

利用多小波的电力系统信号重构分析

曾怡达¹, 刘志刚²

(1. 西南交通大学峨眉分校, 四川 峨眉 614202; 2. 西南交通大学电气化自动化研究所, 四川 成都 610031)

摘要: 以电力系统故障电压信号为原始信号,通过对不同预/后处理方法的多小波自身重构误差比较和基于不同预/后处理方法的整个多小波变换过程中的重构误差分析,详细讨论了影响多小波重构精度的因素。通过对不同预/后处理方法的多小波分解结果的对比,以及对不同类型信号的多小波与传统小波的重构误差的详细比较和讨论,认为多小波比传统小波更适合于对信号的精确重构,适合用于对电力系统暂态故障信号的处理。

关键词: GHM多小波; 预/后处理; 分解与重构

中图分类号: TM711.0241.5

文献标识码: A

文章编号: 1003-4897(2004)15-0010-04

0 引言

多小波(Multiwavelet)是近几年发展起来的一种基于小波分析的新理论,它可以同时具有对称性、正交性、短支撑性、高阶消失矩性质,传统小波却不能同时具有这些性质^[1]。Geronimo等应用分形插值方法分别在1994年和1996年构造出了具有短支撑、正交性、对称性和二阶消失矩的多小波中两尺度函数和两小波函数^[2,3]。该多小波是第一个真正的多小波,而且其应用也最为广泛,被称为GHM多小波。Chui等利用多小波的正交性、紧支撑性、对称性和插值性构造出了二重多尺度函数和多小波函数^[4],被称为Chui-Lian多小波。其它多小波的构造方法可以参见文献^[5,6]等。

利用传统小波变换来处理电力系统信号已经广泛开展,主要表现在:故障信号的分析、去噪、检测以及谐波检测,输电线路故障定位等等。由于多小波与传统小波相比具有更为优越的性能,本文将利用多小波对电力系统信号进行分解和重构,与传统小波的比较来讨论多小波在电力系统信号处理中的应用。

1 多小波的基本理论

与传统小波不同,多小波的多分辨分析不是由一个尺度函数,而是由多个尺度函数生成的。若一个多分辨分析是由多个尺度函数生成,相应的由多个小波函数平移与伸缩构成 $L^2(IR)$ 空间的基,这些小波函数被称作多小波。令 $\phi(t) = [\phi_1(t), \phi_2(t), \dots, \phi_r(t)]^T, (\phi_l \in L^2(IR), l = 1, 2, \dots, r, r \in \mathbf{N})$ 是多分辨分析空间 $\{V_k\}_{k \in \mathbf{Z}}$ 的正交多尺度函数,与其对

应的正交多小波函数 $\psi(t) = [\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_r(t)]^T (r \in \mathbf{N})$,满足其平移和伸缩 $\{\psi_{j,k}(t) = \phi(2^{-j}x - k), \dots, \psi_r(2^{-j}x - k)\}^T, (j, k \in \mathbf{Z})$ 形成正交补子空间的正交基,即 V_j 在 V_{j+1} 中的补子空间 W_j 。对于GHM多小波,其多尺度函数 $\{\phi^j, \psi^j\}$ 和相应的多小波函数 $\{\psi_1^j, \psi_2^j\}$ 分别满足相应的矩阵尺度方程^[3,4]:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \phi^j(t) \\ \psi^j(t) \end{bmatrix} &= \sum_{k=0}^3 H_k \begin{bmatrix} \phi^j(2t-k) \\ \psi^j(2t-k) \end{bmatrix}, \quad \forall t \in \mathbf{R} \\ \begin{bmatrix} \psi_1^j(t) \\ \psi_2^j(t) \end{bmatrix} &= \sum_{k=0}^3 G_k \begin{bmatrix} \psi_1^j(2t-k) \\ \psi_2^j(2t-k) \end{bmatrix}, \quad \forall t \in \mathbf{R} \end{aligned} \quad (1)$$

