

## 基于 AR 模型的间谐波检测算法的研究

武艳华<sup>1</sup>, 黄纯<sup>1</sup>, 邢耀广<sup>1</sup>, 顾苏<sup>2</sup>, 潘华<sup>2</sup>

(1. 湖南大学电气与信息工程学院, 湖南长沙 410082; 2. 湖南省超高压输变电公司, 湖南长沙 410015)

**摘要:** 间谐波是频率介于两个谐波之间的信号。电力系统中谐波问题日益突出, 准确检测间谐波参数具有重要意义。由于传统的 FFT 算法在检测间谐波方面有一定的局限性, 针对该局限性, 提出了适合间谐波检测的基于 AR 模型的现代谱估计方法。介绍了 AR 模型谱估计的两种递推算法, Burg 算法和改进协方差算法, 并研究讨论了模型阶数选取、算法谱分辨率及谱抗噪声能力等问题, 最后通过一系列仿真, 证明该方法能够在较短的采样时间里准确检测出间谐波分量, 在同样的采样频率和采样长度下, 比 FFT 算法具有更高的精确度和频率分辨率, 而且具有一定的抗噪声能力, 在谐波检测方面有着很好的应用前景。

**关键词:** 间谐波; AR 模型; 现代谱估计; FFT

**中图分类号:** TM714 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2006)02-0041-05

### 0 引言

近年来, 随着电力电子技术的广泛应用, 电力系统谐波污染日益严重, 成为影响电能质量的公害, 谐波问题已经引起广泛关注。但目前对谐波的研究侧重于整数次谐波, 而对间谐波, 即非整数倍基波频率的谐波, 较少涉及。然而, 由波动负载、变频调速装置、同步串级调速装置、感应电动机等引起的间谐波在实际电力系统中广泛存在。间谐波可引起电压闪变和多种电磁干扰, 可引起感应电动机噪声和振动, 也能使低频继电器误动作, 造成 CT 饱和, 干扰电力线路载波, 或者使传统滤波装置失效甚至损坏等, 其影响不容忽视<sup>[1,2]</sup>。

目前检测整数次谐波时广泛采用 FFT 算法或其改进算法(加窗插值算法等)<sup>[3~6]</sup>, 这类算法在检测间谐波时存在局限性。一方面, 由于间谐波和谐波之间的频率间隔小于一个基波频率, 分析需要较高的频率分辨率, 故 FFT 分析窗的宽度需要增加, 增加了计算量和计算时间。另一方面, 对含有间谐波信号的采样一般很难实现同步采样, FFT 算法的频谱泄露现象不可避免; 由于间谐波分量的幅值通常很小, 对频谱泄露具有很高的灵敏性, 从而有可能导致“虚假”间谐波和谐波, 或实际间谐波和谐波被淹没。近年来, 小波变换也被用于分析电力系统谐波, 且取得了不少成果<sup>[7,8]</sup>。但小波函数在频域存在混频现象, 频率分辨率低; 小波分析计算量大, 且从小波分析结果一般还不能直接得到谐波和间谐波

的参数(频率、幅值等)。

基于傅里叶变换的传统谱估计方法假设信号在数据窗外的数据为 0, 其分辨率反比于信号的长度, 这是它们在分析非周期信号时谱估计质量较差的根本原因。现代谱估计方法<sup>[9,10]</sup>隐含着数据和自相关函数的外推, 使其可能的长度超过给定的长度, 它弥补传统 FFT 算法的不足, 频率分辨率较高, 可以对含有间谐波的信号进行更精确、更有效的检测。

本文研究基于现代谱估计 AR 模型的间谐波检测方法, 介绍了 AR 模型谱估计的基本原理, 论述了 AR 模型的 Burg 算法和改进协方差法, 并应用 Burg 算法和改进协方差法对含有间谐波的信号进行检测, 仿真结果验证了算法的有效性。

