# 星形连接多对耦合线圈的去耦规则

杨育霞，王家朋

(郑州大学电气工程学院，河南 郑州 450002)

**摘要**：分析了具有三对磁耦合电感线圈的星形连接电路的去耦问题，提出了一种简单的星形去耦等效电路及一般的去耦规则，利用电路理论和矩阵理论给出了严格的理论证明，并把这种去耦方法推广到多对磁耦合电感线圈的星形连接电路中。利用该去耦规则，可以使具有多对磁耦合电感线圈的星形连接电路的分析计算得到简化。

**关键词**：多对耦合；　星形连接；　去耦规则

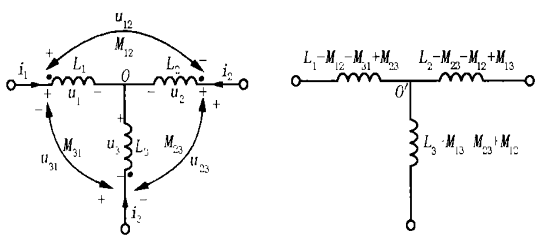
**中图分类号**：TM71　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：1003-4897(2003)02-0012-02

## 1　问题的提出

在现有的教科书中，对含有一对磁耦合的星形去耦方法大都有介绍和推导，但对于两对以及三对磁耦合的星形电路的去耦却未见介绍。而多对耦合的电路在工程实际中是经常遇到的。由于去耦法的简捷实用，人们往往按照一对星形电路去耦方法去套用多对耦合的情况，常常出现错误。因此有必要给予证明并提出简单规则。现对星型耦合电路进行分析。

## 2　去耦分析及证明过程

图1(a)为具有三对耦合线圈的星形电路，每对均为同侧联接。根据基尔霍夫电压定律(KVL)及法拉第电磁感应定律可列出各线圈的支路伏安关系：




(a) 去耦前　　(b) 去耦后

图1　三对耦合线圈星形电路的去耦

Fig. 1　decoupling with three pairs of coupling loop of star connection

$$
\begin{cases}
u_1 = L_1\dfrac{d i_1}{d t} + M_{12}\dfrac{d i_2}{d t} + M_{13}\dfrac{d i_3}{d t} \\
u_2 = L_2\dfrac{d i_2}{d t} + M_{23}\dfrac{d i_3}{d t} + M_{12}\dfrac{d i_1}{d t} \\
u_3 = L_3\dfrac{d i_3}{d t} + M_{13}\dfrac{d i_1}{d t} + M_{23}\dfrac{d i_2}{d t}
\end{cases}
$$

任意两个端子间的电压关系为：

$$
\begin{cases}
u_{12} = u_1 - u_2 = L_1\dfrac{d i_1}{d t} + M_{12}\dfrac{d i_2}{d t} + M_{13}\dfrac{d i_3}{d t} - L_2\dfrac{d i_2}{d t} - M_{23}\dfrac{d i_3}{d t} - M_{12}\dfrac{d i_1}{d t} \\
u_{23} = u_2 - u_3 = L_2\dfrac{d i_2}{d t} + M_{23}\dfrac{d i_3}{d t} + M_{12}\dfrac{d i_1}{d t} - L_3\dfrac{d i_3}{d t} - M_{13}\dfrac{d i_1}{d t} - M_{23}\dfrac{d i_2}{d t} \\
u_{31} = u_3 - u_1 = L_3\dfrac{d i_3}{d t} + M_{13}\dfrac{d i_1}{d t} + M_{23}\dfrac{d i_2}{d t} - L_1\dfrac{d i_1}{d t} - M_{12}\dfrac{d i_2}{d t} - M_{13}\dfrac{d i_3}{d t}
\end{cases}
$$

