

# 利用 LM 技术设计鲁棒电力系统稳定器

杨秀, 王西田, 陈陈

(上海交通大学电气工程系, 上海 200030)

摘要: 传统的  $H$  控制理论在电力系统中的应用有种种限制, 线性矩阵不等式 (LMI) 技术为多目标控制器的综合提供了新的途径。借鉴有极点区域配置约束的混合  $H_1/H_2$  问题的 LMI 解法, 设计了多目标  $H$  电力系统稳定器用于阻尼低频振荡。特征根计算与仿真分析表明, 该控制器可在较大范围运行条件情况下向系统提供足够的阻尼。

关键词: 线性矩阵不等式; 电力系统稳定器; 鲁棒性

中图分类号: TM76 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2005)02-0001-04

## 0 引言

电力系统稳定器 (PSS) 作为一种有效的抑制区间振荡的手段广泛应用于电力系统。传统 PSS 一般采用超前补偿环节, 设计方法简单, 获得了广泛的应用。然而, 由于这种设计方法都是针对电力系统的某一运行点, 随着运行条件的改变, 其性能往往会降低以致不能有效地抑制低频振荡。

随着控制理论的日益成熟, 诸如线性最优控制、极点配置、自适应控制等不断被应用于阻尼控制设计, 但这些方法仍需要精确的数学模型, 当系统模型具有不确定性时, 就不能保证系统的鲁棒性。

最近几年,  $H$  控制理论已经应用于电力系统各种控制器的设计, 如 PSS、HVDC 控制<sup>[1-3]</sup>等。这种方法一般是将系统运行条件变化所引起的系统模型幅频特性的差异, 看作系统模型的不确定性, 并把在可行变化范围内对应的不确定性的界用一个相对简单的频域函数来描述, 并考虑其它诸如扰动抑制方面的性能, 把控制器设计归结为  $H$  鲁棒控制理论的混合灵敏度问题的求解。然而, 应该指出, PSS 的主要目的是改善电力系统的动态性能, 单纯的  $H$  综合只能保证系统的闭环鲁棒稳定性, 并不能直接对系统闭环极点进行配置, 而这恰恰是电力系统动态性能的关键指标。文献 [1, 3] 在应用  $H$  理论设计 PSS 时采用部分极点配置方法进行权函数选取, 但这只能保证系统在正常运行条件下的主导极点位置, 当系统偏离正常运行条件较远时, 主导极点可能严重偏离<sup>[1]</sup>。同时, 权函数的选取也是  $H$  鲁棒控制理论应用的难点, 这方面并未有一个普遍适用的方法, 一般都需要凭设计者的经验并反复试验才能确定, 因此限制了它的使用。

线性矩阵不等式 (LMI) 的出现为解决上述问题提供了新思路, 许多设计指标与约束条件如极点配置约束等可以表达成 LMI 形式, 从而可用有效的凸优化算法得到精确解答<sup>[4]</sup>。本文利用 LMI 方法设计了 PSS, 特征根计算与时域仿真表明该控制器具有较强的鲁棒性。

## 1 $H_1/H_2$ 多目标综合

### 1.1 模型不确定性及其表述

在研究电力系统的小信号稳定时, 一般是采用在某一平衡点领域内的线性化模型。但随着系统运行条件的变化, 该线性化模型也在变化, 在给定的运行条件变化范围内, 系统对应于一组线性化模型, 在任一时刻, 实际运行中的系统同线性化模型族中的某一个模型相对应, 这要求控制器对线性化模型族中的每一个 (线性) 系统具有良好的控制效果, 即要求控制器对该线性模型族具有鲁棒性。状态阵  $A$  的各个非零分量为系统运行参数的非线性函数。假定  $A$  中元素  $a_{ij}$  随运行参数  $p_1, p_2$  变化, 可以表示为如下形式的二阶矩阵多项式最小二乘形式<sup>[5]</sup>:

$$a_{ij} = a_{ij0} + a_{ij1} p_1 + a_{ij2} p_2 + a_{ij11} p_1^2 + a_{ij22} p_2^2 + a_{ij12} p_1 p_2 \quad (1)$$

其中:  $p_1^{\min}, p_1^{\max}, p_2^{\min}, p_2^{\max}$ 。  $p_1, p_2$  可表示为:

$$p_1 = \frac{p_1^{\max} + p_1^{\min}}{2} + \frac{p_1^{\max} - p_1^{\min}}{2} \lambda_1 \quad (2)$$
$$p_2 = \frac{p_2^{\max} + p_2^{\min}}{2} + \frac{p_2^{\max} - p_2^{\min}}{2} \lambda_2$$

