混合整数无功优化问题的连续优化方法

黄 伟, 刘明波

(华南理工大学电力学院,广东 广州 510640)

摘要: 通过对离散变量进行二进制编码,把每个离散变量表示成若干个取值在 0、1之间的连续变量,从而将一个含有离散变量的混合整数无功优化问题转化为一个等价的连续优化问题,再用非线性原对偶内点算法求解。并且,在优化过程中根据二进制变量的权重系数逐步确定离散变量的取值,实现了离散变量在优化过程中的逐次归整。并以 IEEE 118节点作为试验系统,与常规的离散优化算法作比较,验证了该算法的正确性和有效性。

关键词: 无功优化; 混合整数规划; 二进制编码; 非线性内点法

中图分类号: TM714 **文献标识码**: A **文章编号**: 1003-4897(2005)11-0005-04

0 引言

无功优化的基本内容是在满足各种约束条件下利用无功控制手段,如控制发电机和无功补偿设备的无功出力及可调变压器的分接头等,来提高电压水平,降低系统有功损耗。但是变压器变比和并联电容器组都不能进行连续的调节,这使得无功优化问题在本质上属于连续变量和离散变量共存的、大规模的非线性混合整数规划问题。如何有效地处理这些离散变量一直是无功优化问题中的一个难点。

目前的算法大多为先将其作为连续变量参与优化,求得优化解后再进行简单的靠拢式取整,对其余的连续变量则用常规的潮流计算或优化计算确定。这不仅会产生数学上的近似,而且可能导致某些约束条件违限,无法获得可行解。显然,这是不恰当的。

文献[1]给出了完整的非线性混合整数无功优化模型,用常规的分支定界法和决策树法求解,其计算量较大。文献[2]建立了电容器投切的逐次线性整数规划模型,并提出对偶松弛解法和逐次归整解法。文献[3]采用二次罚函数的线性近似建立离散模型,并与牛顿法最优潮流求解过程结合,但必须辅之以一系列规则及一些人工调试的参数,影响了其实用性。文献[4]提出在牛顿法最优潮流中用正曲率二次罚函数处理离散变量,引入的机制简单有效。

本文提出了一种把电力系统混合整数无功优化问题转化为一个等价的连续优化问题来求解的新算法。该算法先将无功优化问题中的离散变量进行二进制编码的连续化处理,再根据编码后的权重在优化过程中逐位确定离散变量的值,实现离散变量在优化过程中的逐次归整。非线性原对偶内点算法作为求解连续非线性优化问题的基本算法。并以 IEEE118节点做为试验系统,验证该算法的正确性和有效性。

1 离散优化问题转化为非线性连续优化问题

典型的电力系统无功优化数学模型可以表示成如下形式:

$$P_1\begin{cases} \min & f(x, u) \\ \mathrm{s.t.} & h(x, u) = 0 \\ & x_{\min} \le x \le x_{\max} \\ & u_{\min} \le u \le u_{\max} \end{cases} \tag{1}$$

式中: $f(x, u)$为目标函数,在这里表示系统的有功损耗; $h(x, u) = 0$为节点功率平衡方程; $x \in R^{(p)}$表示连续的优化变量,由发电机无功出力、节点电压幅值和相角构成的列向量; $u \in R^{(q)}$表示离散优化变量,由可调变压器变比和无功补偿电容器的无功出力构成。下标 max、min分别表示相应变量的上、下限。可见,这是一个混合整数规划问题。

离散变量 u的具体表达式又可以写成:

$$u_i = t_i Step_i + u_{i\min} \quad (i = 1, 2, \cdots, q) \tag{2}$$

式中: t_i表示第 i个离散变量当前的档位(可调变压器分接头的位置或无功补偿电容器投切的组数); $Step_i$表示第 i个离散变量的调节步长。我们可以把 t_i写成一个二进制数表示的形式:

$$t_i = y_{i0} 2^0 + y_{i1} 2^1 + \cdots + y_{is_i} 2^{S_i} \quad (i = 1, 2, \cdots, q) \tag{3}$$

其中: $S_i = (\log_2 u_{i\max}) + 1$, $y_{ij} = 0$或 1, $i = 1, 2, \cdots, q$,

基金项目:国家自然科学基金项目(50277013);广东省自然科学基金项目(011648)

