

# 电力寡头垄断市场的均衡分析

袁智强, 邓超平, 蒋传文, 侯志俭

(上海交通大学电气工程系, 上海 200030)

摘要: 电力市场是一个不完全竞争的市场, 模拟这类市场成员策略使用较多的模型有古诺模型、供应函数均衡模型等。该文根据电力市场的特点, 提出一种新的博弈模型来模拟发电商的策略行为, 推导了该模型的纳什均衡解。最后通过算例比较了该模型与现有模型均衡解的区别, 并分析了电力需求弹性和发电容量约束等因素对市场均衡状态的影响。

关键词: 模型; 寡头垄断市场; 纳什均衡; 需求弹性; 容量约束

中图分类号: TM715 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2004)05-0007-04

## 0 引言

目前的电力市场是一个寡头竞争的市场, 研究这类市场的模型主要有古诺 (Cournot) 模型、Bertrand 模型和供应函数模型<sup>[1]</sup>。文献[2]全面介绍发电市场的竞争行为, 指出在完全竞争的市场下发电方为获得最大利润应该按边际成本报价, 给出了发电市场的 Cournot 和供应函数均衡模型。文献[3]用 Stackelberg 模型模拟了市场参与者的投标策略。文献[4]中提出了不完全信息下电力市场发电商的投标策略问题。本文根据电力市场的特点, 认为电力市场中的发电商由领导者、跟随者和价格接受者组成, 相应提出适用于联营模式下的电力市场的一种新的模型来模拟寡头垄断的电力市场, 给出了该模型的纳什均衡解, 并通过算例比较了该模型与现有模型均衡解的区别, 同时分析了电力需求弹性和发电容量约束等因素对市场均衡状态的影响。

## 1 模型的纳什均衡策略

电力市场中存在着各种类型的发电商, 他们的竞争策略将根据其生产成本、市场份额等因素来决定, 其中小型发电商往往会作为价格接受者、中型发电商作为跟随者、大型发电商作为领导者来进行生产。尽管在市场中充当的角色不同, 然而各发电商的目的均是使其自身的收益最大化。

设电力逆需求函数为线性函数, 记为:

$$p = f\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) = r - s\left(\sum_{i=1}^N q_i\right) \quad (1)$$

其中:  $p$  为电价,  $r, s$  为逆需求函数的截距和斜率,  $q_i$  为第  $i$  个发电商的发电量,  $N$  为发电商个数。

发电商的利润最大化问题为:

$$\max_{q_i} \pi_i = pq_i - c_i(q_i) \quad (i = 1, \dots, N) \quad (2)$$

为不失一般性, 假定发电商的成本函数为二次函数, 即:

$$c_i(q_i) = \frac{1}{2} a_i q_i^2 + b_i q_i + c_i \quad (i = 1, \dots, N) \quad (3)$$

假设电力市场中前  $L$  个发电商作为领导者, 第  $L+1$  至第  $M$  个发电商作为跟随者, 最后  $(N-M)$  个发电商作为价格接受者。

作为价格接受者的发电商, 认为其策略行为不会影响市场电价, 即认为市场电价独立于该发电商的发电量, 他们按边际成本等于市场电价组织生产。而作为跟随者的发电商, 与作为价格接受者的发电商的区别在于该类发电商认为其策略行为会影响到市场电价, 然而他们认为作为领导者的发电商会首先选择产量, 而他们作为尾随企业将通过估计作为领导者的发电商的发电量来选择自身的产量水平。同时, 作为领导者的发电商将首先选择产量, 并认为作为跟随者的发电商的发电量是其产量的函数。

