

# 复转矩系数法应用于多机电力系统的修正

李吉芳

(天津大学力学系, 天津 300072)

摘要: 研究了复转矩系数法的过程, 指出传统复转矩系数法研究多机系统存在的局限性, 提出复转矩法的概念, 推导出具一般性的 SSR 判据, 求出非研究发电机的转子角增量, 并以 IEEE SSR 第二标准模型为基础, 采用特征值分析和新的 SSR 判据对两机系统进行对比验证, 认为发电机之间的相互作用主要影响低频部分, 一般性的 SSR 判据能够反映多机系统的真实现象。

关键词: 多机电力系统; 次同步谐振; 特征值分析; 复转矩法

中图分类号: TM712 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2004)08-0005-03

## 0 引言

复转矩系数法是 1982 年 I. M. Canay 提出的解决电力系统次同步谐振的方法<sup>[1]</sup>。文献[2,3]等将复转矩系数法推广到多机交流、直流电力系统。为简化计算皆采用角度恒定法, 即认为研究的发电机存在转子角增量, 非研究发电机转子角增量为零。显然这是不符合实际的, 因多台发电机之间存在相互作用。本文对 IEEE SSR 第二标准模型进行计算, 发现发电机电磁转矩增量和发电机相对于同步旋转坐标系的转子角增量不能表示为线性关系, 这和复转矩系数法的基本前提不符, 因此不能简单地将该法推广应用于多机电力系统。本文提出的一般性的 SSR 判据能够反映多机系统的真实现象, 对多机电力系统次同步谐振能做出正确的判断, 避免谐振引起的破坏。

## 1 多机电力系统功角关系的确定

复杂电力系统中, 发电机用恒定电势和阻抗来表示, 负荷采用恒定阻抗模型, 则得到  $n$  机系统中第  $i$  台发电机的有功功率表达式为:

$$P_i = E_i^2 G_{ii} + E_i \sum_{j=1, j \neq i}^n E_j (B_{ij} \sin \delta_{ij} + G_{ij} \cos \delta_{ij}) \quad (1)$$

式中:  $G$  和  $B$  分别为电导和电纳,  $E_i$ 、 $E_j$  为发电机内电势,  $\delta_{ij}$  为发电机转子间的相对角。

目前诸多文献皆采用“角度恒定法”解决多机系统问题, 除待研究的发电机外, 其余发电机皆用固定频率等值, 即:

$$\dot{\delta}_j = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, n; i \neq j) \quad (2)$$

式中:  $\delta_j$  为非研究发电机的转子角增量。

复转矩系数法不适用于多机系统, 因为电磁转矩增量不能表示为转子角增量的线性关系。由电磁功率表达式知, 任何一台发电机运行状态的变化, 都影响到其余所有发电机的运行状态。任何一台发电机的功角特性, 是它与其余所有发电机的转子间相对角的多变量函数。依据电磁转矩增量和电磁功率增量之间的关系, 第  $i$  台发电机电磁转矩增量<sup>[5]</sup>可简写为:

$$T_{ei} = \sum_{j=1}^n k_{ij} (\delta_i - \delta_j) + D_{ij} \dot{\delta}_i + \sum_{j=0}^n D_{ij} \dot{\delta}_j \quad (3)$$

式中:  $k_{ij}$  为电气弹性系数,  $D_i$  为电气阻尼系数, 为发电机频率。

电磁转矩增量是所有发电机的转子间相对角的多变量函数。必须求出  $\delta_j$  代入上式, 才能反映多机电力系统的实际情况。

多机电力系统中, 假设对第  $i$  台发电机转子施加强制小值振荡  $\delta_i$ , 由于多机的相互作用, 第  $j$  台发电机转子相当于施加强制小值振荡  $\delta_j$ 。机械部分通过消去  $\delta_i$  以外的变量, 得到电磁转矩增量  $T_{ei}$  和  $\delta_i$  之间的关系:

$$T_{ei} = - [k_{mi} + j D_{mi}] \delta_i \quad (4)$$

式中:  $k_{mi}$  为机械弹性系数,  $D_{mi}$  为机械阻尼系数。

电气部分电磁转矩增量  $T_{ei}$  和  $\delta_i$ 、 $\delta_j$  之间的关系如式(3), 其中  $i = 1, 2, \dots, n$ 。令式(3)等于式(4), 将得到  $n$  个方程组成的方程组:

$$\sum_{j=1}^n k_{ij} (\delta_i - \delta_j) + D_{ij} \dot{\delta}_i + \sum_{j=1}^n D_{ij} \dot{\delta}_j + (k_{mi} + j D_{mi}) \delta_i = 0 \quad (5)$$

