

抗差最小二乘法状态估计

李响¹, 刘玲群², 郭志忠¹

(1. 哈尔滨工业大学, 黑龙江 哈尔滨 150006; 2. 清华同方威视技术股份有限公司, 北京 100084)

摘要: 研究电力系统状态估计具有重要的理论价值和实际意义, 在现代调度控制中心, 状态估计是实现 EMS/DMS 的许多功能: 调度员潮流、事故预想分析和调度员模拟培训等的基础。在实际运行的电网自动化系统中, 要想实时得到正确的网络状态估计结果是很困难的, 因为在进行状态估计的过程中, 必须考虑多个坏数据和多个拓扑错误同时存在的情况。抗差估计理论主要研究抗拒少量粗差(泛指离群的误差)对估值的影响。拓扑错误和坏数据可以分别看作带有粗差的网络参数和量测数据, 因此可以将抗差最小二乘法用于存在拓扑错误和坏数据时的状态估计。算例结果表明, 抗差最小二乘法具有良好的抗粗差能力和收敛可靠性, 收敛速度快, 并能够将抗粗差和状态估计在计算过程中一次完成, 不需要象普通最小二乘法一样进行多次的状态估计计算。

关键词: 状态估计; 坏数据; 拓扑错误; 抗差最小二乘法

中图分类号: TM71 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2003)07-0050-04

1 引言

稳健(抗差)统计的概念从高斯提出最小二乘法的时候就产生了, 从二十世纪六十年代起, 进入了系统研究阶段, 并将稳健统计学用于信号处理的各个方面^[1]。1964年 P. J. Huber 发表了抗差估计的论文, 抗差估计(稳健估计)就是在粗差(泛指离群的误差)不可避免的情况下, 选择适当的估计方法使参数估值尽可能减小粗差的影响, 得到正常模式下的最佳估值。在没有粗差的情况下, 大部分测量数据基本上服从正态分布, 而对于严格的正态分布数据, 最小二乘估值具有最优一致无偏且方差最小的特性。传统的最小二乘法对偏离正态分布的数据是不可靠的, 而在实际系统中, 严格服从正态分布的观测数据几乎是没的, 因此, 最小二乘估计的最优性只是定义在一个非常狭隘的范围。抗差最小二乘估计是通过等价权将抗差估计原理与最小二乘形式有机结合起来, 量测值的主体一般是符合正态分布的, 因此抗差最小二乘估计的主体是最小二乘估计, 它决定了抗差最小二乘估计的基本效率。最小二乘估计抗差化的关键是建立恰当的权函数。为了得到既有较强抗差性, 又有较高效率的估值, 权函数应包含两方面的内容: (1) 观测值的信息区间划分为正常观测值(有效信息); 可利用观测值(可利用信息); 粗差观测值(有害信息)。(2) 根据这三部分观测值, 可以将权划分为: 保权区(保持原来观测值不变); 降权区(对观测值作抗差限制); 拒绝区(权为零)。抗差最小二

乘法的基本效率由保权区的观测值来保证, 它们应该是观测数据的主体。抗差最小二乘法的效率和可靠性通过降权区的权函数得到加强。它的抗差能力也体现在拒绝区。

目前常用的抗差估计方法有: 均值法、中位数法、Tukey 双权法、Huber 法、Hampel 法、Andrews 正弦法、Fair 函数法、丹麦法以及 IGG 法。其中 Huber 法是被广泛应用的一种方法。本文运用 Huber 抗差估计算法进行了存在量测坏数据以及同时存在拓扑错误时的状态估计计算, 并对算例结果进行了分析。

2 Huber 估计法

如果对观测数据的主体和次要部分分别采用相应的极大似然估计, 则可以得到总体分布的极大似然估计, 这一思想贯穿于整个抗差估计理论研究之中。把估计理论建立在符合于数据实际的分布模式基础上, 而不是建立在某种理想的分布模式基础上, 是抗差估计与经典估计理论的根本区别。J. W. Tukey 1960 年提出了一种接近实际的分布模式, 称为污染分布, 可以表示为:

$$G = (1 - G)F + H \quad (1)$$

式(1)包含了主体分布 H , G 是污染率, 它表示污染部分的数据在整个数据中占的比例。主体分布占数据的主要部分, 干扰分布是次要部分。如果 F 是正态分布, 则称 G 为受污染的正态分布。