### 1 AR 模型谱估计

考虑到谐波过程具有某种统计规律, 从而对被估计过程作出合理的假定, 为其建立一个尽量准确的模型来逼近真实过程就比较容易得出正确的结果。

参数模型谱估计方法有自回归(AR)模型谱估计法、滑动平均(MA)模型谱估计法、自回归滑动平均(ARMA)模型谱估计法以及普罗尼复数指数模型谱估计法。其中 MA 模型的参数估计一般要求解非线性方程组, ARMA 模型不仅要确定 AR、MA 的阶数, 还需要 AR、MA 的参数估计, 而 AR 模型仅涉及 AR 参数估计, 计算相对简化, 所以最常用。

AR 模型又称为自回归模型, 它是一个全极点模型, 可用如下差分方程来表示:

$$x(n) = - \sum_{i=1}^p a_i x(n-i) + u(n) \quad (1)$$

基金项目: 湖南省电力科技攻关项目 (No. 20030301)

其中： $u(n)$ 为白噪声序列； $p$ 为 AR模型的阶数； $a_i (i=1, 2, \dots, p)$ 为 AR模型的参数。

根据随机信号功率谱密度的定义可以很容易得到  $x(n)$ 的功率谱密度为：

$$P_x(\omega) = \frac{\sigma^2}{\left| 1 + \sum_{i=1}^p a_i e^{-j\omega i} \right|^2} \quad (2)$$

其中： $\sigma^2$ 为白噪声序列的方差。

由此可以看出,要进行功率谱估计,只要求得 AR模型的参数  $a_1, a_2, \dots, a_p$ 及  $\sigma^2$ 即可。求解以上参数的方法有好多种,主要的计算方法就是 Burg算法和改进协方差方法。

1.1 Burg递归算法

Burg算法是以前、后向线性预测误差功率的平方和最小为准则,从低阶开始,利用前、后向线性预测系数之间的递推关系,直接求出反射系数,然后根据 Levinson - Durbin递推公式来计算自回归模型的参数。

令前后向预测误差功率之和为：

$$P_{eb} = \frac{1}{2} [P_e + P_b] \quad (3)$$

其中：
$$P_e = \frac{1}{N - P} \sum_{n=p}^{N-1} |e_p(n)|^2 \quad (4)$$

$$P_b = \frac{1}{N - P} \sum_{n=p}^{N-1} |b_p(n)|^2 \quad (5)$$

其中： $b_p(n)$ 、 $e_p(n)$ 分别为线性预测 AR模型的后向预测误差和前向预测误差：

$$b_p(n) = \sum_{i=0}^p a_{pi} x(n - p + i) \quad (6)$$

$$e_p(n) = \sum_{i=0}^p a_{pi} x(n - i) \quad (7)$$

根据前、后向线性预测系数之间的递推关系,另  $\partial P_{eb} / \partial k_r = 0$ ,可解出反射系数：

$$k_r = \frac{-2 \sum_{n=r}^{N-1} e_{r-1}(n) b_{r-1}(n-1)}{\sum_{n=r}^{N-1} |e_{r-1}(n)|^2 + \sum_{n=r}^{N-1} |b_{r-1}(n-1)|^2} \quad (8)$$

然后由 Levinson - Durbin递推算法求出所有的  $a_i$ 及  $\sigma^2$ ,从而求得功率谱  $P_x(\omega)$ 。

1.2 改进的协方差方法

如同 Burg算法一样,仍是令前后向预测误差功率之和为：

$$P_{eb} = \frac{1}{2} [P_e + P_b] \quad (9)$$

与 Burg算法不同的是,改进协方差方法不是仅

使得前后向预测误差功率之和  $P_{eb}$ 相对于反射系数  $k_r$ 最小,而是使  $P_{eb}$ 相对  $a_{ri} (i=1, 2, \dots, r)$ 都为最小,  $r$ 由 1到  $p$ 。由此得到改进的协方差方法的正则方程为：

$$\begin{bmatrix} c_x(1,1) & c_x(1,2) & \dots & c_x(1,p) \\ c_x(2,1) & c_x(2,2) & \dots & c_x(2,p) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_x(p,1) & c_x(p,2) & \dots & c_x(p,p) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_x(1,0) \\ c_x(2,0) \\ \dots \\ c_x(p,0) \end{bmatrix} \quad (10)$$

