

应用傅氏算法的几个问题讨论

袁宇波, 陆于平, 唐国庆

(东南大学电气工程系, 江苏 南京 210096)

摘要: 傅氏算法在数字保护中得到了广泛的应用, 但关于傅氏算法中余弦正弦系数 a, b 是否为信号相量的实部和虚部, 作者一直感到困惑。通过分析近年发表的相关傅氏算法的文献, 提出对几个问题的质疑, 结合实际的工程实例和信号的物理意义, 认为信号的虚部是 $-b$ 即相量用 $I_n = a_n - j b_n$ 表示, 才能正确计算出阻抗、负序分量等。

关键词: 傅氏算法; 相量表示; 分量

中图分类号: TM711 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2004)02-0027-03

0 引言

傅氏滤波算法作为故障信号模值相角提取的方法, 在电力系统数字保护中广泛应用, 但从目前发表的文献来看, 在概念上还存在一些困惑。

现将问题阐述如下。计算连续周期信号的基波分量的傅氏算法为:

$$\begin{cases} a = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} x(t) \cos(\omega_0 t) dt & n = 1, 2, \dots \\ b = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0/2} x(t) \sin(\omega_0 t) dt \end{cases} \quad (1)$$

离散周期信号的傅氏算法为:

$$\begin{cases} a = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [x(k) \cos(\frac{2\pi k}{N})] \\ b = \frac{2}{N} \sum_{k=0}^{N-1} [x(k) \sin(\frac{2\pi k}{N})] \end{cases} \quad (2)$$

文献[1~4]认为 a, b 分别是基波信号的实部和虚部。其实不然, 确切地说, a, b 应是信号的余弦和正弦分量系数。作者在开发一个继电保护故障信息系统的过程中, 利用了高级语言的复数类, 发现根据 $a + jb$ 的组合方法来表示相量, 计算出的负序和正序互相颠倒, 且利用电压电流计算出的阻抗中的电抗分量为负数。如用 $a - jb$ 的相量表示方法, 结果就正确了。

分析其中的原因, 作者认为目前一些文献都忽视了傅氏算法的概念, 拟归纳成以下几个问题:

- 1) 傅氏算法计算出来的余弦、正弦幅度系数 a, b 是否是基波相量的实部和虚部。
- 2) 连续周期信号与离散周期信号各自计算出来的是否一样, 相位角如何计算。

针对这些问题, 在此提出一些个人见解与同行

讨论。

1 算例

以距离保护中计算阻抗为例(见图1), 算法采用式(2), 分别得到电压电流的余弦正弦系数 U_a, U_b, I_a, I_b , 至于如何构成相量, 有两种组合方法, 如表1所示。

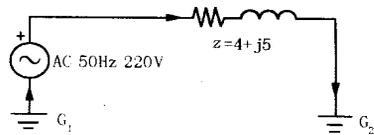


图1 距离保护一次系统图

Fig. 1 Primary system of distance protection

表1 阻抗计算结果

Tab. 1 Impedance calculation of the line

	$\frac{U}{I} = \frac{U_a + jU_b}{I_a + jI_b}$	$\frac{U}{I} = \frac{U_a - jU_b}{I_a - jI_b}$
Z	$4 - j5$	$4 + j5$

显然, 采用后面一种才能正确地计算出 Z , 相量表示虽然只是相差一个负号, 但是物理概念却完全不一样。

复数形式的傅立叶级数表示为^[5]:

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1} \frac{a_n - j b_n}{2} e^{jn\omega_0 t} + \sum_{n=1} \frac{a_n + j b_n}{2} e^{-jn\omega_0 t} \quad (3)$$

在连续系统中, 系数 a, b 包含了基波的幅值和相位信息, 负频率点和正频率点处对应的复系数分别为 $\frac{a + jb}{2}$ 和 $\frac{a - jb}{2}$ 。电路理论中用相量表示信号时, 规定逆时针方向为正, 正频率是逆时针旋转的, 因此用正频率点处的复系数来表示相量, 为反映幅值将它乘以 2, 即用 $a - jb$ 来表示基波相量。以上

推证相量的实部和虚部应该为 a 、 $-b$ ，其实这个概念的澄清对计算和分析非常重要，否则会导致计算的错误。下面举例说明，图 2 为一单位正弦波，数据窗取一个周波长度，分别取起始位置为 1、2、3、4，表 2 为相应的 $a - jb$ 、 $a + jb$ 的计算值，图 2 表明随着数据窗的移动，相量 $a - jb$ 是逆时针旋转，而 $a + jb$ 是顺时针旋转。

