

# 一种消除非周期分量的牛顿递推采样值修正法

刘辉乐<sup>1</sup>, 陈皓<sup>1</sup>, 黄志华<sup>2</sup>

(1. 四川大学, 四川 成都 610065; 2. 湖州电力局, 浙江 湖州 313000)

摘要: 在全波傅氏算法的基础上, 提出一种改进的基于牛顿递推原理的消除非周期分量的采样值修正算法, 详述了该方法的原理、实现过程及仿真结果。该方法能改进原全波傅氏算法的不足, 消除非周期直流分量的影响, 提高滤波的精度。算例表明该算法原理简单, 计算量少, 适用性强, 精度高, 是一种有效的算法。

关键词: 全波傅氏算法; 非周期分量; 牛顿递推法; 继电保护

中图分类号: TM771 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2004)17-0028-03

## 0 引言

在微机继电保护中, 需要应用不同的离散运算方法以实现故障量的测量、计算和故障判别。电力系统故障后电压和电流信号中常包含基波分量、非周期分量和各种高频谐波分量。因此, 需要根据保护的不同特点, 合理采用滤波算法<sup>[1]</sup>。

目前的微机保护算法包括了正弦函数模型的算法、周期函数模型的算法、输电线路简化 R-L 模型的算法以及基于采样值的继电器动作方程算法。当然, 许多学者进行大量的研究, 也提出了很多新方法, 然而这些新技术、新理论仍有待工程适用情况来证明。而傅氏滤波算法本身具有良好的消除直流和高次谐波的能力, 不需要采用数字滤波器, 所以使用广泛。但傅氏算法有一个缺点, 即不能滤除衰减直流分量。因此, 当输入信号中含有衰减分量时, 必将给滤波结果带来误差。

本文在分析了全波傅氏滤波原理的基础上, 对算法进行改进。该算法根据傅氏滤波本身特点求解衰减直流分量的幅值和时间常数, 采用牛顿法拟和指数函数, 算法原理简单, 计算量少, 剪度高, 经算例仿真表明: 该算法是一种有效的改进算法。

## 1 全波傅氏算法

傅氏算法是利用正弦 - 余弦的正交函数性质来提取信号某一频率的分量。它可以滤除恒定的直流分量和各种高次谐波分量, 现假设输入信号<sup>[2,3]</sup>为:

$$i(t) = I_0 e^{-t} + \sum_{n=1} I_m(n) \sin(n t + \phi_n) = I_0 e^{-t} + \sum_{n=1} I_{ms} \sin(n t) + \sum_{n=1} I_{mc} \cos(n t) \quad (1)$$

式中:

$$\begin{cases} I_{ms} = \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \sin(n t) dt \\ I_{mc} = \frac{2}{T} \int_0^T i(t) \cos(n t) dt \end{cases} \quad (2)$$

经采样后, 成为离散数字信号, 积分变为求和:

$$\begin{cases} I_{ms} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^n i(k - N + i) \sin(n \frac{2}{N} i) \\ I_{mc} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^n i(k - N + i) \cos(n \frac{2}{N} i) \end{cases} \quad (3)$$

因此, 可求出信号的幅值、相角:

$$\begin{cases} I_m = \sqrt{I_{ms}^2 + I_{mc}^2} \\ \phi_m = \arctan \frac{I_{ms}}{I_{mc}} \end{cases} \quad (4)$$

## 2 滤除衰减分量的算法原理

设电力系统的故障电流信号如式(1)所示, 利用 1 个周波的数据来估计衰减分量的幅 A 值和时间常数。对信号在 [0, T] 内积分, 知:

$$I^*(0) = \int_0^T i(t) dt / T = A [1 - e^{-T}] = \sum_{k=0}^{N-1} i(k) / N \quad (5)$$

相隔 1 个周期的信号之差:

$$= i(0) - i(N) = A [1 - e^{-T}] \quad (6)$$

由式(5)、(6)可以计算出衰减分量的幅值 A 和时间常数:

$$A = \frac{T \sum_{k=0}^{N-1} i(k)}{N(i(0) - i(N))} \quad (7)$$

$$A = \frac{i(0) - i(N)}{1 - e^{-t}} \quad (8)$$

现在只需要对原电流信号进行修正, 就可得到不含衰减直流分量的信号:

$$i^*(t) = i(t) - Ae^{-t} \quad (9)$$

离散化,即为:

$$i^*(k) = i(k) - Ae^{-\frac{T_k}{\tau}} = i(k) - Af(T_k) \quad (10)$$

现在关键问题是,怎样简化指数运算,用只含少量的加、减、乘和除的函数来代替,以适合于继电保护装置使用。

本文采用牛顿法,通过递推公式,依次将指数函数按两采样点做一直线,将它近似为一系列的线性函数。

牛顿递推公式<sup>[4]</sup>为:

$$f(T_{k+1}) = f(T_k) + f'(T_k)(T_{k+1} - T_k) \quad (11)$$

式中:  $(T_k, f(T_k))$  为上一时刻的指数函数值;  $(T_{k+1}, f(T_{k+1}))$  为下一时刻的指数函数值。

求得斜率  $f'(T_k)$  的公式为:

$$f'(T_k) = (e^{-T/\tau})' = -\frac{1}{\tau}f(T_k) \quad (12)$$

将式(12)代入式(11)得到任意两采样点间的线性化递推公式:

$$f(T_{k+1}) = -\frac{1}{\tau} \times f(T_k) \times (T_{k+1} - T_k) + f(T_k) = (1 - \frac{T_s}{\tau})f(T_k) \quad (13)$$

已知初值  $f(T_0) = 1$ , 根据式(13)可以递推求出所有采样点的指数函数值。

图1描述了牛顿递推法的思路,其中曲线1为指数函数;曲线2为1、2两采样点的直线;曲线3为2、3两采样点的直线,依次类推。

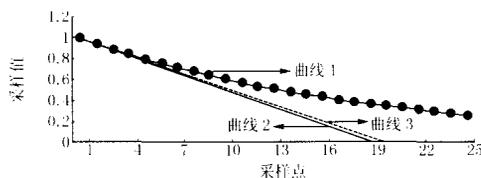


图1 牛顿法原理图

Fig. 1 Block diagram of Newton theory

利用式(7)、(8)、(10)、(13)就可求出任意采样时刻的消除衰减直流分量的值。

### 3 Matlab6.5 算例仿真

为了验证本文介绍的算法的有效性,采用了文献[5]所用的算例。

$$f(t) = 100e^{-t} + 100\sin(t + \alpha) + 40\sin(3t + \beta) + 10\sin(7t + \gamma)$$

其中:  $\tau = 20 \text{ ms}$ ;  $\alpha = 100^\circ$ ;  $\beta = 45^\circ$ ;  $\gamma = 0^\circ$ 。每工频周期的采样点数  $N = 16$ , 将时间窗长度取为 1

个周波,每隔 1 个采样点取 1 个时间窗。这样,经过 1 个周波后,计算出衰减分量的幅值  $A$  和时间常数  $\tau$ ,从初始采样开始,可计算每个采样点的指数函数近似值。此时,就可对各个采样点的值进行修正,继而用全波傅氏算法进行滤波。

图2是全波傅氏算法的基波误差分析波形图;图3是本文提出的牛顿递推算算法误差分析波形图。

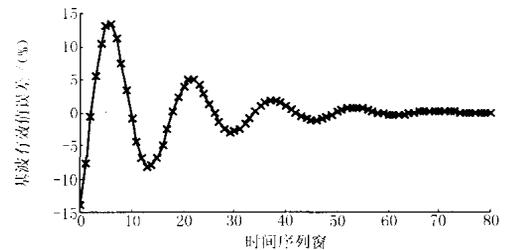


图2 全波傅氏算法的误差分析波形

Fig. 2 Error analysis wave of full-wave Fourier algorithm

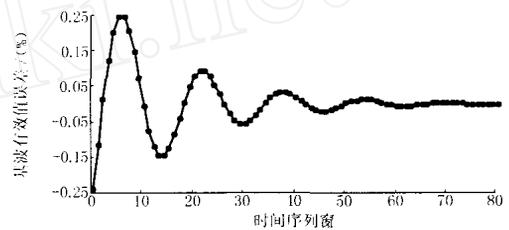


图3 牛顿递推修正算法的误差分析波形

Fig. 3 Error analysis wave of Newton iterative algorithm

由图2的误差分析波形可知,未经修正带有非周期分量的全波傅氏算法的滤波基波有效值误差最大达到 15%,而图3采用本文提出的改进算法修正后,非周期产生的滤波误差大大减少,最大误差仅为 0.25%。

为了验证本算法的有效性,将此算法的仿真结果的有效值误差与文献[5]的误差做比较。文献[5]采用的改进递推修正算法,其电流有效值误差为 0.6%。究其原因,是因为文献[5]将非周期分量在 1 个周波内近似成一线性函数,所以存在不小的误差,本文是从一开始就对指数函数按相邻两采样点近似为一线性函数,所以精度大大提高。