与 
$$\sigma^2 = c_x(0,0) + \sum_{r=1}^p a_r c_x(0,r) \quad (11)$$

式中：
$$c_x(i,k) = \frac{1}{2(N-P)} \left[ \sum_{n=p}^{N-1} x(n-i)x(n-k) + \sum_{n=0}^{N-1-p} x(n+k)x(n+i) \right] \quad (12)$$

2 仿真计算

为了验证方法的有效性和优越性,特设计了以下 6个仿真实验。

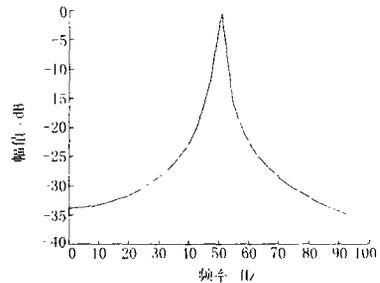


图 1 FFT算法分析结果

Fig 1 Magnitude response using FFT

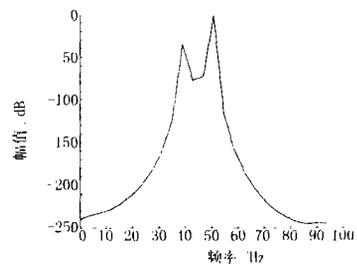


图 2 Burg算法分析结果

Fig 2 Magnitude response using Burg algorithm

仿真 1:为了测试基于 AR模型的现代谱估计方法对谐波检测性能,选取检验信号  $x = \cos(2 \cdot 50t) + 0.01\cos(2 \cdot 40t)$ ,并取采样频率  $f_s = 1000$  Hz,样本长度  $N = 256$ 。采用 FFT算法和 Burg算法的 AR模型谱估计分析仿真结果分别如图 1、2。

从图 1和图 2的结果对比中可以看出,由于 40 Hz幅值过小,且 FFT算法的分辨率不是很高,不能

分辨出 40 Hz 的频率成分,如果要想分辨出这个间谐波成分,可通过增加采样频率或增加样本长度的方法,但这样势必增加算法的工作量。然而,对于 Burg 算法,在样本长度和采样频率均相同的情况下,尽管频率为 40 Hz 的间谐波和基波相隔很近,且幅值也远小于基波的幅值,但 Burg 算法仍然能够很好地检测出信号所包含的两个频率分量,它们的幅值分别为 0 dB (即 1) 和 -37 dB (即 0.014)。由此可证明:对于幅值较小且频率靠近谐波频率的间谐波,AR 模型谱估计法比 FFT 算法具有更高的精确度和分辨率。

仿真 2:为验证算法对含有多个谐波和间谐波成分的信号的检测性能,设定检验信号为:

$$x = 0.01 \sin(2 \cdot 40t + \pi/3) + \sin(2 \cdot 50t + \pi/5) + 0.1 \sin(2 \cdot 100t + \pi/8) + 0.005 \sin(2 \cdot 125t + \pi/4) + \sin(2 \cdot 200t + \pi/6)$$

采样频率  $f_s$  和样本长度  $N$  和仿真 1 相同。采用 FFT 算法、Burg 算法和改进协方差法算法的分析仿真结果如图 3、4、5 所示。

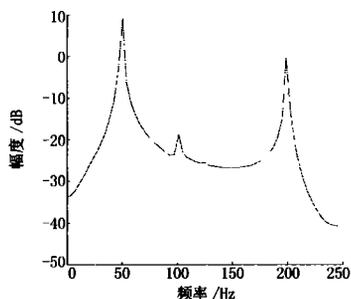


图 3 FFT 分析结果

Fig 3 Magnitude result using FFT

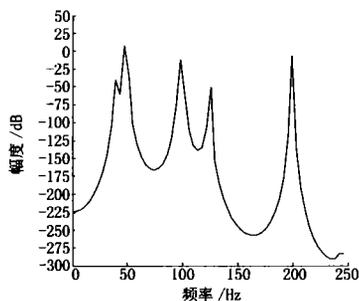


图 4 Burg 算法分析结果

Fig 4 Magnitude result using Burg algorithm

从图 3 可以看出,由于 40 Hz 和 125 Hz 两个频率成份的幅值过小,FFT 分辨率过低,所以很难分辨出。但图 4 和图 5 在同样的条件下可以很好地分辨出这几个频率分量,间谐波和基波的幅值分别为 -37.5 dB、-50 dB、4 dB。