$j=1, 2, \cdots, S_i$。

这样就把离散变量 u_i 转换成了仅取 0或 1的变量 y_{ij}的组成形式,而每一个 y_{ik}可以用一个等式约束 $y_{ij}(y_{ij}-1)=0$限制其取值。把所有的 $u_i\ (i=1, 2, \cdots, q)$进行这样的二进制编码后,就会得到 $\sum_{i=1}^{q}(S_i+1)$个这样的等式约束。把它们综合起来就是一个新的等式方程 $\sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{s_i}y_{ij}(y_{ij}-1)=0$。最后原模型 P_1就可以转换为:

$$
P_2\begin{cases}\min & f(x, y)\\ \text{s t} & h(x, y)=0\\ & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{s_i}y_{ij}(y_{ij}-1)=0\\ & x_{\min}\le x\le x_{\max}\\ & u_{i\min}\le u_i\le u_{i\max}\quad i=1, 2, \cdots, q\end{cases}\tag{4}
$$

其中,

$$y=[y_1, y_2, \cdots, y_q]^{T}\tag{5}$$

$$y_i=[y_{i0}, y_{i1}, \cdots, y_{is_i}]^{T},\ (i=1, 2, \cdots, q)\tag{6}$$

$$u_i=(y_{i0}2^0+y_{i1}2^1+\cdots+y_{is_i}2^{S_i})Step_i+u_{i\min}\tag{7}$$

因为最终的 y_{ij}是仅取 0或 1的变量,为了加快算法的收敛性,不妨再引入以下的约束条件:

$$0\le y_{ij}\le 1\tag{8}$$

最终得到的优化模型如下:

$$
P_3\begin{cases}\min & f(x, y)\\ \text{s t} & h(x, y)=0\\ & x_{\min}\le x\le x_{\max}\\ & u_{i\min}\le u_i\le u_{i\max}\quad i=1, 2, \cdots, q\\ & \sum_{i=1}^{q}\sum_{j=1}^{s_i}y_{ij}(y_{ij}-1)=0\\ & 0\le y_{ij}\le 1\end{cases}\tag{9}
$$

在模型 P_3中,所有优化变量 x, y都是连续变量,可以用任何一种连续优化方法求解此模型。本文采用具有二阶收敛性的直接非线性原对偶内点算法求解该模型,具体的求解步骤和方法可见文献[7, 8]。

2 二进制编码的逐位优化

从上述的讨论可知,每个离散变量 u_i都被分解成了 S_i+1个 0/1变量 y_{ik},整个方程变量的数目增加了。若干个 y_{ik}的取值共同决定了 1个离散变量 u_i的值,这在理论上会影响算法的收敛效果。

从仿真试验的过程中也发现,当二进制变量 $y_{ik}<0.5$时,它会向 $y_{ik}=0$的方向收敛;而当 $y_{ik}>0.5$时,y_{ik}就会向 $y_{ik}=1$的方向收敛。因此几次迭代之后离散变量 u_i的取值便被固定下来。这样的优化结果往往是陷入了局部最优,效果并不令人满意。

因此,我们提出了逐位确定二进制编码的方法来解决这个问题。从式(7)可知,u_i被分解成 y_{i0}, y_{i1}, $\cdots$, y_{iS_i}共 S_i+1个 0/1变量,而 $2^0, 2^1, \cdots, 2^{S_i}$分别表示每一个对应的 y的权重。可见,权重最大的 y_{is}对 u_i的影响也最大,而权重最小的 y_{i0}对 u_i的影响就相对小很多。因此我们把整个优化过程分步完成。先用内点法优化一遍后确定最高位 y_{iS_i}的值;然后把它固定,对其余的变量重新优化一次,确定次高位 $y_{i(S_i-1)}$的值;依次类推,最后确定 y_{i0}的值。此时,整个优化过程结束。

采用此方法后,把离散变量的取值分成了 S_i+1步来确定,每一步都是用内点法求得的严格最优解。和传统对离散变量简单的一次性四舍五入就近归整相比,可以有效地求得更优的解,而且可以避免节点电压越限等不可行情况的出现。完整的计算步骤如下:

1) 把离散变量进行二进制编码。

2) 对编码后的模型 P_3用非线性原对偶内点法求解。

3) 若计算收敛则继续下一步,否则转到第 7)步。

4) 记录优化结果及各个优化变量的值。

5) 确定每一个离散变量 u_i二进制编码后的最高位变量 y_{iS_i}。令 $S_i=S_i-1$,把 y_{iS_i}作为常数 $(i=1, 2, \cdots, q)$。

6) 若 q个 S_i中存在非负数,则转到第 2)步,继续计算。

7) 优化结果输出。

3 算例

选择 IEEE118节点系统作为试验系统。该系统包括 10个无功补偿点和 8台可调变压器,共 18组离散变量。系统基本数据如表 1所示。

采用非线性内点法求解优化模型 P_3时,各数据均用标幺值表示;基准功率取 100 MVA;收敛判据为:补偿间隙小于 10^{-6},且最大潮流偏差小于 10^{-3};各变量的初始值定为其允许的最大值和最小值之和的一半。