Huber 分布是污染正态分布的一种, 它的主体是正态分布, 干扰部分服从拉普拉斯分布。Huber

分布的概率密度为:

$$f(x) = \begin{cases} (1 - \frac{c}{2|x|})^{-1} \exp\{-\frac{1}{2}x^2\} & |x| \leq c \\ (1 - \frac{c}{2|x|})^{-1/2} \exp\{c^2/2 - c|x|\} & |x| > c \end{cases} \quad (2)$$

式(2)中 c 为污染率,其中

$$c(x) = (2|x|)^{1/2} \exp\{-1/2x^2\} \quad (3)$$

为标准正态分布密度。在区间 $-c \leq x \leq c$ 内,观测值服从正态分布;当 $|x| > c$ 时,观测值服从拉普拉斯分布,其中 c 满足关系:

$$2\theta(c) - 1 + 2\theta(c)/c = 1/(1 - \theta(c)) \quad (4)$$

当给定 θ 时,可以计算 c 。Huber 分布的极大似然估计是 Huber 估计,它属于 M 估计,Huber 法所采用的极值函数, $\rho(\cdot)$ 函数和权因子 $\omega(\cdot)$ 如下:

$$\rho(v) = v^2/2, \quad |v| \leq k \quad (5)$$

$$\rho(v) = k|v| - 1/2k^2, \quad |v| > k \quad (6)$$

$$\omega(v) = v, \quad |v| \leq k \quad (7)$$

$$\omega(v) = k \cdot \text{sign}(v), \quad |v| > k \quad (8)$$

$$\omega(v) = 1, \quad |v| \leq k \quad (9)$$

$$\omega(v) = k \cdot \text{sign}(v)/v = k/|v|, \quad |v| > k \quad (10)$$

Huber 估计的 $\rho(\cdot)$ 函数是最小二乘估计的 $\rho(\cdot)$ 函数(中间部分)和中位数的 $\rho(\cdot)$ (两尾部分)的组合。当 $k=0$ 时,Huber 估计退化为中位数;当 $k \rightarrow \infty$ 时,Huber 估值变为均值。

当 k 值确定时,Huber 估计的 $\rho(\cdot)$ 函数也就确定了,常数 k 是根据实际数据中的污染率 θ 确定的。当粗差比例在 1% 至 10% 时, k 值在 1~2 之间^[2]。

3 Huber 法用于状态估计

Huber 估计属于 M 估计,M 估计的原理为:设有一组相互独立的观测值 $\{l_i\}$, $i=1,2,\dots,n$, 观测值的权为 $\{p_i\}$, 观测方程为:

$$l + v = Ax \quad (11)$$

相应的误差方程为:

$$v = Ax - l \quad (12)$$

式(11)、(12)中 l 为 $n \times 1$ 阶观测向量, A 为 $n \times m$ 阶系数矩阵, x 为 $m \times 1$ 阶未知参数向量, \hat{x} 为 x 的估值, v 为 $n \times 1$ 阶观测误差向量, v 为观测值余差向量。M 估计可由下面的准则函数来定义:

$$J(v_i) = \min \quad (13)$$

如果 $J(v_i) = J(v_i)$, 由式(13)求极值,可得到

$$A_i^T v_i = 0 \quad (14)$$

A_i 是系数矩阵 A 的第 i 行向量, v_i 是第 i 个观测

值的余差。

如果令

$$v_i/v_i = \omega \quad (15)$$

则式(14)可以写成:

$$\omega v_i a_i = 0 \quad (16)$$

式中 ω 可以看成权因子。

观测值原有权值为 P_i , 令 $\bar{P} = \{\bar{P}_i\} = \{P_i \omega\}$, 则式(16)的矩阵表达式为:

$$A^T \bar{P} v = 0 \quad (17)$$

相应的法方程式为:

$$A^T \bar{P} A \hat{x} - A^T \bar{P} l = 0 \quad (18)$$

$$\hat{x} = (A^T \bar{P} A)^{-1} A^T \bar{P} l \quad (19)$$

状态估计中的量测量可以作为 Huber 估计的观测值 $\{l_i\}$, 雅克比矩阵元素对应着系数矩阵 A 的元素 $\{a_{ij}\}$, 未知向量 \hat{x} 对应系统的状态变量, 污染率对应量测系统中的坏数据比例。由公式(19)可以看出, 如果令 $\bar{P} = R$, R 为基本加权最小二乘法状态估计的权矩阵, 则 Huber 法等同于基本加权最小二乘法状态估计, 也就是说这两种方法的区别只在于权矩阵的不同。