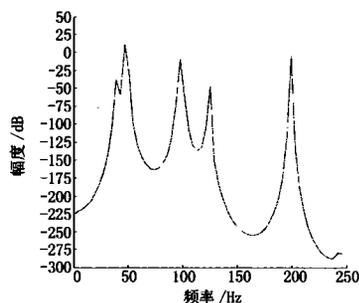


图 5 改进协方差法分析结果

Fig 5 Magnitude result using modified covariance

仿真 3:为了比较 Burg 算法和改进协方差算法,取待检验信号为:  $x(t) = \sin(2 \cdot 20t)$ , 在信号中加入方差为 0.1 的白噪声序列,取采样频率  $f_s = 200$  Hz,采样点数  $N = 200$ ,Burg 算法和改进协方差算法分析结果如图 6 和图 7 所示。

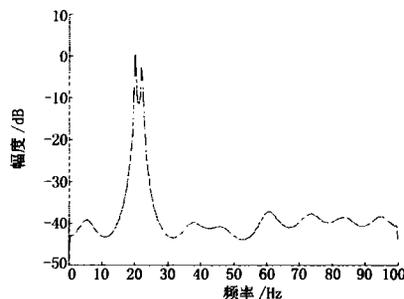


图 6 Burg 分析结果

Fig 6 Magnitude result using Burg algorithm

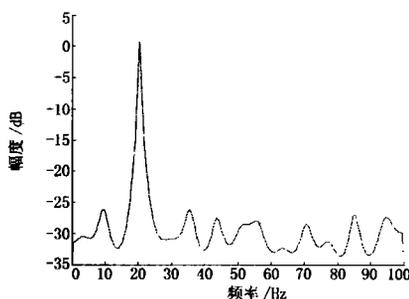


图 7 改进协方差分析结果

Fig 7 Magnitude result using modified covariance

由图 6 可以看出 Burg 算法的 AR 谱分成两个尖峰,图 7 是同样数据采样下的改进协方差算法产生的频谱,在 20 Hz 上出现一个信号尖峰,从中说明改进协方差算法没有出现谱分裂。Burg 算法的谱分裂现象是没有办法消除的,但是可以通过增加样本长度和改变模型阶数来减弱。图 6 和图 7 比较看出,改进协方差法作为 Burg 算法的改进,在性能上要比 Burg 算法更优越,它的 AR 谱具有较小的偏移和较好的分辨率,且不会出现谱线分裂现象,但是该

方法计算也较为复杂。

仿真 4:为了验证本文算法的抗噪声能力,在仿真 2信号中加入均值为 0,方差为 0.001 的白噪声序列,增加样本数为 512。Burg 改进协方差法的分析结果如图 8、9。

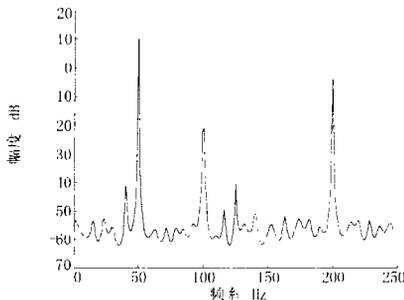


图 8 带噪声 Burg算法分析结果

Fig 8 Magnitude result using Burg algorithm with noise

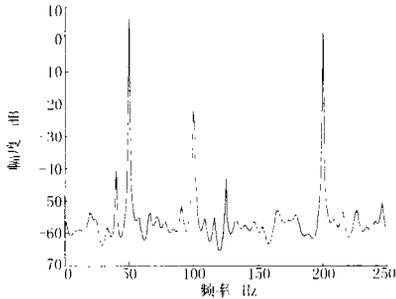


图 9 带噪声改进协方差法分析结果

Fig 9 Magnitude result using modified covariance with noise

很明显可以看出,即使在有噪声的情况下,AR 模型两种算法仍可以分辨出 40 Hz和 125 Hz两个频率分量,虽然有一定的误差,但是误差很小,对精度影响不大,因此表明具有一定的抗噪声能力。