为便于比较分析,我们采用了三种优化方法:①把离散变量作为连续变量进行优化的连续优化

方法; ②在方法一求得的优化结果基础上,将离散变量的优化值就近归整,再做一次潮流计算的传统离散优化方法; ③本文提出的方法。表 2列出了用这三种方法求解 IEEE118节点系统的离散变量优化结果。

表 1　试验系统的基本数据

Tab. 1　Basic data of the test system

系统名称	IEEE118节点系统
节点数	118
支路数	193
可调变压器数	8
并联补偿电容器数	10
发电机数	36
负荷数	118

表 2　离散变量优化后的值

Tab. 2　Optimum values of discrete variables

离散变量	设备及运行限制			优化结果		
	下限	上限	步长	方法一	方法二	方法三
T_{5-8}	0.90	1.10	0.025	1.0058	1.0000	1.0125
T_{17-30}	0.90	1.10	0.025	1.0115	1.0000	1.0125
T_{25-26}	0.90	1.10	0.025	1.0146	1.0250	1.0125
T_{37-38}	0.90	1.10	0.025	0.9954	1.0000	1.0125
T_{59-63}	0.90	1.10	0.025	1.0105	1.0000	1.0250
T_{61-64}	0.90	1.10	0.025	0.9987	1.0000	1.0125
T_{65-66}	0.90	1.10	0.025	1.0381	1.0500	1.0625
T_{80-81}	0.90	1.10	0.025	1.0949	1.1000	1.0625
Q_{C19}	0.00	5.00	0.050	0.378	0.400	0.400
Q_{C20}	0.00	5.00	0.050	0.020	0.000	0.050
Q_{C21}	0.00	5.00	0.050	0.123	0.100	0.150
Q_{C33}	0.00	5.00	0.050	0.092	0.100	0.050
Q_{C34}	0.00	5.00	0.050	0.004	0.000	0.000
Q_{C35}	0.00	5.00	0.050	0.092	0.100	0.000
Q_{C36}	0.00	5.00	0.050	0.048	0.050	0.000
Q_{C37}	0.00	5.00	0.050	0.674	0.650	0.800
Q_{C43}	0.00	5.00	0.050	0.055	0.050	0.000
Q_{C76}	0.00	5.00	0.050	0.6701	0.650	0.800

表 3　部分连续变量优化的值

Tab. 3　Optimum values of the selected continuous variables

连续变量	运行限制		优化结果		
	下限	上限	方法一	方法二	方法三
Q_{G24}	-0.50	1.30	-0.054	-0.054	-0.2204
Q_{G25}	-0.50	1.30	-0.05	-0.8718	-0.4796
Q_{G26}	-0.50	1.30	1.0284	1.2795	-0.5000
V_{D47}	0.95	1.05	1.0429	1.0527	1.0432
V_{D48}	0.95	1.05	1.0500	1.0511	1.0500
V_{D49}	0.90	1.10	1.0536	1.0536	1.0534
V_{D50}	0.95	1.05	1.0404	1.0404	1.0396
V_{D51}	0.95	1.05	1.0205	1.0204	1.0189

从表 2列出的结果可以看出,三种方法的离散变量均在约束范围之内。但是,方法一由于是连续优化的方法,离散变量都没有归整;而方法二和方法三中离散变量的归整效果都非常好。可见,用本文提出的方法能有效处理无功优化中离散变量归整的问题。

对于连续变量,限于篇幅,这里仅列出部分发电机无功出力和节点电压的优化结果,如表 3所示。

可以看出,由于方法二的简单靠拢式归整造成了部分发电机无功出力的越限,如表 3中的 Q_{G25};而且部分节点的电压也出现了越界的现象,如表 3中的 V_{D47}和 V_{D48}。这显然是不可行的。这一现象在大规模的系统中显得尤为明显。因为系统规模越大,离散变量的数目也越多,此时用方法二求解也就越容易出现不等式越限的情况。而方法三的所有节点电压和发电机无功出力都在约束的范围之内。

另外,还对上述三种方法求得的目标函数,也就是有功网损,作一个比较,如表 4所示。

表 4　采用三种方法的网损比较

Tab. 4　Comparison of active power loss by three methods

	方法一	方法二	方法三
网损	1.1673	1.1583	1.1714

可见,方法一由于是连续优化方法,求得的网损相对比较小,只有 1.1673。而考虑了变量的离散特性之后,网损必然会有所增大。用方法三求得的网损为 1.1714,比连续优化的结果大了 0.0041。另外,方法二求得的网损甚至比方法一的结果还要小,那是因为此时已有某些变量越限,这是一个不可行的结果。