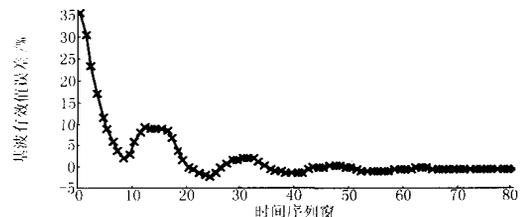


图4 全波傅氏算法的总有效值误差波形

Fig. 4 Total virtual value error wave of full-wave Fourier algorithm

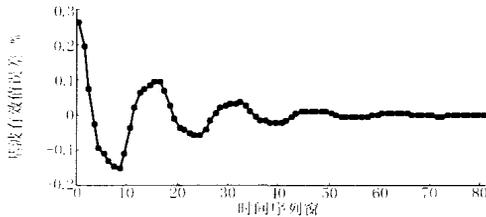


图5 牛顿递推修正算法的总有效值误差波形

Fig. 5 Total virtual value error wave of Newton iterative algorithm

为了验证本文算法对其它算法的有效性,可采用公式

$$I = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} i(k)^2}$$

计算包括谐波在内的总的电流有效值。

由图 4、5 可见,电力系统故障信号总有效值误差显著减少,比较文献[5,6],本文提出的算法的误差更小。所以,本文算法的有效性得到了证实。

需要补充说明的是,由于傅氏算法本身在求解非周期分量的幅值和时间常数时用离散化求和代替积分,算法本身就有误差,这一误差是无法克服的。只有提高采样率,才能减少其误差。但在微机保护中应用 DSP 后,采样率提高,处理时间缩短,误差得到了控制。所以用此算法结合本文的牛顿递推法实现保护算法是可行、有效的。

#### 4 结论

本文提出的牛顿递推修正算法,按电力系统故障信号本身的特点,求其衰减分量的幅值和时间常数,并将相邻两采样点近似为一线性函数来代替指数函数,其精度高,适用于高精度滤波的场合。除此之外,另一优点是该方法并不针对特定的算法而设计,所以对其它算法也适用。因此采用本算法对采样值进行修正,可大幅度减少非周期分量的影响,而且其原理简单,实现方便,计算速度快,计算量小,精度高。适用于电力系统微机保护。仿真结果和分

析比较证实了本文提出的算法的有效性和可行性。

#### 参考文献:

- [1] 陈皓(CHEN Hao). 微机继电保护原理及算法仿真(Microprocessor-based Relay Protection Theory and Algorithms Simulation) [M]. 成都:四川大学出版社(Chengdu: Sichuan University Press), 2002.
- [2] 高婧(GAO Jing). 电力系统微机保护中改进傅氏算法综合性能研究(Study of Improved Fourier Algorithm for Microprocessor-based Protection in Power System) [J]. 继电器(Relay), 2002, 30(10): 16-20.
- [3] 熊岗(XIONG Gang). 一种能滤除衰减直流分量的交流采样新算法(A Novel Alternating Current Sampling Algorithm for Filtering Decaying Direct Current Component) [J]. 电力系统自动化(Automation of Electric Power Systems), 1997, 21(2): 24-26.
- [4] 黄世莹(HUANG Shi-ying). 数值计算方法(Methods of Numerical Computation) [M]. 四川:成都科技大学出版社(Sichuan: Chengdu University of Science and Technology Press), 1997.
- [5] 黄纯(HUANG Chun). 一种消除非周期分量的交流数据修正法(A New Approach to Eliminate Nonperiod Components from Sampling Data) [J]. 继电器(Relay), 2001, 29(8): 10-12.
- [6] 乐全明(YUE Quan-ming). 一种改进的消除非周期分量交流采样数据修正法(An Improved Approach to Eliminate Non-periodic AC Sampling Component) [J]. 继电器(Relay), 2003, 30(15): 9-11.

收稿日期: 2003-12-18; 修回日期: 2004-02-27

作者简介:

刘辉乐(1979-),女,硕士研究生,主要研究方向为电力系统继电保护,电力系统调度自动化; E-mail: marylhl@163.com

陈皓(1962-),男,博士,副教授,主要从事电力系统继电保护与自动化的研究工作;

黄志华(1979-),男,助理工程师,从事电力系统继电保护工作。

#### An improved Newton iterative algorithm to eliminate non-period components from sampling data

LIU Hui-le<sup>1</sup>, CHEN Hao<sup>1</sup>, HUANG Zhi-hua<sup>2</sup>

(1. Sichuan University, Chengdu 610065, China; 2. Huzhou Power Supply Bureau, Huzhou 313000, China)

**Abstract:** Based on the theory of full-wave Fourier algorithm, this paper proposes an improved algorithm using Newton iterative theory with its theory, the procedure as well as the simulation result. The proposed algorithm can overcome the disadvantages of the full-wave Fourier algorithm, eliminate the non-period components and improve its filter speed and precision.

**Key words:** full-wave Fourier algorithm; non-period components; Newton iterative approach; protective relay