作为价格接受者的发电商, 为了最大化自身利润, 其目标函数为:

$$\max_{q_k} \pi_k = pq_k - c_k(q_k) \quad (k = M+1, \dots, N) \quad (4)$$

由  $\frac{d\pi_k}{dq_k} = 0$  可得第  $k$  个发电商的最优产量:

$$q_k = \frac{p - b_k}{a_k} \quad (5)$$

此时余下的  $M$  个发电商所面临的逆需求函数可以改写为:

$$p = f_1\left(\sum_{i=1}^M q_i\right) = r_1 - s_1 \sum_{i=1}^M q_i \quad (6)$$

$$\text{式中: } r_1 = \frac{r + \sum_{k=M+1}^N \frac{sb_k}{a_k}}{1 + \sum_{k=M+1}^N \frac{s}{a_k}}, \quad s_1 = \frac{s}{1 + \sum_{k=M+1}^N \frac{s}{a_k}}$$

作为跟随者的发电商,其目标函数为:

$$\max_{q_j} f_1 \left( \sum_{i=1}^M q_i \right) q_j - c_j(q_j) \quad (j = L+1, \dots, M) \quad (7)$$

其利润最大化的一阶条件为:

$$\frac{\partial f_1}{\partial q_j} = f_1 \left( \sum_{i=1}^M q_i \right) + \frac{\partial f_1 \left( \sum_{i=1}^M q_i \right)}{\partial q_j} q_j - \frac{\partial c_j(q_j)}{\partial q_j} = 0 \quad (8)$$

将式(6)代入,得到发电商  $j$  的反应函数为:

$$q_j = \frac{r_1 - b_j - s_1 \sum_{i=1}^M q_i}{2s_1 + a_j} \quad (9)$$

相应所有跟随者最优发电量总和为:

$$\sum_{j=L+1}^M q_j = \frac{\sum_{j=L+1}^M \frac{r_1 - b_j}{1 + \sum_{j=L+1}^M \frac{s_1}{s_1 + a_j}} - \sum_{j=L+1}^M \frac{s_1}{1 + \sum_{j=L+1}^M \frac{s_1}{s_1 + a_j}} \sum_{i=1}^L q_i}{1} \quad (10)$$

此时  $L$  个领导者所面临的逆需求函数变为:

$$p = f_2 \left( \sum_{i=1}^L q_i \right) = r_2 - s_2 \sum_{i=1}^L q_i \quad (11)$$

$$\text{式中: } r_2 = \frac{r_1 + \sum_{j=L+1}^M \frac{s_1 b_j}{s_1 + a_j}}{1 + \sum_{j=L+1}^M \frac{s_1}{s_1 + a_j}}, \quad s_2 = \frac{s_1}{1 + \sum_{j=L+1}^M \frac{s_1}{s_1 + a_j}}$$

作为领导者的发电商,其目标函数为:

$$\max_{q_m} f_2 \left( \sum_{i=1}^L q_i \right) q_m - c_m(q_m) \quad (m = 1, \dots, L) \quad (12)$$

其利润最大化的一阶条件为:

$$\frac{\partial f_2}{\partial q_m} = f_2 \left( \sum_{i=1}^L q_i \right) + \frac{\partial f_2 \left( \sum_{i=1}^L q_i \right)}{\partial q_m} q_m - \frac{\partial c_m(q_m)}{\partial q_m} = 0 \quad (13)$$

发电商  $m$  的反应函数为:

$$q_m = \frac{r_2 - b_m - s_2 \sum_{i=1}^L q_i}{2s_2 + a_m} \quad (14)$$

所有领导者的最优发电量总和为:

$$q_m = \frac{\sum_{m=1}^L \frac{r_2 - b_m}{1 + \sum_{m=1}^L \frac{s_2}{s_2 + a_m}}}{1 + \sum_{m=1}^L \frac{s_2}{s_2 + a_m}} \quad (15)$$