其中: H_k 和 $G_k (0 \leq k \leq 3)$ 为 2×2 维系数矩阵^[3,4]。令:

$$\begin{aligned} H_0 &= \begin{bmatrix} 3/10 & 2\sqrt{2}/5 \\ -\sqrt{2}/40 & -3/20 \end{bmatrix}, \quad H_1 = \begin{bmatrix} 3/10 & 0 \\ 9\sqrt{2}/40 & 1/2 \end{bmatrix} \\ H_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 9\sqrt{2}/40 & -3/20 \end{bmatrix}, \quad H_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\sqrt{2}/40 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} G_0 &= \begin{bmatrix} -\sqrt{2}/40 & -3/20 \\ -1/20 & -3\sqrt{2}/20 \end{bmatrix}, \quad G_1 = \begin{bmatrix} 9\sqrt{2}/40 & -1/2 \\ 9/20 & 0 \end{bmatrix} \\ G_2 &= \begin{bmatrix} 9\sqrt{2}/40 & -3/20 \\ -9/20 & 3\sqrt{2}/20 \end{bmatrix}, \quad G_3 = \begin{bmatrix} -\sqrt{2}/40 & 0 \\ 1/20 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

根据上述系数矩阵可以得到GHM多小波相应多尺度函数 $\{\phi^j, \psi^j\}$ 和多小波函数 $\{\psi_1^j, \psi_2^j\}$ 的波形,如图1所示。

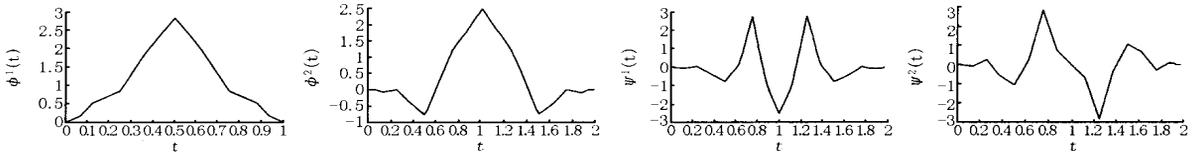


图1 GHM多小波的波形

Fig.1 Waveforms of GHM multiwavelet

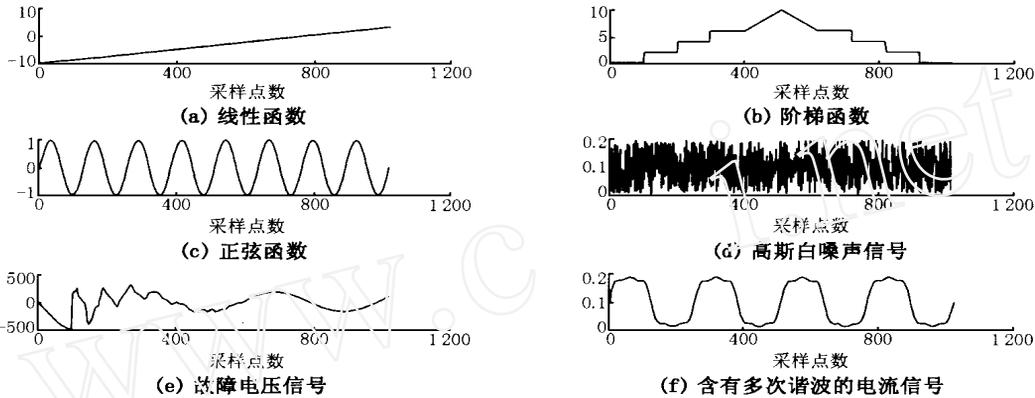


图2 6种信号波形

Fig.2 Waveforms of six signals

多小波的多尺度函数和多小波函数满足如下两尺度矩阵方程^[4]:

$$\begin{aligned} \phi(t) &= \sum_{k=0}^L H_k (2t - k) \\ \psi(t) &= \sum_{k=0}^L G_k (2t - k) \end{aligned} \quad (4)$$

其中: H_k 和 G_k ($0 \leq k \leq L$) 为 $r \times r$ 维系数矩阵; L 表示多小波滤波器长度; r 表示多小波维数。

若令 $f = [V_1, V_2, \dots, V_r]^T$, V_j 是由 $\phi_{l,j,k} = 2^{j/2} \phi_l(2^j t - k)$, $l = 1, 2, \dots, r$, $r \leq N$, $k, j \in \mathbb{Z}$ 张成的线形闭子空间, 根据多小波的正交多分辨分析, 则有^[8,9]:

$$\begin{aligned} f(t) &= \sum_{l=1}^r \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{l,j,k} \phi_{l,j,k}(t) = \sum_{l=1}^r \sum_{k \in \mathbb{Z}} c_{l,j_0,k} \phi_{l,j_0,k}(t) + \sum_{l=1}^r \sum_{j_0 < j} \sum_{k \in \mathbb{Z}} d_{l,j,k} \phi_{l,j,k}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

式中: $J_0 < J$; $c_{l,j,k} = \int f(t) \phi_{l,j,k}(t) dt$, $d_{l,j,k} = \int f(t) \phi_{l,j,k}(t) dt$ 。