从以上的分析可见,本文提出的方法能够正确、有效地处理含有离散变量的混合整数无功优化问题。

4　结论

针对电力系统无功优化中离散变量和连续变量共存的问题,本文提出了一种求解混合整数规划的连续优化方法。通过对离散变量进行二进制编码,把每个离散变量表示成若干个在 0、1之间取值的连续变量,把原问题转换成连续的无功优化模型来求解。并且在优化过程中根据二进制变量的权重系数逐步确定离散变量的取值,实现了离散变量在优化过程中的逐次归整。

通过对 IEEE118节点系统的计算分析,该算法

相对传统的离散无功规划模型,能够更为有效和准确地求解大规模混合整数无功优化问题。且当采用非线性原对偶内点法求解该模型时,其计算精度及收敛性都比较好。

参考文献:

[1] 李乃湖. 计及整型控制变量的电压-无功功率优化[J]. 电力系统自动化, 1994, 18(12): 5-11.
LI Nai-hu. Optimal Voltage-reactive Control with Discrete Variables[J]. Automation of Electric Power Systems, 1994, 18(12): 5-11.

[2] 邓佑满,张伯明,相年德. 配电网络电容器实时优化投切的逐次线性整数规划法[J]. 中国电机工程学报, 1995, 15(6): 375-382.
DENG You-man, ZHANG Bo-ming, XIANG Nian-de. A Successive Linear Integer Programming Methodology for Capacitor Switching on Distribution Systems[J]. Proceedings of the CSEE, 1995, 15(6): 375-382.

[3] Liu W H, Papalexopoulos A D, Tinney W F. Discrete Shunt Controls in a Newton Optimal Power Flow[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1992, 7(4): 1509-1518.

[4] 赵晋泉,侯志俭,吴际舜. 牛顿最优潮流算法中离散控制量的新处理方法[J]. 电力系统自动化, 1999, 23(23): 37-40.
ZHAO Jin-quan, HOU Zhi-jian, WU Ji-shun. A Novel Quadratic Penalty Function Based Discretization Algorithm for Newton Optimal Power Flow[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(23): 37-40.

[5] 孟志青,胡奇英,杨晓琪. 一种求解整数规划与混合整数规划非线性罚函数方法[J]. 控制与决策, 2002, 17(3): 310-314.
MENG Zhi-qing, HU Qi-ying, YANG Xiao-qi. A Method of Non-linear Penalty Function for Solving Integer Programming and Mixed Integer Programming[J]. Control and Decision, 2002, 17(3): 310-314.

[6] Santos J R, Lora A T, Exposito A G. Finding Improved Local Minima of Power System Optimization Problems by Interior-point Methods[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2003, 18(1): 238-244.

[7] Wei H, Sasaki H, Kubokawa J, et al. An Interior Point Nonlinear Programming for Optimal Power Flow Problems with a Novel Data Structure[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(3): 870-877.

[8] 刘明波,程莹,林声宏. 求解无功优化的内点线性和内点非线性规划方法比较[J]. 电力系统自动化, 2002, 26(1): 22-26.
LIU Ming-bo, CHENG Ying, LIN Sheng-hong. Comparative Studies of Interior-point Linear and Nonlinear Programming Methods for Reactive-power Optimization[J]. Automation of Electric Power Systems, 2002, 26(1): 22-26.

收稿日期: 2004-09-20; 修回日期: 2004-11-25

作者简介:

黄　伟(1979-),男,硕士研究生,主要研究方向为电力系统无功优化计算; E-mail: norchy@163.com

刘明波(1964-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为电力系统优化计算与稳定性分析及电力市场。

A continuous optimization algorithm for mixed integer reactive-power optimization

HUANG Wei, LIU Ming-bo

(Electric Power College, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: This paper converts all discrete variables into combination of several continuous variables between 0 and 1 by means of binary encoding technology, and hence the mixed integer reactive-power optimization problem with discrete variables is transformed into a equivalent continuous optimization problem, which can be effectively solved by nonlinear primal-dual interior-point algorithm. According to weight coefficient of binary variable, discrete variables can be gradually determined in optimization process, and their discretization can be realized during iteration successively. Furthermore, the numerical example of IEEE 118-bus system is employed to validate correctness and effectiveness of the proposed algorithm, and the result based on this algorithm is compared with that based on conventional discretization algorithm.

This project is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 50277013) and National Natural Science Foundation of Guangdong Province (No. 011648).

Key words: reactive-power optimization; mixed integer programming; binary encoding; nonlinear interior-point algorithm