

# 基于直角坐标注入电流形式的多平衡节点潮流算法研究

杭乃善,姚元玺,奚婷婷,赵月星

(广西大学电气工程学院,广西 南宁 530004)

**摘要:**对常规潮流计算中节点注入量由牛顿法的复功率改变为电流,修正方程中的不平衡量由计算有功和无功功率的偏差改变为计算节点注入电流偏差,对于 PQ 节点,雅克比矩阵只需修正对角块元素,简化了雅克比矩阵的变量元素。同时,针对常规潮流算法中功率不平衡量有一个平衡机承担问题,提出了一种处理多平衡节点的潮流算法,使功率不平衡量由多个发电单元分摊。该算法物理意义清晰,容易实现,收敛性好,给出的算例验证了提出算法的可行性。

**关键词:**潮流计算;注入电流;直角坐标;多平衡节点

**中图分类号:** TM711 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2005)04-0009-03

## 0 引言

电力系统潮流计算是电力系统运行、规划以及安全性、可靠性分析和优化的基础。电力系统中静止元件如变压器、输电线、并联电容器、电抗器等可以用 R、L、C 所组成的等值电路来模拟,所以电力网络在潮流计算中可以看作是线性网络,并用相应的导纳矩阵或阻抗矩阵来描述。发电机和负荷都作为非线性元件来处理。对  $n$  个节点的电力系统,基于注入功率形式的潮流方程将引入  $n$  个非线性的复数方程或  $2n$  个实数方程,牛顿法求解过程中雅克比矩阵的元素每次迭代都需要更新,增加了每次迭代的计算时间。基于注入电流形式的潮流方程,将大大简化雅克比矩阵的变量元素,并且具有精确的迭代格式,对初值无要求,并由此提出了一种处理多平衡节点的潮流算法,来解决系统功率的不平衡量由多个发电单元承担问题,而且不需要改变系统的网络参数。注入电流形式的潮流计算,重点突出在对 PQ 节点的处理上。PV 节点的处理,文献[2]保持常规直角坐标牛顿法的迭代格式不变,文献[3]通过对节点电压幅值表达式  $v$  的线性化,得出电压实部和虚部不平衡量的关系,由此得出求解节点无功不平衡量和电压虚部不平衡量的表达式。本文为了突出多平衡节点注入电流潮流算法的描述,采用同文献[2]的 PV 节点处理方式,即 PV 节点的处理同常规直角坐标潮流算法 PV 节点的处理方法相同。而且系统中的 PQ 节点越多,算法的优势越明显。系统中除平衡节点外其它节点都为 PQ 节点时,这种模型对应着包含所有给定功率的负荷节点和给定功率的电源节点系统。对于常规潮流算法中设为 PV

节点的有一定无功备用的发电厂母线,为保持给定电压大小造成一个或几个 PV 节点注入无功功率越限,PV 向 PQ 节点转化时也适用于只有 PQ 节点和平衡节点的模型。而且文献[1]提出的不设 PV、PQ 和平衡节点的控制潮流算法,也为潮流计算提供了新的思路和方向。

## 1 多平衡节点的注入电流模型

对于一个具有  $n$  个节点的电力系统,如果系统结构和元件参数已知,则系统节点电流方程为:

$$\sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j = I_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

式中:  $Y$  是  $N \times N$  阶节点导纳矩阵;  $V$  为  $N \times 1$  维节点电压列矢量;  $I$  是  $N \times 1$  维节点注入电流列矢量。

节点功率方程为:

$$S = EI \quad (2)$$

式中:  $S$  是节点注入复功率,是  $N \times 1$  维列矢量;  $E = \text{diag}\{V\}$  是由节点电压组成的  $N \times N$  阶对角矩阵。

令  $V_i = e_i + jf_i, \quad I_i = I_{xi} + jI_{yi}$

根据式(1)有:

$$I = I_{xi} + jI_{yi} = \sum_{j=1}^n (G_{ij} + jB_{ij})(e_j + jf_j) \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

实部、虚部分离有:

$$I_{xi} = \sum_{j=1}^n (G_{ij}e_j - B_{ij}f_j) \quad (3)$$

$$I_{yi} = \sum_{j=1}^n (G_{ij}f_j + B_{ij}e_j) \quad (4)$$

根据式(2)有:

