

# 局放脉冲信号的三种小波去噪方法的研究

何 蕾<sup>1</sup>, 李卫国<sup>2</sup>, 谈顺涛<sup>1</sup>

(1. 武汉大学电气工程学院, 湖北 武汉 430072; 2. 上海电力学院, 上海 200090)

摘要: 介绍了三种小波去噪的方法: 小波分解与重构法、非线性小波阈值法、小波模极大值法, 分析了各自的特点和优劣。针对从 Gaussian 白噪声中提取的局部放电脉冲信号给出了仿真试验结果。为局部放电脉冲信号检测方法的选择提供了参考依据。

关键词: 小波变换; 阈值; 模极大值; 局部放电

中图分类号: TM41; TM743

文献标识码: A

文章编号: 1003-4897(2004)06-0031-04

## 0 引言

局部放电是高压电器设备绝缘老化的主要原因, 对变压器、发电机等高压设备内部绝缘的局部放电进行在线检测, 是预防高压设备绝缘突发性事故的最有效手段之一。根据伴随局部放电产生的声光电现象, 相应地出现了各具特色的测量方法, 但目前主要还是采用基于宽频(一般 10 ~ 1000 kHz) 采样脉冲电流法。局放信号淹没在强大的电磁干扰(连续周期性干扰、脉冲干扰、白噪声)中。如何有效地抑制干扰提取局放脉冲成为在线检测中的关键任务。小波变换时-频域的局部化性质可以很好地获得信号的局部化特性, 对突变信号和非平稳信号的检测非常有效<sup>[1,2]</sup>。而局部放电信号和白噪声就是这种非平稳信号, 研究表明, 利用小波分析能有效地消除白噪声。文中根据白噪和局放的小波变换不同特点, 分析和比较了几种适合于剔除白噪的方法。

## 1 小波变换原理

设  $f(t)$  是一复函数, 其傅立叶变换满足

$$C(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt < \infty \quad (1)$$

称  $\psi(t)$  为一个小波,  $a$  为伸缩因子,  $b$  为平移因子, 则有一族函数

$$\psi_{a,b}(t) = |a|^{-1/2} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), \quad b, a \in \mathbf{R}, a > 0 \quad (2)$$

$\psi(t)$  称为母小波或基小波,  $\psi_{a,b}(t)$  称为子波或连续小波。信号  $f(t)$  的小波变换定义为:

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi_{a,b}(t)} dt \quad (3)$$

实际中通常把小波变换离散化, 令  $a = 2^m$ ,  $b = na$ ,  $m, n$  为正整数。离散二进小波变换为:

$$C_{m,n} = 2^{-m/2} \int_{n2^{-m}}^{(n+1)2^{-m}} f(t) dt \quad (4)$$

从信号处理的角度看, 对每一个  $m$ , 小波变换相当于将信号  $f(t)$  通过一个冲击响应为  $(2^{-m}t - n)$  的滤波器。当  $m$  增大时,  $(2^{-m}t - n)$  较原来的  $(t)$  展宽, 步长  $n/2^{-m}$  变大, 时间窗变宽。当  $m$  减小时,  $(2^{-m}t - n)$  则较  $(t)$  压缩, 步长  $n/2^{-m}$  变小, 时间窗变窄。具有窄时窗的小波能捕捉到高频瞬变信号, 宽时窗小波能反映信号的低频成分, 即所谓变焦特性。

设  $\{V_j\}$  是一给定的多分辨率分析,  $H$  和  $G$  分别是相应的尺度函数和小波函数。根据 Mallat 塔式算法思想, 信号  $f(t)$  的离散二进小波变换分解过程见图 1, 分解和重构过程如图 2。图中  $S_1^d f = \{f \times (n)\}_m$  即为原信号,  $H, G$  为二进小波相应的低通滤波器和高通滤波器的脉冲响应函数。  $W_2^d f$  为不同尺度下的小波分量, 它反映信号的细节部分。  $S_2^d f$  为不同尺度下的平滑分量, 它反映信号的大致轮廓。  $i$  为  $f$  小波变换选用的尺度。其间算法关系是:

$$S_2^d f = S_2^{d-1} f \cdot H, \quad W_2^d f = W_2^{d-1} f \cdot G \quad (5)$$

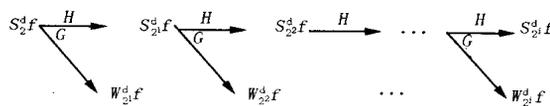


图 1 小波分解过程

Fig. 1 Wavelet decomposition process

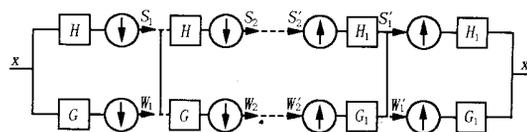


图 2 小波分解与重构过程

Fig. 2 Wavelet decomposition and restructure process

## 2 小波分解与重构法

由上可知基于 Mallat 算法的小波变换,实际上是将信号通过低通和高通两组滤波器,平滑分量主要反映信号的低频部分,细节分量主要反映信号的高频部分。实验研究证实当局部放电信号能量较小即电量较小时,其频谱主要分布在高频区域,随着放电量的增大,频谱向低频移动,电量达到 1800 pC 时,主要分布在低频区,高频分量已经很小;而噪声的大部分能量集中在高频区。因此可以根据局放信号和噪声信号的频谱分布有选择的去掉某几个尺度下的细节分量,用保留下来的小波系数重构信号,达到滤除噪声的目的。

小波分解与重构法本质上相当于一个具有多通道的带通滤波器,主要适用于信号与噪声的频带相互分离式的确定性噪声的情况。

## 3 非线性小波变换阈值法

由于小波基都是紧支集,因此小波变换具有“集中”的能力,可以使脉冲信号能量在小波变换域集中在少数小波系数上,而噪声信号的能量在小波系数域内分散于大量的小波系数上,因此信号小波系数值应该大于低幅度噪声小波系数值,这就意味着对小波系数进行阈值处理,可在小波域中去除低幅度噪声。非线性小波变换阈值法又称小波收缩(Wavelet Shrinkage)。

### 3.1 硬阈值的处理方法

1) 先对信号作小波变换,得到小波系数  $Y$ ;  
2) 算出阈值  $t$ (根据实际需要选定,通常为小波系数的线性平均值),把小波系数的绝对值与阈值比较,小于等于阈值的点变为零,大于阈值的点不变,即:

$$\hat{x} = T_h(Y, t) = \begin{cases} Y & |Y| \geq t \\ 0 & |Y| < t \end{cases} \quad (6)$$

3) 进行小波反变换,重构信号。

### 3.2 软阈值的处理方法

1) 先对信号作小波变换,得到小波系数  $Y$ ;  
2) 非线性软阈值  $t$  作用于小波系数,得到修正后的系数值,即:

$$\hat{x} = T_h(Y, t) = \begin{cases} \text{sgn}(Y) (|Y| - t) & |Y| \geq t \\ 0 & |Y| < t \end{cases} \quad (7)$$

David L. Dohono<sup>[9]</sup>从理论上严格证明了非线性

软阈值

$$t = \sqrt{2 \log(n)/n} \quad (8)$$

实际中噪声强度是未知的,尺度估计为:

$$= \text{MAD}/0.6754 \quad (9)$$

其中 MAD(Median Absolute Value)为适当归一化后的小尺度小波系数中值的绝对值。

3) 进行小波反变换,重构信号。

## 4 模极大值小波变换法

信号的奇异点指信号中的突变点,Lipschitz 指数是表征信号局部奇异点特征的一种量度,其定义如下:

设有正整数  $n, n+1$ , 如果存在正整数  $A > 0$  及  $n$  次多项式  $P_n(x)$ , 使得

$$|f(x) - p_n(x - x_0)| \leq A |x - x_0|^a \quad (10)$$

对于  $x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$  成立,则称  $f(x)$  在  $x_0$  点是 Lipschitz  $a$  的。函数在某一点的 Lipschitz 指数表征了该点的奇异性大小。 $a$  越大,该点的光滑度越高, $a$  越小,该点的奇异性越大。函数在某一点可导,它的  $a=1$ ;函数在某点不连续,但其值有限,则  $a=1/2$ ; $a > 0$ 。在尺度  $i$  下,若  $\forall x \in (x_0 - \delta, x_0 + \delta)$ ,有

$$|Wf(s, x)| \leq |Wf(s, x_0)| \quad (11)$$

则称  $x_0$  为小波变换在尺度  $i$  下的局部模极大值点。

信号  $f(x)$  的 Lipschitz 指数与小波变换模极大值满足

$$\log_2 |W_2^j f(t)| \leq \log_2 k + i \quad (12)$$

由式(8)可知,对于一般信号,由于  $a > 0$ ,小波变换的模极大值将随着  $j$  的增大而增大;而对于白噪声,由于  $a < 0$ ,其模极大值随着  $i$  的增大而减小。因此,观察不同尺度间小波变换模极大值变化的规律,去除幅度随尺度的增加而减小的点(对应噪声的极值点),保留幅度随尺度增加而增大的点(对应于有用信号的极值点),然后再由保留的模极大值点进行重建,即可以达到去噪的目的。

