

# 粒子群优化算法在配电网网架优化规划中的应用

徐珍霞, 顾洁

(上海交通大学电气工程系, 上海 200240)

**摘要:** 粒子群优化 (PSO) 算法已经成功地用于求解连续域问题, 但是对于离散域问题的求解研究还很少。文中使用模糊离散粒子群优化算法, 用于求解配电网网架优化问题。采用模糊矩阵表示粒子的位置和速度。为了处理配电网辐射性结构的约束条件, 引入了图论中的最小生成树问题。最后对算例进行测试, 检验该方法的有效性及应用效果。

**关键词:** 粒子群优化算法; 配电网; 电网规划; 模糊矩阵; Prufer数

**中图分类号:** TM715 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2006)06-0029-05

## 0 引言

城市配电网规划的最终目的是根据规划期内的负荷水平及电源规划确定相应的最佳配电网结构, 以满足经济可靠的配电需求。

配电网网架优化涉及到馈线建设时间、建设地点和线径等的最优选择, 以满足负荷增长的需求, 同时服从馈线容量、电压降落、网络结构、可靠性等约束。因此, 网架优化是一个大规模的组合优化问题。

常规的数学优化方法很难在合理时间内得到问题的最优解。现代启发式方法 (遗传算法 GA (Genetic Algorithm)、禁忌搜索法 TS (Tabu Search)、蚁群算法 ACA (Ant Colony Algorithm) 等) 的应用为网架优化提供了新的思路。但是, 各类启发式算法都有一些不足之处<sup>[1-4]</sup>, 与其它智能启发式算法相比较, 粒子群优化 PSO (Particle Swarm Optimization) 算法具有计算简单、容易实现同时又有深刻的智能背景等优点。但与此同时, 国内对于 PSO 算法的研究还较少, 尤其是将其运用于电力系统的研究起步较晚<sup>[5]</sup>。

文献 [6] 研究了 PSO 算法在输电网络扩展规划中的应用, 以投资回收效益、设备成本 (包括传输线、铁塔、变电站、开关设备、变压器、补偿设备等) 和电能损耗费用之和最小为目标函数, 建立了扩展输电网络的最小费用模型, 设计了基于 PSO 的求解算法。并以 IEEE 7 节点系统为例进行测试, 测试结果表明应用 PSO 方法求解电网扩展规划问题是可行的。但该文只是 PSO 算法在电网规划中应用的开始, 还有许多问题有待深入研究。

因此本文尝试将 PSO 算法运用于配电网优化

规划中, 以期对配电网优化规划提供一种新的方法与思路。

## 1 粒子群优化算法

粒子群优化算法是由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的一种优化算法<sup>[7]</sup>, 是一种基于群智能方法的演化计算技术。

假设在一个  $D$  维的目标搜索空间中, 有  $m$  个粒子组成一个群落, 其中第  $i$  个粒子表示成一个  $D$  维的向量  $\vec{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ , 即第  $i$  个粒子在  $D$  维搜索空间中的位置是  $\vec{x}_i$ 。换言之, 每个粒子的位置就是一个潜在的解。将  $\vec{x}_i$  代入一个目标函数就可以计算出其适应值, 根据适应值的大小衡量  $\vec{x}_i$  的优劣。第  $i$  个粒子的飞翔速度也是一个  $D$  维向量, 计为  $\vec{v}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ 。计第  $i$  个粒子迄今为止搜索到的最优位置为  $\vec{p}_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ , 整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置为  $\vec{p}_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$ 。

粒子群优化算法一般采用下面的公式对粒子进行操作:

$$v_{id}^{t+1} = v_{id}^t + c_1 r_1 (p_{id}^t - x_{id}^t) + c_2 r_2 (p_{gd}^t - x_{id}^t) \quad (1)$$
$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \quad (2)$$