表 2 $a - jb$ 和 $a + jb$ 的计算值

	1	2	3	4
$a - jb$	$-j$	1	j	-1
$a + jb$	j	1	$-j$	-1

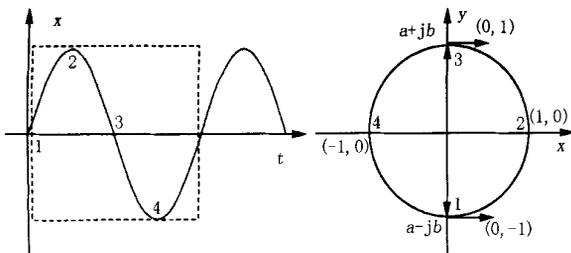


图 2 $a + jb$ 与 $a - jb$ 的旋转方向

Fig. 2 Rotation directions of $a + jb$ and $a - jb$

ABC 三相超前滞后的关系是以逆时针旋转方向为正的坐标系统。如用顺时针旋转 $a + jb$ 的相量来表示基波，计算时会导致正序和负序分量的错位。

2 分析

连续系统的傅立叶级数是对周期信号的分析，系数 a 、 b 是通过积分运算得到的，而离散系统对应于一个时间窗截断的过程，窗外是窗内数据的周期延拓。理论证明，随着数据窗的移动，计算的 a 、 b 值也是正弦交变的，不像周期信号傅里叶级数中 a 、 b 是一个恒定的值。以基波 12 点采样为例，随着采样数据窗的移动， $a - jb$ 相量在圆上逆时针旋转，数据窗每往前移动一格，相量就逆时针旋转 30° 。

连续周期系统的相角取决于信号采用余弦模型还是正弦模型，如采用余弦模型，则连续系统中信号的初相角为复数 $a - jb$ 的角度 $= \arctan(-b/a)$ 。而离散系统中计算出来的相角是有区别的，随着数据窗的移动，它是一个瞬时的相位计算值 ($t +$)，该相量以角速度 逆时针旋转。

在实际工程中，也常遇到类似的问题，如认为 a 、 b 是信号的实部和虚部，可能在计算功率方向时，明明是正方向短路，可是保护计算出来的却是反方向。有些工程人员的解决手段是在取电压电流相量

时在虚部前加一个负号，保护计算就正确了，却不知道其中的物理含义。

国内外文献在看待这个问题时，有一些混乱，比较容易误导读者。如文献 [1~4] 直接认为 a 、 b 是信号的实部和虚部。文献 [10, 12] 为同一个作者写的两篇论文，其虚部分量的符号就不一样。但 IEEE 的一篇文献在 b 前面加了一个负号 [6]。国内也有文献意识到了这个问题，在半波傅氏算法的 b 前加了一个负号 [7]。最近出版的文献 [8] 也加了负号。但是目前仍有论文没有对这个问题引起重视，重复着这个笔误 [4, 9]。综上所述，目前对该问题的困惑还存在，想当然地认为 a 、 b 就是基波信号的实部和虚部，会引起读者的误解，导致对傅氏算法错误的理解和使用。可能这些文献只注重研究滤波器性能，还没有用来做双通道的比相或三相序分量的计算，问题没有暴露出来。有些文献用 $b + ja$ 来表示信号，也是正确的，这可以仿照表 2 分析出来。因此，在做信号的相量表示的时候，一定要注意向量的旋转方向。

3 应用

1) 距离保护中阻抗的计算

在本文算例中，按 $Z = \frac{U}{I} = \frac{U_a - jU_b}{I_a - jI_b}$ 推导得电阻、电抗为：

$$R = \frac{U_a I_b + U_b I_a}{I_a^2 + I_b^2}, \quad X = \frac{U_b I_a - U_a I_b}{I_a^2 + I_b^2} \quad (4)$$

2) 序分量的提取

电力系统中的故障大多数是不对称的，会出现反应不对称故障的负序电压和负序电流，数字保护应能实时计算出负序分量。由于习惯上采用逆时针方向定义超前滞后， 0° 、 1° 、 2° 依次逆时针方向超前相位 120° 。各序电流的计算见式 (5)。

$$\begin{cases} I_1 = \frac{1}{3} [I_a + I_b + I_c] \\ I_2 = \frac{1}{3} [I_a + I_b + I_c] \end{cases} \quad (5)$$

注意信号相量表示应取 $a - jb$ ，如用 $a + jb$ 会导致计算出的正序分量变成负序分量。

3) 基于相量方法的数字滤波器设计

采样信号在一个数据窗中的特点是，随着数据窗的移动，数据窗内的每个采样点的值也是变化的，单独把数据窗内每个采样点从 $x(1)$ 、 $x(2)$ 、 \dots 、 $x(12)$ 作为信号引出来分析，每一点都是时域的采样信号，它和原信号是一致的，不过依次超前一个采样间隔，