仿真 5:为了验证阶数的选择对于 AR 谱的分辨率的影响,下面分别取 Burg算法的阶数为 40和 120 两种情况进行讨论。选择与仿真 2相同的测试信号、采样频率及样本长度,分析结果如图 10、11。

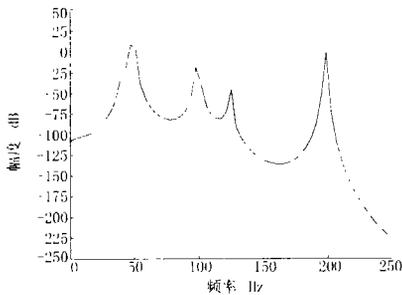


图 10 N = 60 Burg算法分析结果

Fig 10 Magnitude result using Burg algorithm (N = 40)

AR 模型的阶数  $p$  一般事先是不知道的,需要事

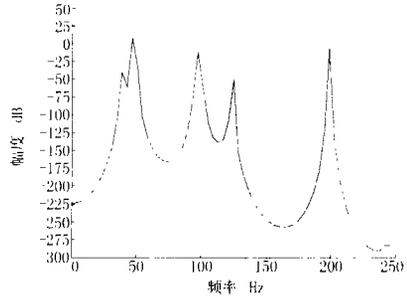


图 11 N = 120 Burg算法分析结果

Fig 11 Magnitude result using Burg algorithm (N = 120)

先选定一个稍大的值,在递推的过程中确定。从仿真结果可以看出,当阶数取 120时比阶数取 60时的 AR 模型具有更高的分辨率和精确度。因此,对于所研究的某一个具体信号,要在实践中经过多次比较确定一个最佳的阶数值。当信号中含有噪声时更应该正确地估算模型的阶数,如果估计的阶数过小,有些信号分辨不出来,但是阶数过高则背景噪声会被作为真实信号拟合出来,产生虚假峰值,影响检测精度。

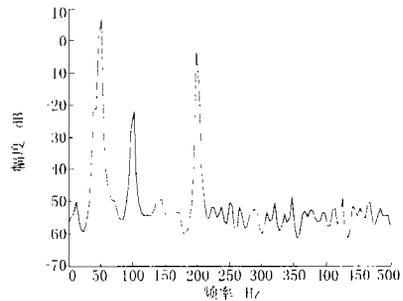


图 12 L = 256 Burg算法分析结果

Fig 12 Magnitude result using Burg algorithm (L = 256)

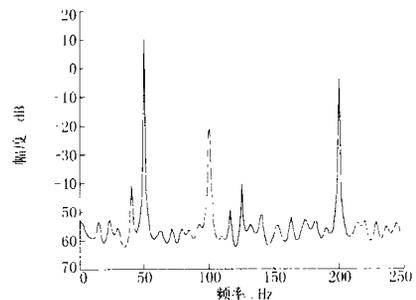


图 13 L = 512 Burg算法分析结果

Fig 13 Magnitude result using Burg algorithm (L = 512)

仿真 6:从理论上讲,谱的分辨率是不受样本个数的限制的。然而,在实际中,由于噪声信号的干扰,往往使得真实的信号不易被识别,影响算法的分辨率。下面主要讨论样本个数  $N$  对于含噪声信号的 AR 谱估计的分辨率的影响。选取与仿真 4相同

的检测信号和采样频率,分别对样本长度  $L$  为 256 和 512 两种情况进行讨论,测试结果见图 12 和 13。

对比两图可以看出,当样本长度选 256 时,由于两个间谐波成分的幅值过小,加上噪声的影响,已经无法分辨 40 Hz 和 125 Hz 的频率成份;而样本长度增加到 512 时,就可以很清楚地分辨出 5 个频率成份。因此,有噪声干扰时,为了得到准确而有效的谱估计,可以加大样本个数  $N$ ,也可以改变采样频率提高分辨率。

### 3 结束语

本文研究了基于 AR 模型的间谐波检测算法。研究表明:

1) 当间谐波频率接近基频且幅值相对较小时,AR 模型能够很好地分辨出间谐波成份;当含有多个谐波成份时,AR 模型仍具有很高的分辨率。

2) Burg 算法具有谱分裂和谱漂移的现象,增加样本长度或改变模型阶数,该现象减弱,但不能根本消除。

3) AR 模型阶数的选择对于谱分辨率具有一定的影响,所以在实际中应注意选择合适的模型阶数。

4) AR 模型具有较好的抗噪声能力。含有噪声时,间谐波会有一定误差,但误差较小;含有噪声时,分辨率也会有一定的下降,但可以通过增加样本长度来解决。

5) 在同样的采样频率和样本长度下,AR 模型现代谱估计方法较 FFT 算法在频率分辨率方面有着明显的优势,能够解决 FFT 算法在间谐波测量中局限性的问题,在间谐波检测方面有着良好的应用前景。

### 参考文献:

- [1] 林海雪. 电力系统中的间谐波问题 [J]. 供用电, 2001, 18(3): 6-9.  
L N Hai-xue. Interharmonics in Electrical Power System [J]. Distribution & Utilization, 2001, 18(3): 6-9.
- [2] Gunther E W. Interharmonics in Power Systems[A]. IEEE Power Engineering Society Summer Meeting 2001. 813-817.

- [3] Jain V K, Collins W. High-accuracy Analog Measurements via Interpolated FFT[J]. IEEE Trans, 1979, 128: 113-122.
- [4] 张伏生,耿中行,葛耀中. 电力系统谐波分析的高精度 FFT 算法 [J]. 中国电机工程学报, 1999, 19(3): 63-66.  
ZHANG Fu-sheng, GENG Zhong-xing, GE Yao-zhong. FFT Algorithm with High Accuracy for Harmonic Analysis in Power System [J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 19(3): 63-66.
- [5] 祁才君,王小海. 基于插值 FFT 算法的间谐波参数估计 [J]. 电工技术学报, 2003, 18(1): 92-95.  
Q I Cai-jun, WANG Xiao-hai. Interharmonics Estimation Based on Interpolation FFT Algorithm [J]. Trans of China Electro-technical Society, 2003, 18(1): 92-95.
- [6] 邹江锋,刘涤尘,谭子求,等. 基于 FFT 算法的次谐波测量与分析 [J]. 高电压技术, 2003, 29(9): 29-30.  
ZOU Jiang-feng, LIU Di-chen, TAN Zi-qiu, et al. The Analysis and Measurement of Power System Sub-harmonic [J]. High Voltage Engineering, 2003, 29(9): 29-30.
- [7] 王建隼,冉启文,纪延超. 基于小波变换的时变谐波检测 [J]. 电力系统自动化, 1998, 22(8): 52-55.  
WANG Jian-zu, RAN Qi-wen, JI Yan-chao. Time-varying Transient Harmonics Measurement Based on Wavelet Transform [J]. Automation of Electric Power Systems, 1998, 22(8): 52-55.
- [8] 任震,黄群古,黄雯莹,等. 基于多频带小波变换的电力系统谐波分析新方法 [J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(12): 38-41, 46.  
REN Zhen, HUANG Qun-gu, HUANG Wen-ying, et al. New Methods of Power System Harmonic Analysis Based on Wavelet Transform with Multi-frequency Band [J]. Proceedings of the CSEE, 2000, 20(12): 38-41, 46.
- [9] Lobos T, Leonowicz Z, Reznar J. Harmonics and Interharmonics Estimation Using Advanced Signal Processing Methods [J]. IEEE Int Conf Harmonics and Quality of Power, 2000, 1: 335-340.
- [10] Lobos T, Leonowicz Z, Reznar J. Advanced Spectrum Estimation Methods for Signal Analysis in Power Electronics [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2003, 50: 514-519.