市场均衡电价以及相应的各发电商的发电量、总发电量分别为:

$$p = \frac{r_2 + \sum_{m=1}^L \frac{s_2 b_m}{s_2 + a_m}}{1 + \sum_{m=1}^L \frac{s_2}{s_2 + a_m}}$$

$$q_k = \frac{p - b_k}{a_k} = \frac{r_2 - b_k + s_2 \sum_{m=1}^L \frac{s_2 + a_m}{s_2 + a_m}}{a_k \left( 1 + \sum_{m=1}^L \frac{s_2}{s_2 + a_m} \right)} \quad (k = M+1, \dots, N)$$

$$q_j = \frac{p - b_j}{s_1 + a_j} = \frac{r_2 - b_j + s_2 \sum_{m=1}^L \frac{s_2 + a_m}{s_2 + a_m}}{(s_1 + a_j) \left( 1 + \sum_{m=1}^L \frac{s_2}{s_2 + a_m} \right)} \quad (j = L+1, \dots, M)$$

$$q_m = \frac{p - b_m}{s_2 + a_m} = \frac{r_2 - b_m + s_2 \sum_{i=1}^L \frac{s_2 + a_i}{s_2 + a_i}}{(s_2 + a_m) \left( 1 + \sum_{i=1}^L \frac{s_2}{s_2 + a_i} \right)} \quad (m = 1, \dots, L)$$

$$q_i = \frac{r - p}{s} = \frac{r - r_2 + s_2 \sum_{m=1}^L \frac{s_2 + a_m}{s_2 + a_m}}{s \left( 1 + \sum_{m=1}^L \frac{s_2}{s_2 + a_m} \right)}$$

## 2 考虑发电容量约束时模型的均衡解

上述模型的反应函数没有考虑到发电约束。当考虑发电约束时,如果由不考虑约束情况计算得到的发电商  $i$  的发电量  $q_i$  超过极限时,则将发电商的发电量设为极限值。即:

$$q_i = q_{i\max} \quad \text{if} \quad q_i > q_{i\max}$$

$$q_i = q_{i\min} \quad \text{if} \quad q_i < q_{i\min} \quad (16)$$

然后修改没有越限的发电商所面临的剩余需求函数

$$p = r - s \sum_{i=1}^T q_i - s \left( \sum_{i=T+1}^U q_{i\max} + \sum_{k=U+1}^V q_{k\min} \right) \quad (17)$$

式中:  $U$ 、 $T$ 、 $V$  -  $U$  分别为发电量越上限和越下限的发电商数;  $q_{i\max}$ 、 $q_{k\min}$  分别为发电商出力的上、下极限。

根据剩余需求函数再次计算没有越限的发电机

组的发电出力。若仍有发电商出力越限,则利用式(16)、(17)计算剩下没有越限的发电商所面临的剩余需求函数,重复计算直到没有发电商出力再次越限为止。需要注意的是,当发电商*i*的发电量 $q_i$ 超过下限时,如果满足 $p q_{i\min} - c_i(q_{i\min}) > 0$ ,则令 $q_i = 0$ 。

### 3 算例分析

以 IEEE6 机系统为例对本文模型的市场均衡电价和最优发电量进行了计算,并将本文所提出模型的市场均衡结果与现有模型的结果进行了比较,分析了电力需求弹性和发电容量约束等因素对市场均衡状态的影响。

本文假定市场逆需求曲线为:

$$p = r - s \left( \sum_{i=1}^N q_i \right) = 20 - 0.04 \sum_{i=1}^N q_i \quad (\$/MWh)$$

各发电商的成本系数见表1。其中发电商1、2为领导者,3、4为跟随者,5、6为电价接受者。此时用本文模型模拟电力市场竞争的均衡结果见表2和表3。在用于对比的模型中,Forchheimer模型发电商1、2为领导者,其余发电商为价格接受者,Stackelberg模型发电商1、2为领导者,其余发电商为跟随者。

表1 发电商的参数

Tab. 1 Parameters of suppliers

发电商	$a_i$ / $\$/(\text{MWh})^{-1}$	$b_i$ / $\$/(\text{MWh})^{-1}$	$c_i$ / $\$/\text{h}^{-1}$	$q_{i\max}/\text{MW}$	$q_{i\min}/\text{MW}$
1	0.0075	2	0	200	50
2	0.035	1.75	0	80	20
3	0.125	1	0	50	15
4	0.01668	3.25	0	35	10
5	0.05	3	0	30	10
6	0.05	3	0	40	12