其中:  $\lambda_1, \lambda_2 \in [-1, 1]$ 。将式 (2) 代入式 (1), 得

$$a_{ij} = a_{ij0} + a_{ij1} \lambda_1 + a_{ij2} \lambda_2 + a_{ij11} \lambda_1^2 + a_{ij22} \lambda_2^2 + a_{ij12} \lambda_1 \lambda_2 \quad (3)$$

因此,矩阵 A 可表述为如下形式:

$$A = A( \sigma_1, \sigma_2 ) = A_0 + \sigma_1 A_1 + \sigma_2 A_2 + \sigma_1^2 A_{11} + \sigma_2^2 A_{22} + \sigma_1 \sigma_2 A_{12} \quad (4)$$

在鲁棒控制系统的分析与综合问题中,系统的不确定性通过线性分式变换 (LFT) 来描述,其状态空间表达式为:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= M_{11}x + M_{12}w \\ z &= M_{21}x + M_{22}w \end{aligned} \quad (5)$$

$$w = z$$

其中:  $\sigma = \text{diag}(\sigma_1 I_{n1}, \sigma_2 I_{n2})$ 。

$$M = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} A_0 & L^T A_1 & L^T A_{11} & L^T A_2 & L^T A_{22} & L^T A_{12} \\ R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ R & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

1.2 极点配置约束的 LM 形式

定义复平面上的子集 D 被称为 LM 区域,如果存在矩阵  $C, \in R^{m \times m}$  以致

$$D = \{z \in C; f_D(z) < 0\}$$

其中:

$$f_D = \lambda + z + \bar{z}^T = \sum_{kl} l_{kl} + \sum_{kl} l_{kl} z + \sum_{ik} \bar{z}_i J_{ik} \quad (1 < k, l < m)$$

在电力系统小信号稳定分析中,通常我们对于低频振荡模态的阻尼特性有如下的要求:阻尼比 10%,特征根实部  $\leq -0.5$ 。这样的约束条件表明系统的特征根位于如图 1 所示的边界线左侧,图中  $l = -0.5, \phi = 6^\circ$ 。如果所设计的控制器能够确保在给定的系统运行条件范围内该约束条件都能满足,则此控制器是鲁棒的。对应于图 1 所示的极点配置约束条件,

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0.995 & -0.1 \\ 0 & 0.1 & 0.995 \end{bmatrix}$$

相应的极点配置约束的 LM 形式为:

矩阵  $A_{cl}$  的特征根都位于 D 域内,只要存在一个对称的正定阵 X 满足

$$[ \sum_{ij} X + \sum_{ij} A_{cl} X + \sum_{ij} X A_{cl}^T ]_{1 < i, j < m} < 0$$

其中:  $A_{cl}$  代表闭环状态方程的 A 矩阵。

图 2 所示为多目标  $H_\infty/H_2$  综合示意图,其中, w 为外部输入,  $z_1, z_2$  分别是与  $H_\infty, H_2$  指标有关的被控向量,其中 w 与  $\Delta$  用于表示模型的不确定性,二

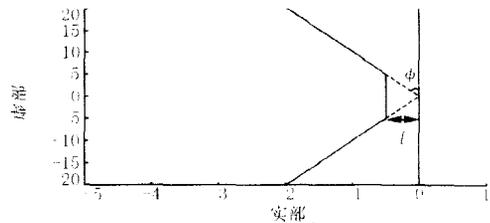


图 1 LM I 区域

Fig 1 LM I region

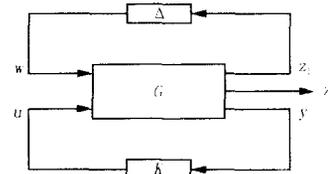


图 2 多目标  $H_\infty/H_2$  综合

Fig 2 Multi-objective  $H_\infty/H_2$  synthesis

者有如下的关系:

$$w = z_1 \quad (6)$$

且  $z_1 = z_2$ 。

增广系统 G 可以表达为如下的状态空间模型:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_0 x + B_1 w + B u \\ z_1 &= C_1 x + D_1 w \\ z_2 &= C_2 x + D_2 u \\ y &= C x \end{aligned} \quad (7)$$

式 (7) 中的  $A_0, B_1, C_1, D_1$  分别对应式 (5) 中的  $M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}$ 。

式 (7) 的  $z_2$  表达了系统的  $H_2$  性能要求,选择  $C_2, D_2$  如下:

$$C_2 = \begin{bmatrix} C \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ r^{1/2} \end{bmatrix}$$