$$S_i = P_i + jQ_i = (e_i + jf_i)(I_{xi} - jI_{yi})$$

$$(i = 1, 2, \dots, n)$$

实部、虚部分离有：

$$P_i = e_i I_{xi} + f_i I_{yi} \quad (5)$$

$$Q_i = f_i I_{xi} - e_i I_{yi} \quad (6)$$

对于 PQ 节点,由式 (5)、(6) 解得

$$I_{xi} = \frac{P_i e_i + Q_i f_i}{e_i^2 + f_i^2} \quad (7)$$

$$I_{yi} = \frac{P_i f_i - Q_i e_i}{e_i^2 + f_i^2} \quad (8)$$

设系统共有  $n$  个节点,其中节点  $n, n-1$  为平衡节点,则  $V_n = e_n + j0, V_{n-1} = e_{n-1} + jf_{n-1}$ ,则式 (3)、(4) 为：

$$I_{xi} - G_{in} e_n - G_{in-1} e_{n-1} + B_{in-1} f_{n-1} = \sum_{j=1}^{n-2} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) \quad (i = 1, 2, \dots, n-2) \quad (9)$$

$$I_{yi} - B_{in} e_n - G_{in-1} f_{n-1} - B_{in-1} e_{n-1} = \sum_{j=1}^{n-2} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \quad (i = 1, 2, \dots, n-2) \quad (10)$$

式(9)、(10)是两个平衡节点情况,选定的多平衡节点一般为发电机节点或者常规潮流中的 PV 节点和平衡节点,并且 PV 节点的  $V$  给出。处理多平衡节点时,只需将式(3)、(4)中的  $G_{in-1} e_{n-1}, B_{in-1} f_{n-1}$  左移至注入电流侧,其中  $e_{n-1}, f_{n-1}$  为平衡节点电压的实部和虚部;  $G_{in-1}, B_{in-1}$  为导纳阵中的元素。有  $i$  个平衡节点,则雅克比矩阵将减少  $2i$  阶。

## 2 求解

提出交替求解和联立求解两种算法。

### 2.1 交替求解

将式(9)、(10)写成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} -B & G \\ G & -B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \end{bmatrix} \quad (11)$$

则式(1)、(2)的解可转换为求式(7)、(8)、(11)的解。

设第  $k$  次迭代电压  $e_i^{(k)}, f_i^{(k)}$  依次由给定节点功率计算注入电流

$$I_{xi}^{(k)} = \frac{P_i e_i^{(k)} + Q_i f_i^{(k)}}{e_i^{(k)2} + f_i^{(k)2}}, \quad I_{yi}^{(k)} = \frac{P_i f_i^{(k)} - Q_i e_i^{(k)}}{e_i^{(k)2} + f_i^{(k)2}}$$

$$(i = 1, 2, \dots, n-1)$$

$$I_x = I_{xi} - G_{in} e_n - G_{in-1} e_{n-1} + B_{in-1} f_{n-1}$$

$$I_y = I_{yi} - B_{in} e_n - G_{in-1} f_{n-1} - B_{in-1} e_{n-1}$$

$$(i = 1, 2, \dots, n-2)$$

然后就可以求解线性方程(11)。

式中:  $I_x, I_y$  分别代表节点  $i$  注入电流偏差的实部和虚部。交替求解法就是对式(11)不断地求解  $f$  和  $e$ ,直到前后两次的差值满足收敛精度为止。

### 2.2 联立求解

将式(7)、(8)分别带入式(9)、(10),其求解方程为:

$$I_{xi} = \frac{P_i e_i + Q_i f_i}{e_i^2 + f_i^2} - G_{in} e_n - G_{in-1} e_{n-1} + B_{in-1} f_{n-1} - \sum_{j=1}^{n-2} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) = 0 \quad (13)$$

$$I_{yi} = \frac{P_i f_i - Q_i e_i}{e_i^2 + f_i^2} - B_{in} e_n - G_{in-1} f_{n-1} - B_{in-1} e_{n-1} - \sum_{j=1}^{n-2} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n-2) \quad (14)$$

用牛顿法求解,并写成矩阵形式得:

$$\begin{bmatrix} H_{11} N_{11} & & & H_{1, n-2} N_{1, n-2} \\ J_{11} L_{11} & \cdots & & J_{1, n-2} L_{1, n-2} \\ \dots & \ddots & & \dots \\ H_{n-2, 1} N_{n-2, 1} & \cdots & & H_{n-2, n-2} N_{n-2, n-2} \\ J_{n-2, 1} L_{n-2, 1} & \cdots & & J_{n-2, n-2} L_{n-2, n-2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e_1 \\ f_1 \\ \dots \\ e_{n-2} \\ f_{n-2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{x1} \\ I_{y1} \\ \dots \\ I_{xn-2} \\ I_{yn-2} \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中各元素为:

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{ii} = \frac{\partial I_{xi}}{\partial e_i} = a_i - G_{ii} \\ H_{ij} = \frac{\partial I_{xi}}{\partial e_j} = -G_{ij} \\ N_{ii} = \frac{\partial I_{xi}}{\partial f_i} = b_i + B_{ii} \\ N_{ij} = \frac{\partial I_{xi}}{\partial f_j} = B_{ij} \\ J_{ii} = \frac{\partial I_{yi}}{\partial e_i} = b_i - B_{ii} \\ J_{ij} = \frac{\partial I_{yi}}{\partial e_j} = -B_{ij} \\ L_{ii} = \frac{\partial I_{yi}}{\partial f_i} = -a_i - G_{ii} \\ L_{ij} = \frac{\partial I_{yi}}{\partial f_j} = -G_{ij} \end{array} \right. \quad (i = 1, 2, \dots, n-2)$$

也可写成如下形式:

$$\begin{bmatrix} I_{xi} \\ I_{yr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -G_{ij} & B_{ij} \\ -B_{ij} & -G_{ij} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_{ii} & N_{ii} \\ J_{ii} & L_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中:

$$a_i = \frac{(f_i^2 - e_i^2) P_i - 2e_i f_i Q_i}{(e_i^2 + f_i^2)^2}, \quad b_i = \frac{(e_i^2 - f_i^2) Q_i - 2f_i e_i P_i}{(e_i^2 + f_i^2)^2}$$

以上的模型假设除平衡节点外,其余节点都为 PQ 节点的情况,负荷模型采用恒功率形式。当采用其它负荷模型,比如考虑负荷的静态电压特性时,负荷有功功率和无功功率表示为节点电压的表达式,这时的雅克比矩阵与采用恒功率模型相比,PQ 节点对应的非对角块元素不变,对角块元素需要增加把  $P_i, Q_i$  做为节点电压的变量时对直角坐标系表示下电压实部和虚部的求导项。系统中有  $m$  个 PV 节点时,为了突出多平衡节点算法的描述,不平衡量和雅克比矩阵元素同直角坐标常规牛顿法一样,详细内容见文献[5]。

联立求解法实质为牛顿法,具有牛顿法的求解特性,而且 PQ 节点对应的雅克比矩阵元素,除对角子块需修正外,其它子块均为常系数,从而简化了雅克比矩阵的变量元素,其求解步骤与牛顿法相似,可以方便利用各种稀疏技术求解。

### 3 算例验证

本文将通过交替求解和联立求解两种算法对几个测试系统进行计算,来验证所提出的模型。本文采用的算例分别为:文献[4]中的 5 节点系统和 IEEE14、30 节点测试系统。其中 14 节点测试结果见表 1。

其中 13、14 节点为平衡节点;10、11、12 为 PV 节点。程序中对节点标号重新排序,按 PQ 节点、PV 节点、平衡节点的顺序排列。其中 13 节点承担较小的有功不平衡量,是因为 13 节点的电压和相角都已给定,如果改变节点 13 的电压和相角,就会改变其分担的无功和有功不平衡量。

### 4 结论

本文提出的直角坐标注入电流形式的多平衡节点潮流算法,给出了一种求解多平衡节点的新方法,可用来解决系统功率不平衡量在选定的多个发电单

表 1 IEEE14 节点测试结果

Tab.1 Testing results of IEEE14 nodes

节点号	电压幅值	电压相角	节点有功	节点无功
1	1.018 66	- 10.323 74	- 0.478 00	0.039 00
2	1.020 29	- 8.784 05	- 0.076 00	- 0.016 00
3	1.062 02	- 13.361 18	0	0
4	1.056 42	- 14.936 07	- 0.295 00	- 0.166 00
5	1.051 42	- 15.097 84	- 0.090 00	- 0.058 00
6	1.057 21	- 14.798 32	- 0.035 00	- 0.018 00
7	1.057 01	- 14.824 73	- 0.061 00	- 0.016 00
8	1.050 68	- 15.087 57	- 0.135 00	- 0.058 00
9	1.359 60	- 16.001 87	- 0.149 00	- 0.050 00
10	1.090 00	- 13.361 18	0	0.173 60
11	1.070 00	- 14.235 75	- 0.112 00	0.047 40
12	1.010 00	- 12.717 37	- 0.942 00	0.043 90
13	1.045 00	- 4.980 80	0.183 00	0.297 00
14	1.060 00	0	2.323 92	- 0.169 03

元分担问题。算法物理意义清晰,容易实现,收敛性好。给出的交替求解算法对潮流方程不做任何假设,采用直接迭代法,有  $P-Q$  法常系数矩阵的特性,对  $R/X$  无要求,克服了  $P-Q$  法对因  $R/X$  过大而造成的病态潮流问题。联立求解算法具有牛顿法的求解特性,其中的雅克比矩阵,对于大多数的 PQ 节点,除对角子块元素需要修正外,其它子块均为导纳矩阵中的常量,简化了雅克比矩阵的变量元素,可以方便利用各种稀疏技术求解。给出的算例验证了算法的可行性。