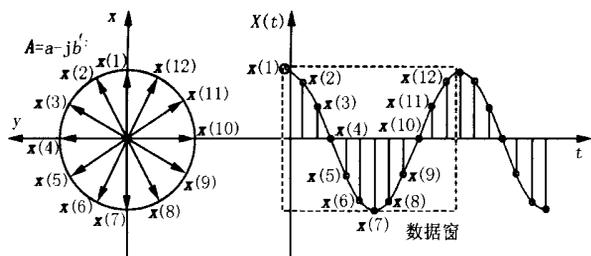


图3 基波采样信号的相量表示

Fig. 3 Phasor representation of basic wave sampling signal

因此可以用相量来表示每个采样点的信号。信号中存在的各次谐波分量用相量表示时,除旋转速度不同,反应到每个相量之间的超前滞后的角度也是有区别的。如每周波 12 点的采样系统,基波相量之间相差 30° ,二次谐波相量相差 60° ,依次类推,图 3 给出了基波信号的各采样点的相量表示。

在同一个平面上,3 个相量必相关,即对 3 个点的采样相量,必然可找出系数使三个相量的线性组合等于零。通过基于相量方法的设计来滤除该次谐波,这在文献[11]中已经有详细的论述。

4 结论

本文通过研究分析,认为傅氏算法计算出的余弦、正弦分量幅度系数 a 和 b 并非是信号相量表示的实部和虚部。在做信号的相量表示时,一定要注意相量的旋转方向,应选正方向旋转的相量 $a - jb$ 来表示信号,这样符合传统的电工学的正方向的规定。连续周期系统中计算出来的 a 、 b 是一个恒定的值,且计算出来的相角也是信号的初始相角;而离散系统中计算出来的 a 、 b 却随着数据窗的移动在变化,相角是一个瞬时相位角。最后将该理论应用于距离保护中电阻电抗的计算、序分量的提取,且该物理概念也可以拓广到基于相量法的数字滤波器设计中。本文对如何正确地使用傅氏算法具有一定的借鉴作用,提出的个人见解其正确与否愿与同行讨论。

参考文献:

- [1] 陈德树 (CHEN De-shu). 计算机继电保护原理与技术 (Computer Protection Relay) [M]. 北京:中国电力出版社 (Beijing:China Electric Power Press),1992.
- [2] 郁惟镛,吴小建 (YU Wei-yong, WU Xiao-jian). 电容式电压互感器暂态响应的数字仿真研究 (Digital Simulation Research on Transient Response of CVT) [J]. 继电器 (Relay), 1998, 26(1): 27 - 32.

- [3] 周大敏 (ZHOU Da-min). 一种消除非周期分量对非递归傅氏算法影响的精确方法 (An Accurate Algorithm to Eliminate Decaying DC Component from Nonrecursive Fourier Algorithm) [J]. 继电器 (Relay), 1998, 26(4): 7 - 11.
- [4] 苏文辉,李钢 (SU Wen-hui, LI Gang). 一种能滤去衰减直流分量的改进全波傅氏算法 (An Improved Full-wave Fourier Algorithm for Filtering Decaying DC Component) [J]. 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 2002, 26(23): 42 - 44.
- [5] 郑君里,杨为理,应启珩 (ZHENG Jun-li, YANG Wei-li, YING Qi-heng). 信号与系统 (Signal and System) [M]. 北京:人民教育出版社 (Beijing:People's Education Press), 1981.
- [6] Convy Dv, Brito H G F. Digital Filters Applied to Computer Relaying [J]. IEEE Transaction on Power Delivery, 1998.
- [7] 李永丽,陈超英,贺家李 (LI Yong-li, CHEN Chao-ying, HE Jia-li). 一种基于半波傅氏算法的继电保护快速算法 (A Fast Algorithm Based on Half-cycle Fourier Algorithm for Protective Relaying) [J]. 电网技术 (Power System Technology), 1996, 20(1): 52 - 55.
- [8] 陈德树,张哲,尹项根 (CHEN De-shu, ZHANG Zhe, YIN Xiang-gen). 微机继电保护 (Computer Protection Relay) [M]. 北京:中国电力出版社 (Beijing:China Electric Power Press), 2000.
- [9] 姚争辉,彭红海,周有庆 (YAO Zheng-hui, PENG Hong-Hai, ZHOU You-qing). 适合电力系统微机保护的一种数字滤波方案 (A Digital Filter Method Adapted to Computer Relay Protection of Power System) [J]. 电力系统及其自动化学报 (Proceeding of the EPSA), 1999, 11(5 - 6): 107 - 110.
- [10] 熊岗,提兆旭 (XIONG Gang, TI Zhao-xu). 适用于微机定时交流采样的改进富氏算法 (An Improved Fourier Algorithm Suited for Micro-computer Fix Time Alternating Current Sample) [J]. 电网技术 (Power System Technology), 1996, 20(8): 33 - 35.
- [11] 陆于平 (LU Yu-ping). 计算机保护中的快速算法 (Fast Algorithm of Computer Protection Relay) [J]. 东南大学学报 (Journal of Southeast University), 1992(4).
- [12] 熊岗,陈陈 (XIONG Gang, CHEN Chen). 一种能滤除衰减直流分量的交流采样新算法 (An Novel Alternating Current Sampling Algorithm for Filtering Decaying Direct Current Component) [J]. 电力系统自动化 (Automation of Electric Power Systems), 1997, 21(2): 24 - 26.