解式(5)得到发电机转子角增量之间的关系式为:

$$j = f_j(j, i) \quad (i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j) \quad (6)$$

式(6)表达了非研究发电机和需研究发电机转子角增量之间的函数关系。

## 2 复转矩系数法的推广

将式(6)代入式(3),多机电力系统待求发电机电磁转矩增量可表示为:

$$T_{ei} = k_{ei} + j D_{ei} \quad (7)$$

式中:  $k_{ei}$  为广义电气弹性转矩,  $D_{ei}$  为广义电气阻尼转矩。

发电机系统的机械部分和电气部分的电磁转矩增量应相等,由式(4)、(7)得:

$$T(\omega) = k_{mi} \omega + k_{ei} + j (D_{mi} \omega + D_{ei}) = 0 \quad (8)$$

式中:  $\omega$  为存在实部和虚部的频率。

将  $T(\omega)$  在  $\omega = r_0 + j \omega_0$  邻域内展开为泰勒级数并忽略平方项以上高次项得:

$$T(\omega_0 + \Delta\omega) = T(\omega_0) + \frac{dT(\omega)}{d\omega} \Delta\omega \quad (9)$$

式中:  $\Delta\omega$  为存在实部和虚部的频率的增量。

依据解析函数<sup>[6]</sup>求导法则,式(9)中各项可求出为:

$$T(\omega_0) = k_{mi0} \omega_0 + k_{ei0} + j \omega_0 (D_{mi0} \omega_0 + D_{ei0}) \quad (10)$$

$$\frac{dT(\omega)}{d\omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} (D_{mi} \omega + D_{ei}) - j \frac{\partial}{\partial \omega} (k_{mi} \omega + k_{ei}) \quad (11)$$

将式(10)、(11)代入式(9),且令  $\omega = r + j \omega_0$  可得:

$$k_{mi0} \omega_0 + k_{ei0} + j \omega_0 (D_{mi0} \omega_0 + D_{ei0}) + \left[ \frac{\partial}{\partial \omega} (D_{mi} \omega + D_{ei}) - j \frac{\partial}{\partial \omega} (k_{mi} \omega + k_{ei}) \right] (r + j \omega_0) = 0 \quad (12)$$

式(12)实部和虚部为零解两方程,结合适用多机电力系统的具体问题<sup>[4]</sup>,得实部为:

$$r = - \frac{k_{Mi} + k_{ei}}{A(\omega_0)} \cdot \frac{\partial}{\partial \omega} (D_{Mi} + D_{ei}) + \frac{(D_{Mi} + D_{ei})}{A(\omega_0)} \cdot \frac{\partial (k_{Mi} + k_{ei})}{\partial \omega} \quad (13)$$

$$A(\omega_0) = \left[ \frac{\partial (k_{Mi} + k_{ei})}{\partial \omega} \right]^2 + \left[ \frac{\partial}{\partial \omega} (D_{Mi} + D_{ei}) \right]^2$$

系统失稳必须满足特征值实部大于零,系统发生次同步谐振的条件为:

$$\begin{cases} D \frac{\partial k}{\partial \omega} > k \frac{\partial D}{\partial \omega} \\ D < 0 \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $K$  为系统总弹性转矩,  $D$  为系统总阻尼转矩。

在轴系自然扭振频率附近对机械和电气的弹性及阻尼转矩进行频率扫描。由式(14)知,多机电力系统发生次同步谐振的条件更加复杂,且次同步谐振可能同时在几个自然扭振频率附近发生。