令 $c_{j,k} = (c_{1,j,k}, \dots, c_{r,j,k})^T$, $d_{j,k} = (d_{1,j,k}, \dots, d_{r,j,k})^T$, 则有多小波的分解与重构公式分别如下:

$$c_{j-1,k} = \sqrt{2} \sum_n H_n c_{j,2k+n}, \quad d_{j-1,k} = \sqrt{2} \sum_n G_n c_{j,2k+n} \quad (6)$$

$$c_{j,n} = \sqrt{2} \sum_k (H_k^* c_{j-1,2k+n} + G_k^* d_{j-1,2k+n}) \quad (7)$$

2 多小波与传统小波的分解重构比较

讨论均采用 GHM 多小波与 DB4 小波作比较, 采用 DB4 小波的原因是其具有 4 个系数的滤波器、正交性和二阶消失矩, 这与 GHM 多小波非常相似。GHM 多小波的预处理方法采用 GHM.init 预处理方法。采用 6 种典型的函数或信号作为原始信号, 分别为: 线性函数、阶梯函数、正弦函数、高斯白噪声信号、故障电压信号和含有多次谐波的电流信号, 如图 2(a~f) 所示。

分别对这 6 种函数或信号进行两层的 GHM 多小波分解与重构, 并绘制出它们与 DB4 小波两层分解与重构相应的重构误差比较图, 见图 3 所示。

分别计算出利用 GHM 多小波与利用 DB4 小波重构 6 种信号的误差, 见表 1 所示。

表1 重构误差比较

Tab.1 Reconstruction errors comparison

	线性函数	阶梯函数	正弦函数	噪声信号	故障电压信号	含有多次谐波的电流信号
DB4	$\pm 5 \times 10^{-15}$	$\pm 2 \times 10^{-12}$	$\pm 2 \times 10^{-14}$	$\pm 5 \times 10^{-13}$	$\pm 4 \times 10^{-10}$	$\pm 2 \times 10^{-14}$
GHM	$\pm 1 \times 10^{-14}$	$\pm 5 \times 10^{-15}$	$\pm 1 \times 10^{-15}$	$\pm 2 \times 10^{-16}$	$\pm 4 \times 10^{-13}$	$\pm 2 \times 10^{-15}$

根据图 3 和表 1 中的重构误差分析与比较以及其它大量的仿真计算例子, 可以得到如下结论:

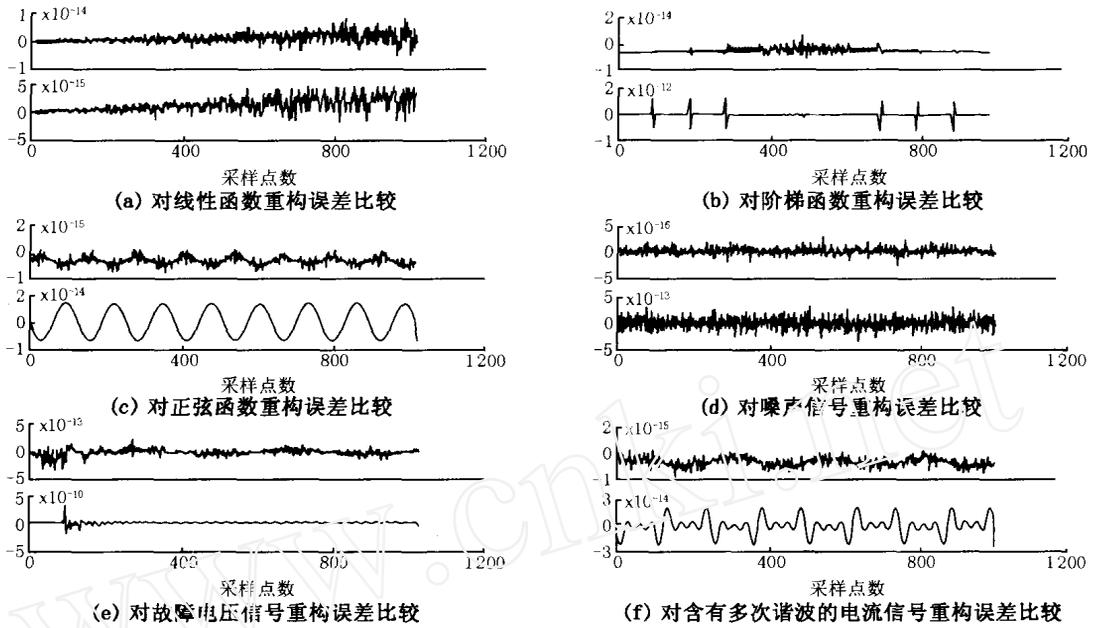


图3 6种不同信号重构误差比较

Fig. 3 Reconstruction errors comparison of six different signals

1) 基于 GHM 多小波的重构误差比基于 DB4 小波的重构误差总体上要小得多。

2) GHM 多小波更适用于对突变和暂态随机信号的重构, 重构精确度比 DB4 小波要好得多, 而且很大程度上改善了 DB4 小波重构过程中的 ‘Gibbs’ 现象, 产生此种结果主要在于 GHM 多小波对于函数的逼近比 DB4 小波在同一空间上更精细, 这是由多小波本身的性质所决定的。

3) 基于 GHM 多小波对线性函数的重构与基于 DB4 小波相比没有明显优势, 若从多分辨空间上考虑, 其主要原因在于多小波在对函数逼近时, 不仅是一个尺度函数经过平移和伸缩后的叠加, 而且是多个尺度函数平移、伸缩后的叠加, 会产生类似神经网络中的 ‘过拟合’, 但是其误差仅与小波的误差相当。

4) 基于 GHM 多小波对平滑信号的重构与基于 DB4 小波相比, 重构误差的变化极不平滑, 这一点与 DB4 小波有明显区别, 如对于正弦函数和故障电压信号中的平滑部分的重构, 但是其重构精度比 DB4 小波要好, 产生此种结果主要在于 DB4 小波函数具有更为平滑的性质, 这一点可从图 1 中看出, 但是 GHM 多小波不仅同时具有短支撑、正交性、对称性和二阶消失矩, 而且在多分辨率空间逼近函数时, 比 DB4 小波更精细, 这与上面第 2 点类似。

另外, 为了获得多小波预/后处理自身的重构误差, 我们对原始数据仅作预/后处理不作任何分解,

预/后处理采用奇偶法、GHM int. 法、Haar 法、Xia-1996 法、Xia-1998 法、DPHardin-b 法和 JTMiller-a 法 (文献[7]中暂称)。

从实际仿真结果来看, 对于同一种多小波, 除奇偶法 (由于没有对分裂后的数据进行处理) 之外, 其余预/后处理方法均有自身重构误差, 每种方法自身误差的大小不尽相同, 且与原始数据相关, 误差在 $10^{-14} \sim 10^{-13}$ 之间。预/后处理方法的自身重构误差是影响多小波分解与重构精度的重要因素之一, 但不是唯一因素, 因为预/后处理方法构成的预/后滤波器对整个系统的影响, 多小波本身滤波器的重构误差, 也是影响多小波分解与重构精度的因素。

接下来讨论不同预处理方法对同一信号重构误差的比较, 仍采用图 2(e) 所示的故障电压信号, 对信号均分解两层后重构。分别计算出这几种预处理方法自身的误差和与多小波结合后的重构误差, 如表 2 所示。

表 2 利用不同预处理方法误差比较

Tab. 2 Errors comparison with different preprocessing methods					
	DB4 小波	Even/odd	Haar	DHM_init.	Haar_mod
自身误差	—	—	$\pm 6 \times 10^{-14}$	$\pm 2 \times 10^{-13}$	$\pm 6 \times 10^{-14}$
重构误差	$\pm 4 \times 10^{-10}$	$\pm 3 \times 10^{-13}$	$\pm 3 \times 10^{-13}$	$\pm 4 \times 10^{-13}$	$\pm 4 \times 10^{-13}$
	Xia-1996	Xia-1998	JTMiller-a	DPHardin-b	DPHardin-c
自身误差	$\pm 6 \times 10^{-13}$	$\pm 2 \times 10^{-13}$	$\pm 6 \times 10^{-14}$	$\pm 6 \times 10^{-14}$	$\pm 2 \times 10^{-13}$
重构误差	$\pm 2 \times 10^{-12}$	$\pm 2 \times 10^{-13}$	$\pm 3 \times 10^{-13}$	$\pm 3 \times 10^{-13}$	$\pm 3 \times 10^{-13}$

分析表 2 中的各种误差, 可以得到:

1) 利用多小波对信号的分解与重构误差主要有 3 部分组成——预/后处理方法自身的误差、多小

波本身的重构误差和两者互相影响所产生的误差。

2) 对于同一种多小波,利用不同的预/后处理方法对信号的重构的误差等级大致相同。

3) 与不同预/后处理方法自身重构误差相比,每种方法信号重构后,误差均有所上升,这说明多小波本身存在着一定的重构误差,可以从奇偶法的重构误差看出,原来奇偶法没有自身重构误差,但是经过对信号分解与重构后,出现一定的重构误差。