收稿日期: 2003-02-28; 修回日期: 2003-06-13

(下转第 33 页 continued on page 33)

3 结论

本文对高速数据采集系统中的采集数据贴上精确时间标签的方法进行了详细叙述和仿真,得出如下结论:

(a) 假设高速 AD 转换器件的转换频率为 5 MHz,则本系统能为存入静态 RAM 中的转换数据贴上精度为 0.2 μ s 的时间标签。

(b) 通过复杂可编程逻辑器件(CPLD)间接地实现了“低速”的单片机系统对高速数据采集系统的实时监视。

参考文献:

- [1] 高厚磊,厉吉文,文锋,等(GAO Hou-lei, LI Ji-wen, WEN Feng, et al). GPS 及其在电力系统中的应用(GPS and Its Potential Applications to Power System) [J]. 电力系统自动化(Automation of Electric Power Systems), 1995, 19(9): 41 - 44.
- [2] 刘书明,冯小平(LIU Shu-ming, FENG Xiao-ping). 数据采集系统芯片 ADuC812 原理与应用(Principle and Application of High-speed Sample Chip ADuC812) [M]. 西安:西安电子科技大学出版社(Xi'an: XiDian University Press),

2000.

- [3] 赵曙光,郭万有,杨颂华(ZHAO Shu-guang, GUO Wan-you, YANG Song-hua). 可编程逻辑器件原理、开发与应用(Principle, Exploitation and Application of Programmable Logic Device) [M]. 西安:西安电子科技大学出版社(Xi'an: XiDian University Press), 2000.
- [4] 曾祥君,尹项根,陈德树,等(ZENG Xiang-jun, YIN Xiang-gen, CHEN De-shu, et al). 基于整个输电网 GPS 行波故障定位系统的研究(GPS Travelling Wave Fault Location System for Transmission Network) [J]. 电力系统自动化(Automation of Electric power Systems), 1999(10): 8 - 10.
- [5] 姜立东(JIANG Li-dong). VHDL 语言程序设计及应用(Design and Applications of Very High Speed Integrated Circuit Hardware Description Language) [M]. 北京:北京邮电大学出版社(Beijing: Beijing University of Posts and Communications Press), 2001.

收稿日期: 2003-04-10

作者简介:

陈 靖(1973 -),男,硕士研究生,研究方向为电力系统继电保护及自动化;

张承学(1954 -),男,教授,主要从事电力系统稳定及自动化方面的研究。

A method of realizing precise time label in high-speed data acquisition system

CHEN Jing, ZHANG Cheng-xue

(School of Electrical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: This paper introduces a new method, using complex programmable logic device to attach a precise time label to the data gathered in high speed data acquisition system. It has used MAX PLUS II to simulate the function, and the results proved to be accurate. The system has been applied in high speed acquisition sample board, which has been designed successfully.

Key words: ADuC812; time label; CPLD; global positioning system(GPS)

(上接第 29 页 continued from page 29)

作者简介:

袁宇波(1975 -),男,博士生,主要从事电力系统继电保护的研究;

陆于平(1962 -),男,教授,博士生导师,主要从事电力系统继电保护及数字主设备保护的教学和科研工作;

唐国庆(1937 -),男,教授,博士生导师,从事电力系统运行与控制、配电网规划与配电网自动化、电力电子在配电网中的应用、人工智能在电力系统中应用的研究。

Discussion on the Fourier algorithm application

YUAN Yu-bo, LU Yu-ping, TANG Guo-qing

(Electrical Engineering Department, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: Fourier algorithm has been largely applied to digital protection. However, it is puzzled whether coefficients a and b are real or image parts of the phasor. After analyzing the relevant documents published in recent years, some problems are put forward in this paper. It is concluded that the phasor can be represented by the form of $a - jb$, and thus the impedance and negative sequence component can be calculated correctly.

Key words: Fourier algorithm; phasor representation; component