## 3 算例分析

采用 IEEE SSR 第二标准模型,两台发电机相同,其详细参数见文献[7]。汽轮发电机轴系简化为6个质量块,分别为高压缸 HP、中压缸 IP、低压缸 LP、发电机 GEN 和励磁机 EX。它们之间的轴段认为是理想弹簧。同步发电机经 Park 变换考虑阻尼绕组的5阶简化模型,励磁系统采用具有两个时间常数的2阶模型,网络采用 XY 同步坐标,组成40阶的微分方程组<sup>[8]</sup>。

### 3.1 特征值分析

特征值分析法是分析系统在小扰动情况下系统是否稳定的有效方法。本文将40阶非线性微分方程在工作点附近线性化,形成状态方程:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (15)$$

式中:  $x$  为状态变量,  $u$  为控制变量,  $A$ 、 $B$  为系数矩阵。通过线性微分方程,利用雅克比矩阵可求出系统的40个特征值,每个特征值或每对复共轭特征值和系统某一部分相对应。且根据特征值实部的正负判断系统的稳定性。采用不同串联补偿度计算系统特征值,调整机网参数使更多的模式出现失稳,部分数据见表1。

表1 对应于 SSR 不稳定模式的系统部分特征值

Tab.1 A fraction of eigenvalues under SSR unstable modes

补偿度	模式			
	模式 1	模式 2	模式 3	模式 4
$\mu = 0.3$	$-0.7 \pm j99.76$	$-0.055 \pm j127$	$0.31 \pm j160.65$	$-0.46 \pm j202.78$
$\mu = 0.35$	$-0.9 \pm j99.77$	$0.078 \pm j127$	$0.445 \pm j160.6$	$-0.57 \pm j202.71$
$\mu = 0.4$	$3.0 \pm j101$	$3.8 \pm j126.89$	$-0.06 \pm j160.5$	$-1.62 \pm j201.3$
$\mu = 0.5$	$3.5 \pm j99$	$-0.013 \pm j126.7$	$1.39 \pm j160.1$	$-2.65 \pm j200.5$
$\mu = 0.6$	$3.02 \pm j99.1$	$0.015 \pm j126.7$	$-1.42 \pm j160.1$	$-2.71 \pm j200.5$

### 3.2 复转矩法

本文以 IEEE SSR 第二标准模型为研究对象,分别求出各发电机的机械转矩增量和电气转矩增量,利用非研究发电机转矩增量和电气转矩增量相等的条件求出转子角度增量,避免了使用角度恒定的假设。本文采用复转矩法计算出的弹性转矩和阻尼转矩反映实际电力系统的运行工况,转矩和频率的关系如图1、2、3、4所示。实线代表弹性转矩与频率的关系曲线,虚线代表阻尼转矩与频率的关系曲线。图1、3使用传统角度恒定假设,当电容补偿度等

于 0.35、0.6 时,利用 Maple 语言编制程序,推导出弹性转矩阻尼转矩和频率的关系,利用次同步谐振的条件判断次同步谐振现象。图 2、4 为实际发电机之间存在的相互作用,考虑角度增量变化,电容补偿度等于 0.35、0.6 时,利用 Maple 语言编制程序,推导出弹性转矩阻尼转矩和频率的关系,利用次同步谐振的条件判断次同步谐振现象。

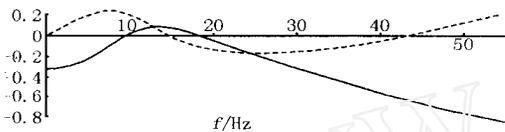


图 1 角度恒定下弹性转矩和  
阻尼转矩与频率的关系 ( $\mu = 0.35$ )

Fig. 1 Elasticity and damping torque vs frequency  
on angle constancy when  $\mu = 0.35$

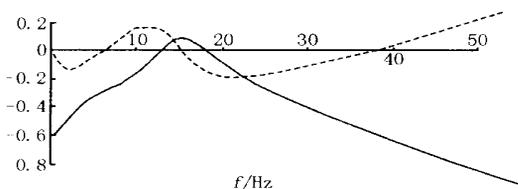


图 2 考虑角度变化弹性转矩和  
阻尼转矩与频率的关系 ( $\mu = 0.35$ )