4) 另外,Xia-1996法和Xia-1998法自身重构误差没有大的差别,但两者经过对信号分解与重构后,重构误差却相差一个数量级,这说明预/后处理方法与多小波本身的滤波器匹配也是影响重构误差的因素,因为Xia-1996法所构成的预滤波器对多小波本身滤波器性能改善不大,而Xia-1998法所构成的预滤波器对多小波本身滤波器性能改善较大。

另外,关于其它多小波与其它传统小波分解和重构的分析与比较和上面有类似的结果,在这里不再赘述。

3 结论

通过上面的分析,可以有以下主要结论:

1) 利用多小波对信号的分解与重构误差主要有3部分组成——预/后处理方法自身的误差、多小波本身的重构误差和两者互相影响所产生的误差。

2) 选择适当的预/后处理方法,利用多小波对信号的分解会产生较好的适于压缩或去噪的结果。

3) 多小波比小波更适合于对信号的精确重构,尤其是对突变或随机暂态信号,而且很大程度上改善了小波重构的'Gibbs'现象,适合用于对电力系统暂态故障信号的处理。

参考文献:

[1] Daubechies. Ten Lectures on Wavelets, CBMS Conference

Lecture Notes[Z]. SIAM Philadelphia, 1992.

- [2] Geronimo J S, Hardin D P, Massopust P R. Fractal Functions and Wavelet Expansion Based on Several Scaling Functions [J]. J Approx Theory, 1994, 78:373-401.
- [3] Geronimo G S, Hardin D P, Massopust P R. Construction of Orthogonal Wavelets Using Fractal Inter Polation Functions [J]. SIAMJ Math Anal, 1996, 27:1158-1192.
- [4] Chui C K, Lian J A. A Study of Orthonormal Multiwavelets [J]. Appl Numer Math, 1996, 20(3):273-298.
- [5] Hardin D P, Marasovich J A. Biorthogonal Multiwavelets on $[-1, 1]$ [J]. Applied and Computational Harmonic Analysis, 1999, 7(1):34-53.
- [6] Cotronei M, Montefusco L B, Puccio L. Multiwavelet Analysis and Signal Processing [J]. IEEE Trans on Circuits and Systems - II: Analog and Digital Signal Processing, 1998, 45(8):970-987.
- [7] 刘志刚(LIU Zhi-gang). 多小波理论及其在电力系统故障信号处理中的应用研究(博士学位论文)(Multi-wavelet Theory and Its Application Study in Power System Fault Signals Processing, Doctoral Dissertation) [D]. 成都:西南交通大学(Chengdu: Southwest Jiaotong University), 2003.
- [8] Xia X G, Geronimo J S, Hardin D P, et al. Design of Prefilters for Discrete Multiwavelet Transforms [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1996, 44(1):25-34.
- [9] Xia X G. A New Prefilter Design for Discrete Multiwavelet Transforms [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(6):1558-1570.

收稿日期: 2003-11-07; 修回日期: 2004-03-29

作者简介:

曾怡达(1974-),男,博士研究生,讲师,研究方向为电力系统信号处理及电气传动控制技术;

刘志刚(1975-),男,博士,副教授,研究方向为现代信号处理技术在电力系统信号处理中的应用与智能监控系统。

E-mail: zhigang-liu457@sohu.com

Power system signals reconstruction analysis with multiwavelet

ZENG Yi-da¹, LIU Zhi-gang²

(1. Emei Branch, Southwest Jiaotong University, Emei 614202, China; 2. Institute of Electrification & Automation, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: Multiwavelet has better properties than traditional wavelet. In this paper, the comparison on itself reconstruction error of multiwavelet with different pre/post processing methods and analysis on reconstruction error of whole multiwavelet transformation based on different pre/post processing methods are done, when the fault voltage signal in power system is being as original signal. The factors on reconstruction precision of multiwavelet are presented in detail. The decomposition performance based on different pre/post processing methods is compared, and the difference between multiwavelet and traditional wavelet on the reconstruction error of different types of signals are analyzed in detail. The results indicate that multiwavelet is better than traditional wavelet in the reconstruction of signals, and it is suitable for the processing of transient fault signals in power system.

Key words: GHM multiwavelet; pre/post processing; decomposition and reconstruction