表2 不考虑发电约束时各市场模型均衡点计算结果

Tab. 2 Results of equilibria without considering generation constraints

发电商	本文模型		完全竞争		Cournot 模型		Forchheimer 模型		Stackelberg 模型	
	最优发电量 /MW	利润 / $\$/\text{h}^{-1}$	最优发电量 /MW	利润 / $\$/\text{h}^{-1}$	最优发电量 /MW	利润 / $\$/\text{h}^{-1}$	最优发电量 /MW	利润 / $\$/\text{h}^{-1}$	最优发电量 /MW	利润 / $\$/\text{h}^{-1}$
1	163.4	358.6	248.6	231.8	96.9	411.1	164.5	304.9	162.6	471.7
2	68.4	127.3	60.4	63.9	64.7	240.9	64	102.4	76.6	185.4
3	27.1	57.3	22.9	32.8	34	118.2	27.8	48.2	27.3	76.6
4	48.6	56	36.8	11.3	59.2	169.3	73.2	44.7	39.9	76.9
5	36.1	32.7	17.3	7.5	40	104.2	29.4	21.6	27.9	50.6
6	36.1	32.7	17.3	7.5	40	104.2	29.4	21.6	27.9	50.6
市场电价 / $\$/(\text{MWh})^{-1}$	4.81		3.86		6.6		4.47		5.51	
总发电量 /MW	379.7		403.3		334.8		388.3		362.2	

表3 考虑发电约束时各市场模型均衡点计算结果

Tab. 3 Results of equilibria considering generation constraints

发电商	本文模型		完全竞争		Cournot 模型		Forchheimer 模型		Stackelberg 模型	
	最优发电量 /MW	利润 / $\$/\text{h}^{-1}$	最优发电量 /MW	利润 / $\$/\text{h}^{-1}$	最优发电量 /MW	利润 / $\$/\text{h}^{-1}$	最优发电量 /MW	利润 / $\$/\text{h}^{-1}$	最优发电量 /MW	利润 / $\$/\text{h}^{-1}$
1	118.7	506.6	200	322.3	108	509.9	117.9	473.2	135.5	504
2	73.9	271	74.6	97.4	71.7	295.6	72.1	248.3	76.3	239.8
3	34.6	122.9	26.9	45.2	37.1	141.4	43.6	119.1	31.7	102.9
4	35	111	35	28.7	35	125.5	35	102	35	94
5	30	88.9	27.2	18.5	30	101.3	30	81.2	30	74.3
6	40	108.5	27.2	18.5	40	125.1	40	98.2	35.9	83.6
市场电价 / $\$/(\text{MWh})^{-1}$	6.71		4.36		7.13		6.46		6.23	
总发电量 /MW	332.2		390.9		321.8		338.6		344.4	

从表中结果可以看出,当不考虑发电约束时,由于本文模型的价格接受者少于 Forchheimer 模型而

多于 Stackelberg 模型,因而计算得到的市场电价高于完全竞争的模型和 Forchheimer 模型而低于 Stack-

elberg 模型和 Cournot 模型。当考虑发电约束时,由于本文模型作为价格接受者的发电商  $\delta$  超越上限,因而使得剩下的参与竞争的发电商数目少于 Stackelberg 模型参与竞争的发电商数目,因而此时采用本文模型计算得到的市场电价高于 Stackelberg 模型计算的电价。

为分析需求弹性对发电商均衡策略的影响,本文考虑了逆需求曲线斜率  $s$  放大 0.2~2 倍的情况,此时不考虑发电约束时五种模型的均衡电价计算结果见图 1,考虑发电约束时均衡电价计算结果见图 2。