Fig. 2 Elasticity and damping torque vs frequency  
on angle change when  $\mu = 0.35$

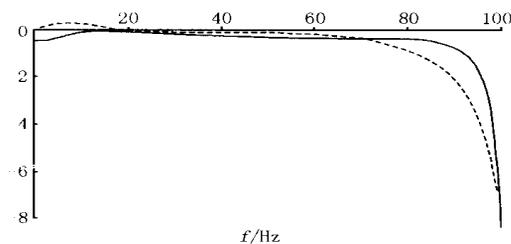


图 3 角度恒定下弹性转矩和  
阻尼转矩与频率的关系 ( $\mu = 0.6$ )

Fig. 3 Elasticity and damping torque vs frequency  
on angle constancy when  $\mu = 0.6$

图 1 ~ 4 对比发现:考虑非研究发电机转子角增量后,发电机之间相互影响,扭振最显著的位置为低频部分,角度恒定下阻尼转矩与频率的关系曲线低频部分为正,不会发生次同步谐振,推广后阻尼转矩与频率的关系曲线低频部分为负,发生次同步谐振概率增加。具体到本文采用参数使阻尼转矩在 22 ~ 40 Hz 范围内出现负值。弹性转矩不等于零,出

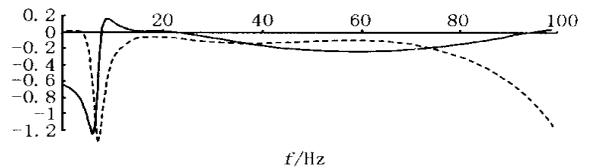


图 4 考虑角度变化弹性转矩和  
阻尼转矩与频率的关系 ( $\mu = 0.6$ )

Fig. 4 Elasticity and damping torque vs frequency  
on angle change when  $\mu = 0.6$

现某些自然扭振频率附近发生次同步谐振,而某些自然扭振频率附近不发生次同步谐振的现象。说明阻尼转矩为负是必要条件而非充要条件。这和文献 [4] 的判据不一致,和本文的判据相一致,本文的判据包容文献 [4] 的判据。

#### 4 结论

通过对 IEEE SSR 第二基准模型的研究,由表 1、图 1 ~ 4 知:原复转矩系数法判断多机系统发生次同步谐振误差较大。本文利用机械转矩增量和电磁转矩增量相等的条件求出非研究发电机的转子角增量,导出多机系统发生次同步谐振的条件。本文的判据包容文献 [4] 的判据。发电机之间的相互作用对低频振荡影响较大,对不含 HVDC 和 FACTS 的多机电力系统,特征值分析是准确的方法,经特征值分析和复转矩法对比,本文完成了理论推导和其它方法的验证。

#### 参考文献:

- [1] Canay I M.A Novel Approach to the Torsional Interaction and Electrical Damping of the Synchronous Machine, Part I and Part II [J]. IEEE Trans on Power System, 1982, 101(10): 3630-3647.
- [2] 倪以信,王艳春,陈寿孙,等(NI Yi-xin, WANG Yan-chun, CHEN Shou-sun, et al). 多机系统直流输电引起的次同步谐振的研究(Subsynchronous Resonance Studies of a DC Power System with Multi-machines) [J]. 中国电机工程学报 (Proceedings of the CSEE), 1993, 13(2): 64-71.
- [3] 吴俊勇,程时杰(WU Jun-yong, CHENG Shi-jie). 具有直流输电的电力系统次同步谐振的研究(A New Approach to SSR Problem in Power Systems with HVDC) [J]. 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 1996, 20(11): 9-12.