收稿日期: 2005-05-13; 修回日期: 2005-06-20

作者简介:

武艳华 (1981 - ), 女, 硕士研究生, 从事谐波检测与抑制、电能质量分析控制等方面的研究工作; E-mail: wuyanhua1203@tom.com

黄纯 (1966 - ), 男, 教授, 博士, 从事电力系统自动化、电能质量分析控制、信号处理等方面的教学与科研工作;

邢耀广 (1980 - ), 男, 硕士研究生, 从事电能质量分析控制、虚拟仪器等方面的研究工作。

### Interharmonics measuring algorithm based on AR model spectral estimation

WU Yan-hua<sup>1</sup>, HUANG Chun<sup>1</sup>, XING Yao-guang<sup>1</sup>, GU Su<sup>2</sup>, PAN Hua<sup>2</sup>

(1. College of Electrical Engineering & Information Technology, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Extra High Voltage Company, Changsha 410015, China)

(下转第 52 页 continued on page 52)

- 1946, 4: 45-49.
- [4] Hu G S, Ren Z Construction Method of Trigonometric Spline Wavelets[J]. Power System Technology, 2003, 27 (2): 25-29.
- [5] Hu G S A Collocation Method of the Second Fredholm Integration Equation on Global Surface[J]. Journal of Engineering Mathematics, 1998, 15 (1): 73-78.
- [6] HU Guo-sheng, REN Zhen, HUANG Wen-ying Motor Fault Signals Denosing Based on Chiplet Transform [J]. Trans of China Electrotechnical Society, 2002, 17 (3): 59-62, 11.
- [7] HU Guo-sheng, REN Zhen, HUANG Wen-ying Location of Slight Fault in Electric Machine using Trigonometric Spline Frequency Modulation Wavelet Transforms [J]. Power System Technology, 2003, 27 (3): 28-31.
- [8] Mann S, Haykin S Chiplets and Wavelets: Novel Time-frequency Methods[J]. Electronic Letters, 1992, 28: 114-116.

收稿日期: 2005-06-03; 修回日期: 2005-07-18

作者简介:

胡国胜 (1965 - ), 男, 博士, 副教授, 研究方向为小波变换、支持向量机及其在电力系统中应用; E-mail: jam\_hu@21cn.com

朱锋峰 (1963 - ), 女, 博士, 副教授, 研究方向为小波理论在电力系统中应用。

### Power quality disturbance detection and identification using Chiplet transform with trigonometric spline kernels

HU Guo-sheng<sup>1,3</sup>, ZHU Feng-feng<sup>2,3</sup>, REN Zhen<sup>2</sup>

(1. Guangdong Vocational College of Science and Technology, Guangzhou 510640, China;

2. School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

3. School of Mathematical Science, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China

**Abstract:** Chiplet transforms are generalized cases of Fourier transforms and wavelet transforms and have more flexible time-frequency characteristics than wavelet transforms. But the calculation of continued Chiplet transform is naturally numerical calculation of integration. Traditionally, the integrand of Chiplet transform is replaced by polynomial interpolation function and the precision is not high enough for detecting power quality disturbance signals. In this paper, the new calculation of Chiplet transform is presented, that is, to enhance calculation precision, continued fraction rational interpolant function is replaced to integrand. Finally, trigonometric spline wavelet function is regarded as mother function of Chiplet transform, and Chiplet transforms are used to detect and identify power quality disturbances. The contours of Chiplet transforms can clearly show the location information of disturbances and lasting time.

This project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50077008) and National Natural Science Foundation of Guangdong Province (No. 033044).

**Key words:** power quality; disturbance; Chiplet transforms; trigonometric spline wavelet; continued fraction rational interpolation

(上接第 45 页 continued from page 45)

**Abstract:** Interharmonics are defined as the signal that have frequencies between two harmonics. As the problem of interharmonics in electric power system is increasingly serious, it becomes more and more important to measure interharmonics exactly. To overcome the limitations of FFT based algorithms in interharmonics measurement, a new algorithm based on AR model spectral estimation and suitable for measuring interharmonics is presented in this paper. The two algorithms of AR model spectral estimation, the Burg method and the modified covariance method, are detailed. Some essential issues, such as choice of model order, the spectral distinguishing ability and the antinoising ability of the algorithm, are investigated. The simulation results show that the algorithm is more effective than FFT on both antinoising ability and measuring accuracy in interharmonics measurement, so its application in interharmonics measurement has a good future.

**Key words:** interharmonics; AR model; spectral estimation; FFT