其中:  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $d = 1, 2, \dots, D$ ;  $c_1$  是惯性权重, 使微粒保持运动惯性, 使其有扩展搜索空间的趋势, 有能力探索新的区域。 $c_1$  和  $c_2$  是非负常数, 称为学习因子, 代表将每个微粒推向  $p_{best}$  (粒子个体历史最优位置) 和  $p_{gbest}$  (粒子群体历史最优位置) 的统计加速项的权重, 低的值允许微粒在被拉回之前可以在目标区域外徘徊, 而高的值则导致粒子突然地冲向或越过目标区域;  $r_1$  和  $r_2$  是介于  $[0, 1]$  间的随机数。

$v_{id} \in [-v_{max}, v_{max}]$ ;  $v_{max}$  是常数, 由用户设定, 决定当前位置与最好位置之间的区域的分辨率 (或精度), 如果  $v_{max}$  太高, 微粒可能会飞过好解, 如果  $v_{max}$  太小, 微粒则不能在局部好区间之外进行足够的探索, 导致陷入局部最优值。

## 2 粒子群优化算法在高压配电网网架优化中的应用

### 2.1 数学模型的建立

选取配电网的一次投资为目标函数, 建立配电网网架优化的单阶段静态优化模型:

$$Z = L \quad (3)$$

式中:  $Z$  为线路综合造价 (万元),  $L$  为单位长度线路造价 (万元 / km),  $L$  为线路的总长度 (km)。

约束条件: (1) 必须保障网络的连通性, 即确保每个负荷点均与网络连通。(2) 必须满足网络辐射性约束。

### 2.2 Prufer 数编码树

辐射性的约束条件, 是配电网网架优化问题的一个难点, 因为它无法用数学表达式来表示, 所以本文引入图论中的最小生成树问题<sup>[8]</sup>。

受到粒子群优化算法本身的限制, 一般的编码方式难以与粒子的位置和速度相结合。所以本文采用 Prufer 数对树进行编码与解码, 先通过模糊矩阵得到一个 Prufer 数, 再对 Prufer 数进行解码, 得到一组线路序列, 并由此计算相应的适应度值。

图论计算中的一个经典的定理是 Cayley 定理, 即在一个  $n$  个端点的完全图中有  $n^{n-2}$  个不同的树。Prufer 证明可以仅用  $n-2$  个数字的排列来唯一地表达一棵树, 其中每个数字都是 1 和  $n$  之间的整数。这个排列通常称为 Prufer 数。Prufer 数的编码及解码过程见文献 [9]。

### 2.3 模糊矩阵表示 Prufer 数与端点的关系

当论域  $X, Y$  都是有限集合时, 模糊关系可以用模糊矩阵来表示。设

$X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}, Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ , 则从  $X$  到  $Y$  的模糊关系可以写成:

$$R = (r_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ r_{m1} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中:  $r_{ij} \in [0, 1]$ , 它表示论域  $X$  中第  $i$  个元素与  $X_i$  论域  $Y$  中的第  $j$  个元素  $Y_j$  对于关系  $R$  的隶属程度。

本文采用一个  $m \times n$  阶模糊矩阵表示 Prufer 数与各个端点间的关系, 其中  $n$  为端点数目, 即变电站

和负荷点的个数和;  $m = n - 2$ , 即 Prufer 数的位数。位于第  $m$  行第  $n$  列的数字, 就代表 Prufer 数中第  $m$  位数对于端点  $n$  的隶属程度, 也就是其等于数字  $n$  的概率。

### 2.4 模糊离散粒子群优化算法

基于上面提出的用模糊矩阵表示 Prufer 数与端点的关系, 进而使用一种改进的粒子群优化算法<sup>[10]</sup>。首先重新定义速度和位置的更新公式 (1)、(2) 中的符号与操作符。

#### 2.4.1 粒子位置和速度的重新定义

粒子位置的重新定义:

$$X = \begin{bmatrix} p_{11} & \dots & p_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ p_{m1} & \dots & p_{mn} \end{bmatrix} \quad (5)$$