其中: C 是式 (7) 的输出矩阵, r 是标量,表示对输入 u 的约束,本文选取  $r = 1$ ,其  $H_2$  性能指标等价如下的代价函数 J:

$$J = \int_0^\infty (y^T(t) + r u^T(t)) dt$$

极点配置约束下的混合  $H_\infty/H_2$  输出反馈综合的任务是,对于对象 G,预先给定闭环  $H_\infty$  性能,寻找一个输出反馈控制律

$$u = Ky$$

使得闭环系统: 极点位于左半开平面的指定区域;  $H_\infty$  性能  $T_{wz1}$ ;  $H_2$  性能  $T_{wz2}$  最小。这里,  $T_{wz1}, T_{wz2}$  分别为闭环系统从 w 到  $z_1$ , 从 w 到  $z_2$  的传递函数。以上这些问题可以通过 Matlab 的 LM 工具箱来解决<sup>[4]</sup>。

## 2 系统模型

考虑如图 3 所示单机无穷大系统,其中发电机采用三阶模型,具体参数见文献 [6],其状态方程为

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (8)$$

其中:  $x = [ \quad , \quad , \quad f_d, \quad v_1 ]^T$ ,其中最后一个状态变量  $v_1$  是由于将励磁系统考虑为一阶惯性环节而引入的,  $y = \quad$ 。设无穷大母线电压恒定,系统运行点由发电机输出有功功率  $P$ 、无功功率  $Q$  决定。取  $P \in [0.5, 1.0]$  pu,  $Q \in [0.1, 0.5]$  pu,系统的开环极点分布如图 4 所示。

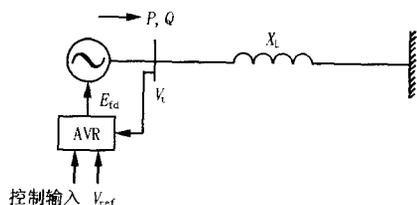


图 3 单机-无穷大系统模型

Fig 3 Single machine and infinite bus system model

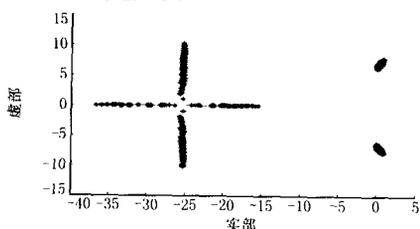


图 4 开环极点分布

Fig 4 Open-loop poles distribution

按照第 2 节所述方法,利用 Matlab LM 工具箱设计控制器,得

$$K(s) = 37.3(s + 35.73) \frac{(s^2 + 50.53s + 661.1)}{(s + 60.51)(s + 2.053)(s^2 + 48.46s + 1071)}$$

## 3 特征值计算及时域仿真

为检验所设计的 PSS 对系统运行条件变化的鲁棒性,进行了特征根分析,并同传统的 PSS 进行了比较,该 PSS 是针对  $P = 0.9$  pu,  $Q = 0.3$  pu 的运行条件设计的,输入为  $\quad$ ,其传递函数为:

$$K(s) = 9.5 \cdot \frac{1.4s}{1 + 1.4s} \cdot \frac{1 + 0.154s}{1 + 0.033s}$$

具体设计过程参见文献 [6]。

图 5 为传统的 PSS 作用时的闭环系统特征根分布,图 6 为本文所设计的 PSS 作用时的闭环系统特征根分布。从图中可以看出,所设计的 PSS 在本文

的运行条件变化范围内能够满足极点配置的约束要求,有较强的鲁棒性,而传统的 PSS 的鲁棒性较差。

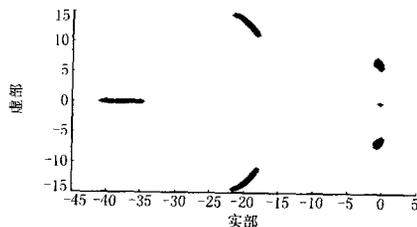
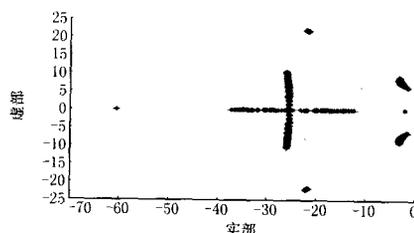
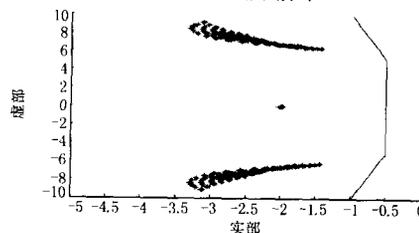