### 参考文献:

- [1] 杭乃善,周航,李如琦. 稳态控制潮流的设定空载频率及空载电压算法[J]. 中国电机工程学报,2003,23(12): 74-78.  
HANG Nai-shan, ZHOU Hang, LI Ru-qi. Algorithm of Setting Open-circuit Frequency and Voltage for Steady State Control Power Flow[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(12): 74-78.
- [2] 牛辉,郭志忠. 电流注入模型的电力系统潮流计算[J]. 电网技术,1998,22(11): 39-41.  
NIU Hui, GUO Zhi-zhong. Power Flow Algorithm Based on Current-influx Model[J]. Power System Technology, 1998, 22(11): 39-41.
- [3] da Costa V M, Martins N. Developments in the Newton Raphson Power Flow Formulation Based on Current Injections [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1999, 14(4): 1320-1325.

(下转第 16 页 continued on page 16)

- [J]. IEEE Trans on Energy Conversion, 2001, 16(4): 352-360.
- [5] 赵义术, 余贻鑫, 刘怀东. 使用 LSFE 分析及输电系统约束的市场势力[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(13): 30-35.
- ZHAO Yi-shu, YU Yi-xin, LIU Huai-dong. Transmission Constrained Market Power Analysis Based on LSFE[J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(13): 30-35.
- [6] Rafael K, Luiz A, Barroso N. Market Power Assessment and Mitigation in Hydrothermal Systems [J]. IEEE Trans on Power Systems, 2001, 16(3): 354-359.

收稿日期: 2004-06-18; 修回日期: 2004-08-04

作者简介:

鲁丽娟(1977-), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力市场理论、电力系统运行分析、电力系统规划; E-mail: hou.yunhe@263.net

侯云鹤(1975-), 男, 博士研究生, 研究方向为最优理论在电力系统中应用、电力市场理论、电力系统运行分析、电力系统规划;

吴耀武(1963-), 男, 副教授, 研究方向为电力市场理论、电力系统运行分析、电力系统规划及电力系统谐波分析;

熊信良(1945-), 男, 教授, 研究方向为电力市场理论、电力系统运行分析、电力系统规划及电力系统谐波分析。

### An approach for calculating Lerner index to evaluate market power of each generator

LU Li-juan, HOU Yun-he, WU Yao-wu, XIONG Xin-yin

(Department of Electric Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** Based on the theory about market power and market equilibrium, and microeconomics analysis, a novel method is proposed to calculate Lerner index which is one of the most important indices to evaluate market power of each generator in electricity market. With this method, an independent system operator (ISO) can conveniently and accurately calculate each generator's Lerner index without their marginal cost information and only need each participant's supply/demand function and spot exchange information of electricity market. This method is also applicable to the congested system. The presented method is tested with two case systems, and the results show that this method is efficient.

**Key words:** electricity market; market power; generator demand curve; marginal cost; transmission congestion

(上接第 11 页 continued from page 11)

- [4] 张伯明, 陈寿孙. 高等电力网络分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 1996. 309-313.
- ZHANG Bo-ming, CHEN Shou-sun. Senior Power Network Analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1996. 309-313.
- [5] 陈珩. 电力系统稳态分析[M]. 北京: 中国电力出版社, 1995. 161-162.
- CHEN Heng. Power System Steady State Analysis[M]. Beijing: China Electric Power Press, 1995. 161-162.

收稿日期: 2004-06-18; 修回日期: 2004-07-30

作者简介:

杭乃善(1949-), 男, 教授, 研究方向为电力系统的分析与控制;

姚元玺(1980-), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统的分析与控制; E-mail: yyxh@sohu.com

窦婷婷(1981-), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力系统的分析与控制。

### An algorithm of multi-balance bus based on rectangular coordinate current influx

HANG Nai-shan, YAO Yuan-xi, DOU Ting-ting, ZHAO Yue-xing

(Electric Engineering College, Guangxi University, Nanning 53004, China)

**Abstract:** This paper describes an algorithm of multi-balance bus power flow based on rectangular coordinate current influx. The algorithm make the imbalance power share with several generation units. The mismatch is current influx instead of active power and reactive power imbalance. For PQ bus, the off-diagonal Jacobian matrix elements are equal to those of the nodal admittance matrix, which is simple compared with conventional Newton Raphson formulation. The algorithm has an obvious physical meaning and a good convergence characteristic. The example shows the feasibility of the proposed algorithm.

**Key words:** power flow calculation; current influx; rectangular coordinate; multi-balance bus