上面矩阵中的元素同公式 (4) 中的含义是相同的。

粒子速度的重新定义:

$$V = \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ v_{m1} & \dots & v_{mn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

#### 2.4.2 操作符的重新定义

“乘法”的重新定义: 使用符号 “ $\otimes$ ” 表示新的乘法, 设  $a$  是一个实数, 则

$$a \otimes V = a \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ v_{m1} & \dots & v_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^* v_{11} & \dots & a^* v_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ a^* v_{m1} & \dots & a^* v_{mn} \end{bmatrix} \quad (7)$$

“减法”的重新定义: 使用符号 “ $\ominus$ ” 表示新的减法, 则

$$V = X_1 \ominus X_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} - b_{11} & \dots & a_{1n} - b_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ a_{n1} - b_{n1} & \dots & a_{nn} - b_{nn} \end{bmatrix} \quad (8)$$

“加法”的重新定义: 在原始的公式中有两种加法, 速度与速度之间的加法  $V + V$ , 以及位置与速度之间的加法  $X + V$ 。

$$V = V_1 \oplus V_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ a_{n1} + b_{n1} & \dots & a_{nn} + b_{nn} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$X = X \oplus V = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ b_{n1} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ a_{n1} + b_{n1} & \dots & a_{nn} + b_{nn} \end{bmatrix} \quad (10)$$

最后,我们得到新的 PSO 算法的基本公式:

$$V_i^{t+1} = w \otimes V_i^t \oplus (c_1 * r_1) \otimes (P_i^t - X_i^t) \oplus (c_2 * r_2) \otimes (P_g^t - X_i^t) \quad (11)$$

$$X_i^{t+1} = X_i^t \oplus V_i^{t+1} \quad (12)$$

### 2.4.3 初始化

位置的初始化:

$$P_0 = \begin{bmatrix} P_{11} & \dots & P_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ P_{n1} & \dots & P_{nn} \end{bmatrix} \quad (13)$$

矩阵中的元素按照如下的条件随机产生:

$$\sum_{j=1}^n P_{ij} = 1, \quad i = (1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

$$P_{ij} \in (0, 1) \quad (15)$$

速度的初始化:

$$V_0 = \begin{bmatrix} V_{11} & \dots & V_{1n} \\ \dots & \ddots & \dots \\ V_{n1} & \dots & V_{nn} \end{bmatrix} \quad (16)$$

矩阵中的元素也是随机产生的,并且满足如下公式:

$$\sum_{j=1}^n v_{ij} = 0, \quad i = (1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

### 2.4.4 归一化

经过一定次数的迭代后,位置矩阵(5)可能会违反条件(15),因此有必要对其进行归一化。首先将矩阵中所有的负数清零,然后将位置矩阵(5)在不违反(14)的情况下进行如下的变换:

$$\begin{bmatrix} P_{11} / \sum_{i=1}^n P_{1i} & \dots & P_{1n} / \sum_{i=1}^n P_{1i} \\ \dots & \ddots & \dots \\ P_{n1} / \sum_{i=1}^n P_{ni} & \dots & P_{nn} / \sum_{i=1}^n P_{ni} \end{bmatrix} \quad (18)$$

### 2.4.5 解模糊(非模糊化)

位置矩阵(5)表明负荷分配问题的潜在的解,对模糊矩阵进行解码以得到可行解的过程称为解模糊。

位置矩阵每一行代表 Prufer 数的每一位数,位于第  $m$  行第  $n$  列的数字,就代表 Prufer 数中第  $m$  位数等于数字  $n$  的概率,矩阵每一行的和为 1,也就是代表总概率是 1。因此我们可以用最大数法来进行解模糊(非模糊化)的过程。在这种方法中,我们每次选择每一行中数字也就是概率最大的那一列,并把它的列号记录下来。对粒子进行非模糊化后可得到一组数,即为 Prufer 数中的各位数字。对 Prufer 数进行解码,可得到一组线路序列,对其计算相应的目标函数值,利用粒子群算法的寻优特性进行比较、迭代,最终可收敛于最优解,得到最优的线路序列。