Huber 估计属于两段法, 在区间 $\pm k$ (k 为量测量误差的均方差)内, 保持原观测值不变, 对 $\pm k$ 之外的观测值降权处理。设有一个 $R=k$ 为半径的球体, 将观测点分为两部分。Huber 估计的几何意义是保持球内观测点的位置不动, 把球外的点沿着该点的径向拉到球面上, 球越小, 抗差能力越强。

将 Huber 法用于电力系统状态估计与基本加权最小二乘法相比, 具有明显的优越性。因为坏数据和拓扑错误可以分别看作带有粗差的网络参数和量测数据, 运用抗差估计的意义在于估计过程中能够降低粗差对估计结果的影响, 从而减小残差污染以至避免残差淹没的出现, 抗差是通过变权来实现的, 在每次迭代过程中, 限制残差较大测量对估计结果的影响, 保持残差在正常范围内的量测量对估计结果的贡献。由于运用抗差估计能够直接排除坏数据对状态估计结果的影响, 由最终状态估计值计算出各个量测量的残差值, 超过正常残差的量测值即为坏数据。对于怀疑有拓扑错误的支路或拓扑状态未知的支路, 可以按照状态估计中的网络参数估计辨识法, 将这些支路的参数增广为未知的状态量, 从而辨识出支路的状态, 只要得到的状态量结果是正确的, 就可以推出量测坏数据和可疑支路的正确状态。

4 Huber 估计法算例

算例采用 IEEE14 系统数据,系统原始数据见参考文献[3]附录,状态估计支路量测的原始数据是由牛顿法潮流结果加入 5% 的随机误差后得到的。支路量测取所有的首端、末端的有功功率和无功功率。

4.1 Huber 法用于量测量中存在坏数据时的状态估计

假定节点 2 上同时出现 4 个有功量测错误,错误量测为: P0002(节点 2 有功注入量测量), PN001(线路 1—2 支路首端有功量测量), PM003(线路 2—4 支路首端有功量测量), PM005(线路 2—5 支路末端有功量测量),分别计算出现 $\pm 200\%$ 大小坏数据时的残差。计算得到的状态变量值与参考文献[3]结果基本相同,坏数据辨识结果如表 1(为数据污染率)

表 1 坏数据辨识结果

Tab. 1 Bad data identification results

收敛精度 = 10^{-5} , 错误数据辨识成功率 = 100%, $\epsilon = 0.04$		
	+ 200% 粗差	- 200% 粗差
迭代次数	6	8

算例表明,采用抗差最小二乘法时,迭代次数与

加权最小二乘法相似,但同时辨识出了坏数据,能够通过一次状态估计计算得到正确的网络状态变量。

4.2 Huber 法用于存在坏数据时的拓扑错误辨识

在经典状态估计中,要排除不良数据对状态估计结果的影响,需要经过检测、辨识、修正的过程,而且要通过多次的估计计算。并且,坏数据辨识和拓扑错误辨识是分开进行的,同时排除坏数据和拓扑错误是状态估计中的难点。

本文利用 Huber 估计算法,在进行参数辨识的过程中,抑制坏数据对整个状态估计结果的影响,这样,通过一次状态估计,同时完成了坏数据辨识和拓扑错误辨识。

算例原始数据及坏数据设置同 4.1 节。分别进行支路 2-5 运行和断开两种方式下的支路参数辨识。计算得到的状态变量值与 4.1 节基本相同。支路参数辨识结果如表 2,拓扑错误辨识结果如表 3。

算例结果说明,当同时存在坏数据和拓扑错误时,可以将可疑支路(通过开关遥信量是否变化来检测)参数设置成未知参数,通过支路参数辨识来确定支路的运行状态^[4]。当选用不同的支路参数初值进行计算时,对迭代次数影响并不明显。

表 2 2-5 支路参数辨识结果(收敛精度 10^{-5} , $\epsilon = 0.04$)

Tab. 2 Specifications identification results of branch 2~5 (convergence 10^{-5} , $\epsilon = 0.04$)