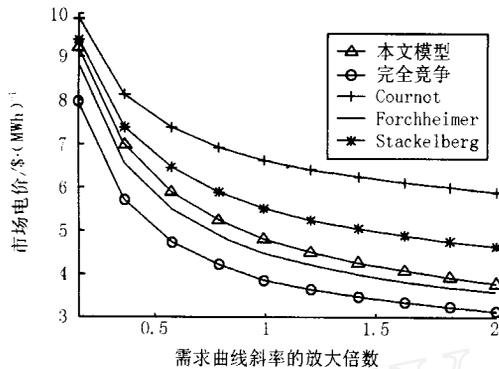


图 1 不考虑发电约束时各模型市场电价与需求曲线斜率的关系

Fig.1 Relationship between market price and slope of demand curve in various models without considering generation constraints

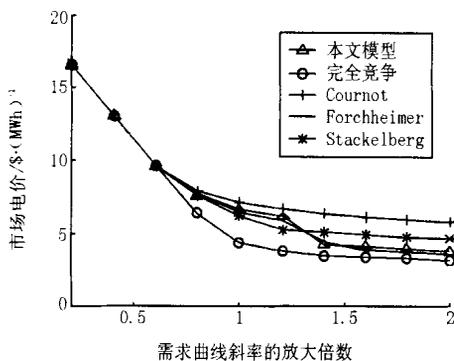


图 2 考虑发电约束时各模型市场电价与需求曲线斜率的关系

Fig.2 Relationship between market price and slope of demand curve in various models considering generation constraints

从图中可见,5 种模型的均衡电价均随逆需求曲线斜率的增加而下降,不考虑发电约束的均衡电价低于考虑约束时的均衡电价。当不考虑发电约束时,Cournot 模型的电价最高,其他依次为 Stackelberg 模型、本文模型、Forchheimer 模型和完全竞争模型。如果考虑发电约束,当需求弹性较大时(对应于  $s$  较

小),由于所有发电商出力越上限,因而各模型的均衡电价均相同并且较高,随着需求弹性的下降,Forchheimer 模型、Stackelberg 模型和本文模型的电价大小次序交替变化,但仍然是 Cournot 模型的电价最高,完全竞争模型的电价最低。

## 4 结论

本文根据电力市场的特点,提出了一种新的博弈模型来模拟发电商的策略行为,推导了该模型的纳什均衡解。仿真结果表明,不考虑发电约束时,该模型的电价高于完全竞争模型和 Forchheimer 模型的电价而低于 Stackelberg 模型和 Cournot 模型的电价。考虑约束时,上述模型电价大小次序会随着需求弹性的变化而变化。当需求弹性较低时,所有模型的电价大小会随着需求弹性的下降而迅速下降,最后电价趋于稳定。应该指出,本文中提到的所有模型均为本文所提出模型的一种特殊情况:当作为领导者和跟随者的发电商均为价格接受者时,本文模型则成为完全竞争模型;当作为跟随者和价格接受者的发电商的策略均与作为领导者的发电商策略行为一致时,本文模型则成为 Cournot 模型;当作为价格接受者的发电商成为跟随者时,本文模型则为 Stackelberg 模型;当作为跟随者的发电商成为价格接受者时,本文模型则为 Forchheimer 模型。

## 参考文献:

- [1] Younes Z, Ilic M. Generation Strategies for Gaming Transmission Constraints—Will the Deregulated Electric Power Market be an Oligopoly[A]. Proceedings of the Thirty—First Hawaii International Conference on System Sciences [C]. 1998, 3: 112-121.
- [2] Green R. Competition in Generation: The Economic Foundations[J]. Proceedings of the IEEE, 2000, 88(2): 128-139.
- [3] Yu Z, Sparrow F T, Morin T L, et al. A Stackelberg Price Leadership Model with Application to Deregulated Electricity markets[A]. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting. Singapore: 2000, 3: 1814-1819.
- [4] Wen F S, David A K. Oligopoly Electricity Market Production Under Incomplete Information[J]. IEEE Power Engineering Review, 2001, 21(4): 58-61.
- [5] 张维迎(ZHANG Wei-ying). 博弈论与信息经济学(Game Theory and Information Economics)[M]. 上海: 上海人民出版社(Shanghai: Shanghai People Press), 1996.