## 5 仿真结果分析

图 3 是两组实验室测得的带有白噪声的发电机线棒的局部放电信号,采样率为 3 MHz;图中横坐标是测得的点数  $N$ ;纵坐标是局部放电信号的幅值  $U$ ;单位为 mV。选用的小波函数是 Daubechies 小波。图中的(1)、(5)是测得的两组原始局部放电信

号;(2)、(6)是采用模极大值法进行白噪声剔除以后的波形;(3)、(7)是采用的软阈值法;(4)、(8)是采用硬阈值法。由于发电机线棒局放信号和噪声信号频谱均为覆盖全频率,所以未采用小波分解与重构法。图中(1)的局部放电信号的白噪声较小,(5)的局部放电信号的白噪声较大。从两组图可以看出,几种方法各有优劣。用模极大值法剔除噪声以后,局部放电信号的波形较为清晰,一些很微弱的局部放电信号都能够检测出来。而软阈值法剔除白噪声以后,信号出现一定程度的失真,能量有所损失而且波形出现了畸变。硬阈值法剔除白噪声以后,由于小于阈值的小波系数完全突变为零,原始信号中较为微弱的局部放电信号也剔除了,而且局部放电信号的能量明显增大,对于局部放电信号的后续处理带来影响。

分析:

1) 对于信号和噪声频谱分离的情况,小波分解重构法处理效果比较好,而对于从白噪声中提取脉冲信号的情况,由于脉冲信号也有一部分高频分量,经将高频系数强制置零去噪后,重构信号会使原信号失去一些细节,使信号失真。研究表明小波与信号的相似性越大,小波变换后信号与噪声的频谱重叠区越小,因此小波基的选择也有难度,要尽量选取与脉冲信号相似度高的小波基。这种方法的优点是算法简单明了,计算速度快。若  $N$  为信号的长度,则它的计算速度是  $O(N)$ ;

2) 非线性小波变换阈值法去噪主要适用于信号中混有白噪声的情况。用阈值法去噪的优点是噪声几乎完全得到抑制,且反映原始信号的特征尖峰点得到很好的保留。文献[9]证明了用软阈值的方法去噪能够使估计信号实现最大均方误差最小化,即去噪后的估计信号是原始信号的近似最优估计;且估计信号至少和原始信号同样光滑而不会产生附加振荡。该方法还具有广泛的适应性,因而是众多小波去噪方法中应用最为广泛的一种。阈值法的计算速度很快,为  $O(N)$ ,其中  $N$  为信号长度。其缺点是在有些情况下,如在信号的不连续点处,去噪后会出现伪吉布斯现象;

3) 模极大值法去噪主要适用于信号中混有白噪声,且信号中含有较多奇异点的情况。该方法在去噪的同时,有效地保留信号的奇异点信息,去噪后的信号没有多余振荡,是原始信号的一个非常好的估计。利用该方法去噪,小波分解尺度的选择非常

重要。小尺度下小波系数受噪声影响非常大,产生许多极值点;大的尺度会使信号丢失某些重要的局部奇异性。因此,去噪还需要选择合适的尺度。Mallat 和 Zhong 等提出了一种交替投影的模极大值重构算法。但是,这种方法有如下缺点: 交替投影,计算量较大,程序复杂; 收敛速度取决于所用小波的性质,计算过程可能不稳定,为保证重构信号的精度,提高信噪比,通常要进行几十次的迭代,每迭代一次的速度是  $O(N \log N)$ ,收敛速度较慢; 当原始小波变换有跃变时,会出现类似于 Gibbs 现象的伪振荡。因而很难满足局放在线监测的需要。