支路运行状态		初值选取		迭代次数	辨识结果	
投入运行	粗差 = + 200 %	$X = 0.17388$	$R = 0.05695$	12	$X = 0.17427$	$R = 0.05754$
	粗差 = - 200 %			18	$X = 0.17393$	$R = 0.05704$
支路断开	粗差 = + 200 %	$X = 100$	$R = 100$	7	$x = 511.4191$	$R = 53.6300$
	粗差 = - 200 %			8	$x = 123.0233$	$R = 12.8867$

表 3 2-5 支路拓扑错误辨识结果表

Tab. 3 Error identification results of branch 2 - 5

元件参数真值		参数估计值		投运置信度 (\hat{b}/b)	结论
$X = 0.1738$	$R = 0.05695$	$X = 0.17427$	$R = 0.05754$	0.996193	投运中
		$X = 0.17393$	$R = 0.05704$	0.999462	投运中
		$x = 511.4191$	$R = 53.6300$	0.000372	已退出
		$x = 123.0233$	$R = 12.8867$	0.001548	已退出

5 结论

本文阐述了抗差最小二乘法状态估计的基本概念和数学原理,并运用 Huber 抗差估计算法进行了量测坏数据辨识以及同时存在拓扑错误时的状态估

计计算,算例的计算结果表明,抗差最小二乘法具有显著的抗粗差能力,当量测数据或系统参数存在粗差时,与传统的加权最小二乘法状态估计相比具有明显的优越性。

参考文献:

- [1] 罗泳光,王海云. 稳健信号处理概论[M]. 长沙:国防科技大学出版社,1987.
- [2] 周江文,等. 抗差最小二乘法[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1995.
- [3] 张伯明. 高等电力网络分析[M]. 北京:清华大学出版社,1996.
- [4] 于尔铿. 电力系统状态估计[M]. 北京:水利电力出版社,1995.

社,1995.

收稿日期: 2002-07-16; 修回日期: 2002-11-25

作者简介:

李响(1970-),男,博士研究生,研究方向为电力系统状态估计和运行模式分析;

刘玲群(1974-),女,工学硕士,研究方向为电能质量及供电可靠性分析;

郭志忠(1961-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为电力系统稳定、运行模式分析等。

State estimation with the least robustness square methodLI Xiang¹, LIU Ling-qun², GUO Zhi-zhong¹

(1. Harbin Institute of Technology, Harbin 15001, China; 2. Nuctech Company Limited, Beijing 100084, China)

Abstract: The study of state estimation in power systems is very important both in theoretical and practical meaning. In modern dispatch control center, state estimation is fundamental to many functions of EMS/DMS, such as tide flow for dispatchers, expected events analysis, simulation training for dispatchers, etc.. However it is difficult to get the correct realtime network states in practical Electric Network Automation, for in state estimations, the situation that a lot of bad data and topology errors exist simultaneously must be taken into account. Robustness square estimation theory pays much attention to the influence of little outlier (refer to the errors of those not in the mass) resistance to estimation. Since topology errors and bad data can be considered as network parameters with outlier and measured data separately, the least robustness square method can be used in state estimations with topology errors and bad data. As shown in the results of calculation examples, the least robustness square method has favorable outlier resistance, convergence reliability and high convergence speed. Furthermore, unlike ordinary least square methods, the least robustness square method can combine outlier resistance and state estimation in one calculation process rather than perform repeated calculations.

Key words: state estimation; bad data; topology errors; the least robustness square method

(上接第 22 页)

王莉丽(1978-),女,硕士研究生,研究方向为变压器故障诊断及微机保护;

荣雅君(1957-),女,副教授,研究方向为电力系统主设备故障诊断及保护。

收稿日期: 2002-09-03; 修回日期: 2002-12-28

作者简介:

**Discrimination between inrush current and internal fault current
of transformer based on wavelet neural network**

WANG Li-li, RONG Ya-jun

(Faculty of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: Wavelet Neural Network(WNN) shows the advantages of both the Wavelet and Neural Network, which has the characteristic of local time-frequency analysis and the capability of self-learning and error tolerance. A method based on WNN is firstly proposed in this paper, which deals with the discrimination between inrush current and internal fault current of transformer. The fundamental idea of the FNN and specific algorithm are given. The simulation results of EMTP are presented, which validate the effectiveness and feasibility of the proposed scheme.

Key words: WNN; inrush current; transformer protection