(下转第 28 页 continued on page 28)

电价。对于发电侧无功市场定价结构的建立具有一定的指导意义。

#### 参考文献:

- [1] 张粒子,李亚男,李国辉,等(ZHANG Li-zi, LI Ya-nan, LI Guo-hui, et al). 发电侧电力市场无功定价方法探讨(Discussion on Reactive Power Pricing Method of Generation Power Market) [J]. 中国电力(Electric Power), 2002, 35(1):28-32.
- [2] 于尔铿,韩放,谢开,等(YU Er-keng, HAN Fang, XIE Kai, et al). 电力市场(Electric Power Market) [M]. 北京:中国电力出版社(Beijing:China Electric Power Press), 1998.
- [3] Lamont J W, Fu J. Cost Analysis of Reactive Power Support [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1999, 14(3): 890-898.
- [4] Dai Y, Ni Y X, Shen C M, et al. A Study of Reactive Power Marginal Price in Electricity Market [J]. Electric Power Sys

tems Research, 2001, 57:41-48.

- [5] Barquin J, Soler D, Largo O, et al. On the Cost of the Reactive Power Generation and Voltage Support Service [A]. Bulk Power System Dynamics and Control IV-Restructuring. Greece. 24-28.
- [6] 温步赢,周峰,程浩忠,等(WEN Bu-ying, ZHOU Feng, CHENG Hao-zhong, et al). 电力市场条件下无功发电成本研究(Research on Reactive Power Cost in Power Market) [J]. 电力自动化设备(Electric Power Automation Equipment), 2002, 22(2):26-29.

收稿日期: 2003-06-30; 修回日期: 2003-08-21

#### 作者简介:

孔飘红(1978-),女,硕士研究生,从事电力市场无功辅助服务定价及无功优化研究;

刘俊勇(1963-),男,教授,博士生导师,长期从事电力市场等领域的研究。

### Costing and pricing of reactive power generation

KONG Piao-hong<sup>1</sup>, LIU Jun-yong<sup>1</sup>, ZHANG Xir-ping<sup>2</sup>

(1. Department of Electrical Information, Sichuan University, Chengdu 610065, China;

2. XJ Electric Co., Ltd, Xuchang 461000, China)

**Abstract:** Reactive power service is a key part of power market auxiliary service, and reactive power price in the generation side is the basis of the pricing of reactive power market. In this paper, reactive power generation costs are discussed, which are decomposed into two parts: reactive capacity price and reactive power production price. The conceptions are clear and the calculations are convenient. Research results show that with a reasonable economic compensation, power plants will act to maintain security and stability of the system on their own initiative.

**Key words:** power market; reactive power auxiliary service; reactive power costs; reactive power generation market

(上接第 10 页 continued from page 10)

收稿日期: 2003-06-03; 修回日期: 2003-08-11

#### 作者简介:

袁智强(1969-),男,工程师,博士研究生,从事电力市

场、电力系统安全分析方向的研究;

邓超平(1971-),男,工程师,博士研究生,从事电力系统分析方向的研究;

蒋传文(1966-),男,副教授,博士后,主要从事电力市场、混沌理论及其应用、水库调度方向的研究。

### Analysis of equilibrium in oligopolistic electricity market

YUAN Zhi-qiang, DENG Chao-ping, JIANG Chuan-wen, HOU Zhi-jian

(Electrical Engineering Department, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

**Abstract:** The real electricity market is an imperfect competition market. And to simulate the strategies of suppliers, some models such as Cournot and supply function equilibrium are employed. In this paper, a new oligopolistic game model is put forward to finish the above simulation. The formulae of Nash equilibrium are obtained based on complete information. The results of Nash equilibrium of the newly presented model are compared with that of other game models, and the impacts of demand elasticity and generation capacity constraints on Nash equilibrium are analyzed.

**Key words:** model; oligopolistic electricity market; Nash equilibrium; demand elasticity; generation capacity constraints