图 5 传统 PSS 作用时的闭环极点分布

Fig 5 Closed-loop poles distribution with conventional PSS



(a) 闭环极点分布



(b) 对应主导极点的局部放大图

图 6 多目标 H 无穷 PSS 作用时的闭环极点分布

Fig 6 Closed-loop poles with multi-objective H infinity PSS

与此同时,对图 3 所示系统在不同运行方式进行了非线性仿真,仿真软件为 PSCAD \ EMTDC 软件,本文给出了部分结果,分别如图 7、图 8 所示,运行条件为  $P = 1.0$  pu,  $Q = 0.5$  pu。

1) 发电机机械输入功率在 1.0 s 突然下降 20%, 0.5 s 后恢复。仿真结果见图 7。

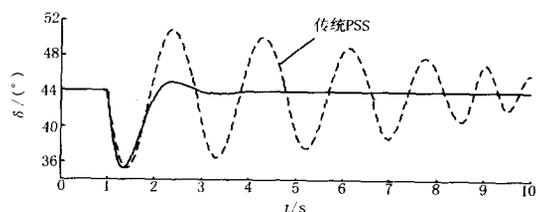


图 7 系统在小扰动下的时域仿真

Fig 7 Time domain simulation under a small disturbance

2) 发电机机端三相对地短路, 0.08 s 后恢复, 仿真结果见图 8。

仿真结果表明,同传统的 PSS 相比,本文设计的 PSS 无论是在小扰动还是大扰动,都能提供充分的

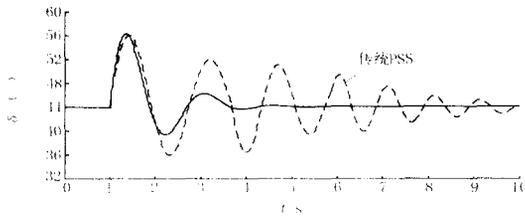


图 8 系统在三相短路的时域仿真

Fig 8 Time domain simulation under a three-phase fault

阻尼,抑制功角的摆动,平息系统的振荡,显示了较强的鲁棒性。

#### 4 结论

本文应用线性矩阵不等式(LMI)方法从多目标角度设计了 $H$ 电力系统稳定器,该方法物理概念明晰,同时考虑了控制器的多方面性能指标,易于实现。特征根分析与仿真结果均表明与传统的电力系统稳定器相比,该控制器可以显著增强系统的鲁棒稳定性,当运行状态发生大范围变化依然能为系统提供足够的阻尼。

#### 参考文献:

- [1] 田立军,郭雷,陈衍.  $H$  电力系统稳定器的设计[J]. 中国电机工程学报, 1999, 3(3): 59-62  
TAN Li-jun, GUO Lei, CHEN Yan Design of  $H$  Power System Stabilizer[J]. Proceedings of the CSEE, 1999, 3(3): 59-62

- [2] Chung C Y, Tse C T, Chui W T. Robust Control Design in AC/DC System[A]. Proceeding of the 5th International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management Hong Kong: 2000.
- [3] 钟志勇, 谢志棠, 王克文. 电力系统稳定器的最优鲁棒控制[J]. 电力系统自动化, 1999, 4(8): 11-15.  
ZHONG Zhi-yong, XIE Zhi-tang, WANG Ke-wen Optimal Robust Control Design for Power System Stabilizer[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 4(8): 11-15.
- [4] Gahinet P, Nemirovski A. LMI Control Toolbox for Use with Matlab[Z]. The Mathworks Inc. 1995.
- [5] Djukanovic M, Khammash M, Vittal V. Application of the Structured Singular Value Theory for Robust Stability and Control Analysis in Multimachine Power Systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(4): 1311-1322.
- [6] Kunder P. Power System Stability and Control[M]. McGraw - Hill Inc, 1994.

收稿日期: 2004-05-27; 修回日期: 2004-06-15

作者简介:

杨秀(1972-),男,博士研究生,主要研究方向为电力系统的小信号分析与控制; E-mail: yangxiu72@263.net

王西田(1972-),男,博士,主要从事电力系统鲁棒控制的研究;

陈陈(1938-),女,教授,博士生导师,主要从事电力系统稳定与控制研究。

### Robust power system stabilizer design using LMI technique

YANG Xiu, WANG Xi-tian, CHEN Chen

(Electrical Engineering Department, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** Traditional  $H$  control theory has many limits in the application to power system. Linear Matrix Inequality (LMI) technique provides a new approach for the synthesis of multi-objective controller. Based on the LMI for mixed  $H_2/H_\infty$  design under pole region constraints, a multi-objective  $H$  power system stabilizer (PSS) for damped low-frequency oscillation is developed. The eigen value analysis and simulation show that the controller can provide enough dampings in many operating conditions.

**Key words:** Linear Matrix Inequality (LMI); power system stabilizer; robustness

祝广大读者新春快乐! 万事如意!