### 2.4.6 模糊离散 PSO 算法收敛性能的改进

通常权重函数对于 PSO 算法的收敛性起到很大的作用。大,则速度  $v$  就大,有利于粒子搜索更大的空间,可能发现新的解域;而小,则速度  $v$  就小,有利于在当前解空间里挖掘更好的解。因此,在迭代开始时设  $w = w_{\max}$ ,在迭代过程中逐步减小,直到  $w = w_{\min}$ 。这样使 PSO 算法在开始优化时搜索较大的解空间,得到合适的种子;在后期逐渐收缩到较好的区域进行更精细的搜索以加快收敛速度。

为此我们可将  $w$  设为随时间线性减小,可以用下式来更新惯性权重:

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{iter_{\max}} \times iter \quad (19)$$

式中:  $w_{\max}$ 、 $w_{\min}$  分别是  $w$  的最大、最小值;  $iter$ 、 $iter_{\max}$  分别是当前迭代次数和最大迭代次数。

### 2.5 基于模糊离散 PSO 算法的配电网网架优化步骤

#### 步骤 1 初始化粒子群

(1)采用前面所述的初始化过程,每个粒子得到一个随机的初始位置  $X$  和一个随机的初始速度  $V$ 。

(2)设置粒子的位置向量上下界和速度向量上下界。

(3)对粒子位置进行非模糊化,得到 Prufer 数,对 Prufer 数进行解码,得到线路序列,计算相应的目标函数值。

(4)每个粒子的  $p_{\text{best}}$  设为初始位置,  $p_{\text{best}}$  中的最好值设为  $g_{\text{best}}$ 。

步骤 2 重复执行以下步骤,直到满足终止条件或达到最大迭代次数

(1)对每一个粒子,按式(6)计算粒子速度  $V$ ,按式(5)计算粒子位置  $X$ 。

(2)对粒子的新位置进行非模糊化,得到新的 Prufer数,对 Prufer数进行解码,得到线路序列,计算相应的目标函数值。

(3)若某个粒子的当前适应度值优于其历史最优适应度值,则记当前适应度值为该粒子历史最优适应度值,同时记当前位置为该粒子历史最优位置  $P_{best}$ 。

(4)选取当前粒子群中最佳粒子。若当前最佳粒子的适应度值优于历史最佳粒子的适应度值,则用当前群体最佳粒子更新  $g_{best}$ 。

2.6 算例分析

对某实际规划区(有37个负荷点)进行配电网网架优化,利用已算出的负荷分配及变电站选址结果(规划建设5个35kV(3×20MW)变电站),而将整个规划区分为5个区域,分别在每个区域内对变电站及负荷进行连线。

对于第一个区域,其数据如下:

表1 区域1数据表

Tab 1 Data of the region No 1

| 端点编号 | 端点的 X坐标 /m | 端点的 Y坐标 /m | 端点类型 |
|------|------------|------------|------|
| 1    | -47.222 2  | 2 072.78   | 变电站  |
| 6    | -207       | 2015       | 负荷点  |
| 7    | -1 448     | 1 235      | 负荷点  |
| 8    | -1 275     | 1 160      | 负荷点  |
| 9    | -1 474     | 1 812      | 负荷点  |
| 24   | 1 542      | 4 441      | 负荷点  |
| 25   | 1 627      | 2 349      | 负荷点  |
| 26   | 454        | 2 140      | 负荷点  |
| 28   | -759       | 3 503      | 负荷点  |
| 30   | 1 115      | 0          | 负荷点  |

对区域1进行网架优化规划,参数设置如下:粒子数  $P_{num} = 300$ ,最大迭代次数  $iter_{max} = 800$ ,最大惯性权重  $\omega_{max} = 1.2$ ,最小惯性权重  $\omega_{min} = 0.1$ ,学习因子  $c_1 = c_2 = 2$ 。规划结果如下:

对于第二个区域,其数据如下:

表2 区域2数据表

Tab 2 Data of the region No 2

| 端点编号 | 端点的 X坐标 /m | 端点的 Y坐标 /m | 端点类型 |
|------|------------|------------|------|
| 2    | -5 404.08  | 4 857.83   | 变电站  |
| 4    | -7 211     | 3 034      | 负荷点  |
| 11   | -6 410     | 3 095      | 负荷点  |
| 18   | -4 454     | 4 073      | 负荷点  |
| 19   | -4 608     | 7 089      | 负荷点  |
| 20   | -5 288     | 7 783      | 负荷点  |
| 35   | -4 453.5   | 4 073      | 负荷点  |

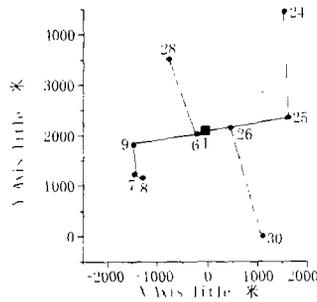


图1 区域1规划结果图

Fig 1 Planning result of region No. 1

对区域2进行网架优化规划,参数设置如下:粒子数  $P_{num} = 200$ ,最大迭代次数  $iter_{max} = 800$ ,最大惯性权重  $\omega_{max} = 1.2$ ,最小惯性权重  $\omega_{min} = 0.1$ ,学习因子  $c_1 = c_2 = 2$ 。规划结果如下:

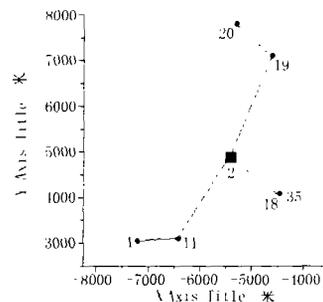


图2 区域2规划结果图

Fig 2 Planning result of region No. 2

对于区域3,4和5,规划结果如图3,4和5:

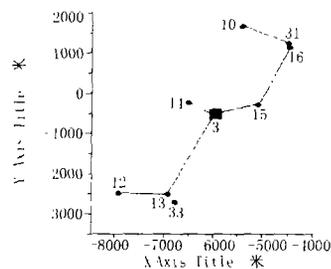


图3 区域3规划结果图

Fig 3 Planning result of region No. 3

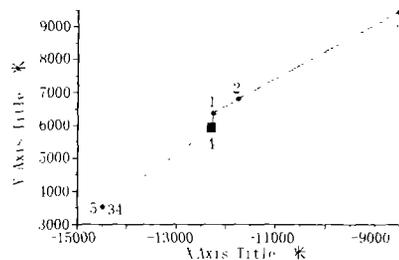


图4 区域4规划结果图

Fig 4 Planning result of region No. 4

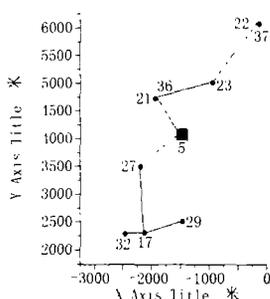


图 5 区域 5 规划结果图

Fig 5 Planning result of region No. 5

由以上各个规划区的网架连线图可见,通过模糊离散 PSO 算法,找到了电源点与各个负荷点之间的最短路径,并且确保了配电网的连通性与辐射性,满足了约束条件的要求,得到了合理的优化结果。

#### 4 总结

本文建立了关于网架优化的单阶段静态优化模型,针对配电网辐射性结构的特点,引入了图论中的最小生成树问题,通过将 Prufer 数和模糊离散粒子群优化算法相结合的方法,使优化得到的解必然是可行解,大大减小了算法的搜索空间,提高了算法的运行效率。最后通过算例,验证了算法的有效性,结果表明,优化得到的配电网连线方式满足辐射性和连通性的约束条件且距离最短,是有效和可行的。

