J]. 电力系统自动化, 1999, 23(21): 17-20
CAO Guo-yun, CHEN Chen Calculation of Bifurcation Values of Equilibrium for Non-linear Voltage Stability Model by Indirect Method [J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(21): 17-20.
- [9] 武际成,周昆. 高维 Hopf 分岔的数值方法 [J]. 北京大学学报 (自然科学版), 1993, 29(5): 574-582
WU Ji-cheng, ZHOU Kun Numerical Copulation for High Dimension Hopf Bifurcation [J]. Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Pekinensis, 1993, 29(5): 574-582
- [10] 胡国根,彭志炜. 研究电力系统电压动态稳定性的一种新方法: 上 [J]. 电力系统自动化, 1999, 21(23): 32-36
HU Guo-gen, PENG Zhi-wei A New Method for Studying the Voltage Dynamic Stability of Power System by Using Bifurcation Theory: Part One [J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 21(23): 32-36
- [11] 陈文成,陈国良. Hopf 分岔的代数判据 [J]. 应用数学学报, 1992, 15(2): 251-259.
CHEN Wen-cheng, CHEN Guo-liang An Algorithm Criterion for Hopf Bifurcation [J]. Acta Mathematicae Applicatae Sinica, 1992, 15(2): 251-259.
- [12] 唐云,等. 典型电力系统模型的双参数分岔分析 [J]. 电力系统自动化, 2000, 24(6): 1-5.
TANG Yun, et al Two-Parameter Bifurcation Analysis on a Typical Power System Model [J]. Automation of Electric Power Systems, 2000, 24(6): 1-5.
- [13] 刘永强,严正,倪以信. 基于辅助变量的潮流方程二次转折分岔点的直接算法 [J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(5): 9-13
L U Yong-qiang, YAN Zheng, NI Yi-xin An Auxiliary Variable Based Direct Method for Computing Quadratic Turning Bifurcation Points of Power Flow Equations [J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(5): 9-13
- [14] 曹国云,刘丽霞,赵亮,等. 基于延拓法的电力系统稳定模型中二维参数局部分岔边界的计算 [J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(8): 13-16
CAO Guo-yun, L U Li-xia, ZHAO Liang, et al Continuation Method to Compute Two-Dimensional Parameter Local Bifurcations Boundary in Power Systems Stability Differential-Algebraic Equation Model [J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(8): 13-16
- [15] 彭志伟,胡国根,韩桢祥. 电力系统平衡解流形的追踪

- 与电压失稳分岔点的搜索 [J]. 中国电机工程学报, 1998, 18(3): 173-177.
- PENG Zhi-wei, HU Guo-gen, HAN Zhen-xiang Tracing of the Power System Equilibrium Solution Manifold and Searching for the Instability Bifurcation Point [J]. Proceedings of the CSEE, 1998, 18(3): 173-177.
- [16] 曹国云, 陈陈. 中心流形方法简化分析与电压崩溃现象相关联的 Fold 分岔 [J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(7): 40-43.
- CAO Guo-yun, CHEN Chen Center Manifold Method to Simplify the Analysis of Fold Bifurcation Associated with Voltage Collapse [J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(7): 40-43.
- [17] 李忠, 张波. 基于中心流形定理得永磁同步电动机模型的分支分析 [J]. 控制理论与应用, 2000, 17(3): 317-320.
- LI Zhong, ZHANG Bo Bifurcation Analysis of the Permanent Magnet Synchronous Motor Models Based on the Center Manifold Theorem [J]. Control Theory and Application, 2000, 17(3): 317-320.
- [18] 吴微. 解非线性分枝问题的扩展方程方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1993.
- WU Wei Solving Nonlinear Bifurcation Problems by Extended Equations [M]. Beijing: Science Press, 1993.

收稿日期: 2005-12-21; 修回日期: 2006-04-04

作者简介:

郭力 (1981-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为电力系统电压稳定与最优协调控制; Email: guolidir@sohu.com

张尧 (1948-), 男, 教授, 博士生导师, 长期从事电力系统运行分析与控制、电压稳定性等方面的研究工作;

刘永强 (1965-), 男, 副教授, 主要研究方向为非线性动力系统理论、电力系统稳定性及电力电子变流技术。

An extended equations method to compute two-dimensional parameter bifurcations boundary in power systems

GUO Li, ZHANG Yao, LIU Yong-qiang

(School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: By much research on power system models, the system will experience Hopf Bifurcation (HB) before the Saddle-Node Bifurcation (SNB). By using Hopf Bifurcation theory to analyze the stability operation of electric power system, the nonlinear characteristics of nonlinear systems can be totally involved and the instability reasons for systems is revealed deeply. While to calculate the Hopf Bifurcation point, the previous methods involve a great deal of computation of the eigenvalues of system's Jacobian matrix and decision whether the real parts of the eigenvalues were zero when there exist any changes of the parameters in the system. In this paper, by using two parameters, the extended equations is set up for getting SNB curve and the advanced bifurcation point, TB point. Since the TB point is the intersection point of the SNB curve and the Hopf Bifurcation curve, the Hopf Bifurcation curve of the system can be calculated by setting the TB point as the initial value of the extended equations. Furthermore, the two-dimensional parameter bifurcation boundary of the system can be obtained.

This project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50337010) and Special Scientific and Research Funds for Doctoral Speciality of Institution of Higher Learning (No. 200205061004).

Key words: nonlinear bifurcation theory; Hopf Bifurcation; extended equation; TB point

《继电器》精装合订本限量出售

为满足广大读者的需求,继电器杂志社连续推出了 2004、2005 年收藏版合订本,装帧精美、质地优良,总量 20 套,每套 300 元,欲购从速。

联系电话: 0374 - 3212444 联系人: 付永生

汇款地址: 河南省许昌市许继大道 32 号继电器杂志社 461000

开户行: 许昌市工行五一路支行

户名: 许昌继电器研究所

账号: 1708023029021010058 - 051