(下转第 14 页 continued on page 14)

矩阵  $P$  中  $p_{ij}$  和  $p_{ji}$  必互为相反的布尔量,这也就是可以用判据矩阵  $P$  来得到的属于同一个耦合点区域的开关顶点  $i$  和耦合顶点  $j$  的依据。

#### 参考文献:

- [1] 刘健(LIU Jian). 变结构耗散网络—配电网自动化新算法 (Structure Variable Dissipated Network—New Algorithm to Distribution System Automation) [M]. 北京:中国水利水电出版社(Beijing:China Hydro-electric Power Press),2001.
- [2] 陈惠开(CHEN Hui-kai). 应用图论 (Applied Graph Theory) [M]. 北京:人民邮电出版社(Beijing: People's Posts and Telecommunications Publishing House),1990.
- [3] 刘健,倪建立,杜宇(LIU Jian, NI Jian-li, DU Yu). 配电网故障区段判断和隔离的统一矩阵算法 (A Unified

Matrix Algorithm for Fault Section Detection and Isolation in Distribution System) [J]. 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems),1999,23(1): 31-33.

- [4] Swamy M N S, Thulasiraman K. 图、网络与算法 (Graphs, Networks and Algorithms) [M]. 左垵,译 (ZUO Kai, Trans). 北京:高等教育出版社(Beijing:Higher Education Press),1998.

收稿日期: 2003-07-14; 修回日期: 2003-08-16

#### 作者简介:

张宏(1976-),男,硕士研究生,研究方向为配电网馈线自动化;

郭宗仁(1944-),男,教授,研究方向为人工智能在电力系统的应用。

### Separating coupling node area from distribution network based on adjacency matrix

ZHANG Hong, GUO Zong-ren

(College of Electrical Engineering and Automation, Fuzhou University, Fuzhou 350002, China)

**Abstract:** Structure variable dissipated network is a new algorithm which can realize distribution automation efficiently. The key process of the algorithm, called nodes to arcs transforming, is based on the calculation of coupling nodes loads and arcs loads from the loads of switch nodes. Getting the coupling node area separated is the most important step in this process. This paper presents a new method, which combines the adjacency matrix of distribution network and the information matrix of coupling nodes to get the criterion matrix. Thus it is easy to determine the number of coupling nodes area and to separate them from distribution network.

**Key words:** structure variable dissipated network; coupling node area; adjacency matrix

(上接第7页 continued from page 7)

- [4] 吕世荣,等(L ü Shi-rong, et al). 次同步谐振分析中复转矩系数与特征值之间的关系 (Relationship between Complex Torque Coefficients and Eigenvalues in Subsynchronous Resonance Analysis) [J]. 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems),1999, 23(3):16-22.
- [5] Pai M A. Power System Stability [M]. Amsterdam North Holland Publishing Company,1981.
- [6] 四川大学数学系教研组 (Maths Department Teaching and Research Group, Sichuan University), 高等数学(物理专业用) (Higher Mathematics, for Physics) [M]. 北京:人民教育出版社(Beijing: People Education Press), 1979.

- [7] 余耀南(YU Yao-nan), 动态电力系统 (Dynamic Power System Analysis) [M]. 何大愚,等译 (HE Da-yu, et al Trans). 北京:水利电力出版社(Beijing:Hydraulic and Electric Power Press),1985.

- [8] 倪以信,陈寿孙,张宝霖(NI Yi-xin, CHEN Shou-sun, ZHANG Bao-lin). 动态电力系统的理论和分析 (Theory and Analysis of Dynamic Power Systems) [M]. 清华大学出版社(Beijing: Tsinghua University Press), 2002.

收稿日期: 2003-03-18; 修回日期: 2004-01-04

#### 作者简介:

李吉芳(1965-),男,副教授,在读博士生,主要研究方向为非线性动力系统的分岔及稳定性分析和固体实验力学。

### Complex torque coefficients method extended to the rectification of multi-machine power systems

LI Jifang

(Dept. of Mechanics and Engineering Measurement, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** The paper analyzes the process of complex torque coefficients method, and points out the limitation of traditional method in multi-machine power systems. A new conception of complex torque method is presented, a universal criterion of SSR is derived, and the rotor angle increment is solved by equations. Based on IEEE SSR, the system of two-generator is studied by eigenvalue analysis and complex torque method. And the results show that the interaction of generators mostly influence low frequency region, and a universal criterion of SSR can reflect true phenomena of multi-machine systems.

**Key words:** multi-machine power systems; subsynchronous resonance; eigenvalue analysis; complex torque method