#### 参考文献:

- [1] 李靖霞,鞠平. 配电网优化规划的基因算法[J]. 电力系统自动化, 1999, 23(20): 12-14.  
LI Jing-xia, JU Ping Genetic Algorithms in Distribution Network Planning[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(20): 12-14.
- [2] 赵强,敬东,李正. 蚁群算法在配电网规划中的应用[J]. 电力自动化设备, 2003, 23(2): 55-57.  
ZHAO Qiang, JING Dong, LI Zheng Application of Ant Colony Algorithm for Distribution System Planning[J]. Electric Power Automation Equipment, 2003, 23(2): 55-57.

- [3] WEN Fu-shuan, Chang C S Transmission Network Optimal Planning Using the Tabu Search Method[J]. Electric Power Systems Research, 1997, 42(2): 153-163.
- [4] 徐宁,李春光,张健,等. 几种现代优化算法的比较研究[J]. 系统工程与电子技术, 2002, 24(12): 101-104.  
XU Ning, LI Chun-guang, ZHANG Jian, et al Studies on Some Modern Optimization Algorithms[J]. Systems Engineering and Electronics, 2002, 24(12): 101-104.
- [5] 袁晓辉,王乘,张勇传,等. 粒子群优化算法在电力系统中的应用[J]. 电网技术, 2004, 28(19): 17-22.  
YUAN Xiao-hui, WANG Cheng, ZHANG Yong-chuan, et al A Survey on Application of Particle Swarm Optimization to Electric Power System[J]. Power System Technology, 2004, 28(19): 17-22.
- [6] Sensama P S, Rahmani M. A Comprehensive Method for Optimal Expansion Planning Using Particle Swarm Optimization[A]. Proceedings of the IEEE Power Engineering Society Transmission and Distribution Conference New York (USA): 2002. 1317-1322.
- [7] Kennedy J, Eberhart R. Particle Swarm Optimization[J]. IEEE Int Conf on Neural Networks Perth (Australia): 1995. 1942-1948.
- [8] 卢开橙. 图论及其应用[M]. 北京:清华大学出版社, 1981.  
LU Kai-cheng Graphics Theory and Its Application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1981.
- [9] 宋海洲. 求解度约束最小生成树的单亲遗传算法[J]. 系统工程理论与实践, 2005, (4): 62-67.  
SONG Hai-zhou A Partheno-genetic Algorithm for Solving the Degree-constrained Minimum Spanning Tree Problem[J]. Systems Engineering Theory & Practice, 2005, (4): 62-67.
- [10] 胡家声,郭创新,等. 离散粒子群优化算法在输电网络扩展规划中的应用[J]. 电力系统自动化, 2004, 28(20): 31-35.  
HU Jia-sheng, GUO Chuang-xin, et al Application of Discrete Particle Swarm Optimization to Transmission Network Expansion Planning[J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(20): 31-35.

收稿日期: 2005-07-25; 修回日期: 2005-08-29

作者简介:

徐珍霞(1980-),女,硕士研究生,研究方向主要为电力系统优化规划; E-mail: xu\_zhenxia@sju.edu.cn

顾洁(1971-),女,博士,副教授,硕士生导师,主要从事电力系统规划、电力系统负荷预测和电力市场等领域的科研和教学工作。

### Application of particle swarm optimization algorithm to distribution network planning

XU Zhen-xia, GU Jie

(School of Electrical Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** Particle swarm optimization algorithm has been applied to solve continuous filed problems, but there is little research on problems which belongs to discrete field. In this paper, fuzzy discrete particle swarm optimization algorithm is used to solve distribution network planning problems. The location and speed of swarm is described by fuzzy matrix. Distribution network is subjected to radiation structure, and in order to deal with this constraint, the theory of minimum spanning tree is introduced. In the end, this method has been tested effectiveness through an example.

**Key words:** particle swarm optimization algorithm; distribution network; network planning; fuzzy matrix; Prufer number