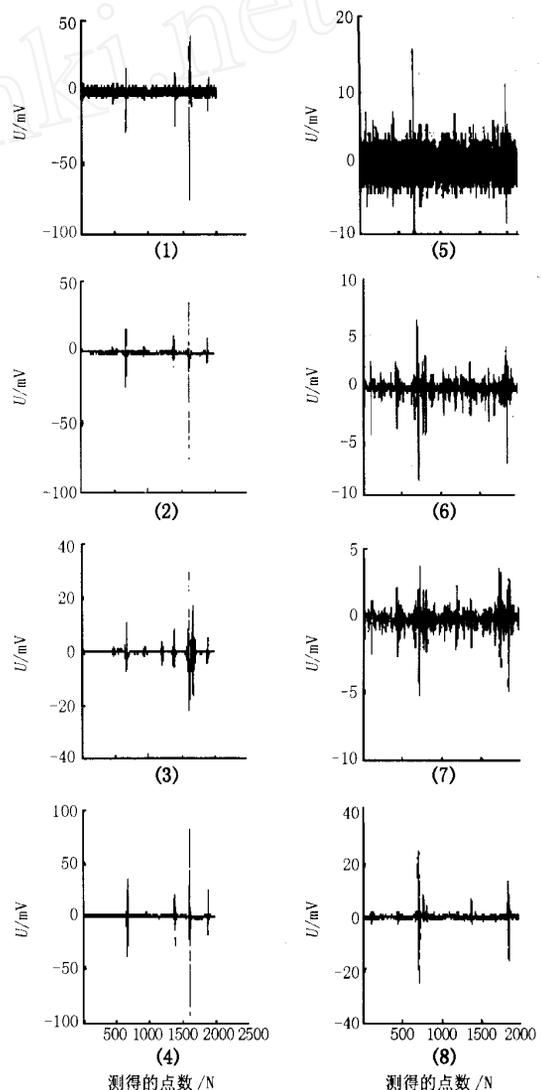


图3 几种小波去噪方法的仿真结果比较

Fig. 3 Comparison of simulation results on several methods of wavelet denoising

三种小波去噪方法的 SNR 和 RMSE 的比较数据如表 1 所示。

表1 三种小波去噪方法的 SNR(信噪比)和 RMSE(相对均方误差)比较

Tab.1 Comparison of several wavelet denosing methods on SNR and RMSE

	小波分解与重构法	软阈值法	硬阈值法	模极大值法
SNR	19.137 5	22.898 1	25.446 2	28.146
RMSE	45.04	29.212 3	21.785 2	15.965

## 6 结论

综上所述,在实际的脉冲信号提取过程中,噪声信号的频谱分布、小波函数与局放脉冲信号的相似度、计算尺度、算法的计算量大小、迭代及收敛速度都会影响滤波效果。所以我们要仔细考虑,多加比较,选择合适的小波基,计算尺度,计算方法才能达到满意的效果。

### 参考文献:

- [1] Mallat S, Hwang W L. Singularity Detection and Processing with Wavelets[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1992, 38:617-643.
- [2] 杨福生(YANG Fu-sheng). 小波变换的工程分析与应用(The Engineering Analysis and Application of Wavelet Transform)[M]. 北京:科学出版社(Beijing: Science Press), 1999.
- [3] 周银春,等(ZHOU Yin-chun, et al). 用小波剔除局放信号中白噪声的一种实用方法(A Practical Method of Eliminating White-noise from PD with Wavelet Transform)[J]. 重庆大学学报(Journal of Chongqing University), 2002, 25

(3):68-71.

- [4] 文莉,等(WEN Li, et al). 小波去噪的几种方法(Several Methods of Wavelet Denosing)[J]. 合肥工业大学学报(Journal of Hefei University of Technology), 2002, 25(2): 167-172.
- [5] 周立行,李卫国(ZHOU Li-xing, LI Wei-guo). 小波分析用于局部放电信号特征分析(The Analysis of PD Signal Characteristic Using Wavelet Analysis)[J]. 高电压技术(High Voltage Technology), 1999, 25(2):15-17.
- [6] 李卫国,周立行(LI Wei-guo, ZHOU Li-xing). 小波变换用于高压电器局部放电信号特征提取的研究(The Research on Distilling of PD Signal Characteristic in High Voltage Equipment Using Wavelet Transform)[J]. 华北电力技术(North China Electric Power), 1997, (11):7-10.
- [7] Donoho D L. Adapting to Unknown Smoothness via Wavelet Shrinkage[J]. Amer Statis Assoc J, 1995, 90:1200-1224.
- [8] Donoho D L, Stone J I. Wavelet Shrinkage Asymptopia[J]. Journal of Royal Statistical Society, 1995, 57(2):301-369.
- [9] Donoho D L. Denosing by Soft-thresholding [J]. IEEE Trans on Information Theory, 1995, (3):613-627.

收稿日期: 2003-06-30; 修回日期: 2003-07-30

### 作者简介:

何蕾(1979-),女,硕士研究生,研究方向为变压器在线监测及数字信号处理;

李卫国(1954-),男,教授,博导,研究方向为高电压绝缘检测技术;

谈顺涛(1954-),男,教授,研究方向为电力系统自动化及自动控制。

## Research on three methods of wavelet denosing for impulse signals in partial discharge

HE Lei<sup>1</sup>, LI Wei-guo<sup>2</sup>, TAN Shun-tao<sup>1</sup>

(1. College of Electrical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. Shanghai Electric Power College, Shanghai 200090, China)

**Abstract:** In this paper, three methods of wavelet denosing are introduced including the wavelet decomposition and reconstruction method, the nonlinear wavelet threshold denosing method, and wavelet transform modules maximum method. The characteristics, advantages and disadvantages of them are analyzed. To obtain PD impulse signals from Gaussian white noise, the result of simulation trial is presented which can be helpful in selecting the method of testing impulse signals in partial discharge.

**Key words:** wavelet transform; threshold; modules maximum; partial discharge