对结点列基尔霍夫电流定律(KCL)为：

$i_1 + i_2 + i_3 = 0$，把它代入上式得：

$$
\begin{cases}
u_{12} = (L_1 - M_{12} - M_{13} + M_{23})\dfrac{d i_1}{d t} - (L_2 - M_{23} - M_{12} + M_{13})\dfrac{d i_2}{d t} \\
u_{23} = (L_2 - M_{23} - M_{12} + M_{13})\dfrac{d i_2}{d t} - (L_3 - M_{13} - M_{23} + M_{12})\dfrac{d i_3}{d t} \\
u_{31} = (L_3 - M_{13} - M_{23} + M_{12})\dfrac{d i_3}{d t} - (L_1 - M_{12} - M_{13} + M_{23})\dfrac{d i_1}{d t}
\end{cases}
$$

为整理方便起见，令

$$
\begin{cases}
a = (L_1 - M_{12} - M_{13} + M_{23})\dfrac{d i_1}{d t} \\
b = (L_2 - M_{23} - M_{12} + M_{13})\dfrac{d i_2}{d t} \\
c = (L_3 - M_{13} - M_{23} + M_{12})\dfrac{d i_3}{d t}
\end{cases}
$$

设去耦后的各支路电压为：$u_1'$、$u_2'$、$u_3'$，为和原电路等效，它们与端口电压的关系为

$$
\begin{cases}
u_{12} = u_1' - u_2' = a - b \\
u_{23} = u_2' - u_3' = b - c \\
u_{31} = u_3' - u_1' = c - a
\end{cases}
$$

为求解 $u_1'$、$u_2'$、$u_3'$，得上式的系数矩阵为：

$$
A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & a-b \\ 0 & 1 & -1 & b-c \\ -1 & 0 & 1 & c-a \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{初等变换}}
$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & a-c \\ 0 & 1 & -1 & b-c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

可知 $R(\overline{A}) = R(A) = 2 < 3$,即系数矩阵的秩等于增广矩阵的秩,小于未知数的个数,则方程有无限多组解,解为:

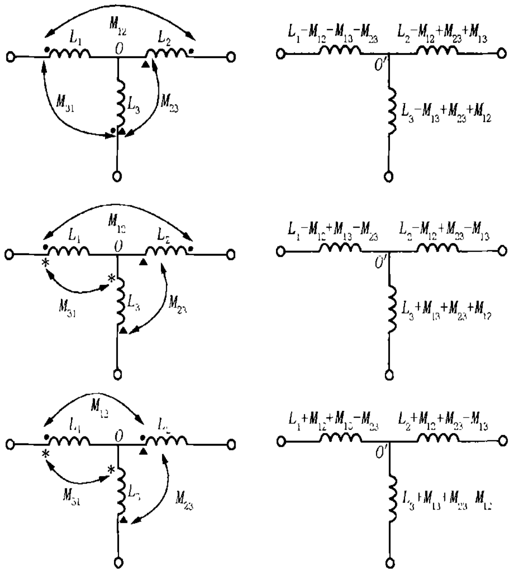
$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} a-c \\ b-c \\ 0 \end{bmatrix} + k\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

表明此耦合电路有无限种等效电路,若取 $k = c$,可得到去耦的等效形式解答:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}' = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (L_1 - M_{12} - M_{13} + M_{23})\dfrac{\mathrm{d}\, i_1}{\mathrm{d}\, t} \\ (L_2 - M_{23} - M_{12} + M_{13})\dfrac{\mathrm{d}\, i_2}{\mathrm{d}\, t} \\ (L_3 - M_{32} - M_{13} + M_{21})\dfrac{\mathrm{d}\, i_3}{\mathrm{d}\, t} \end{bmatrix}$$

此即为去耦后支路的电压电流方程。显然它们此时只与本支路的电压电流有关。其中去耦后的各支路的等效电感为:

$$\begin{cases} L_{1\mathrm{eq}} = L_1 - M_{12} - M_{13} + M_{23} \\ L_{2\mathrm{eq}} = L_2 - M_{23} - M_{12} + M_{13} \\ L_{3\mathrm{eq}} = L_3 - M_{13} - M_{23} + M_{12} \end{cases}$$



(a) 去耦前　　(b) 去耦后

图 2　星形耦合线圈其它连接方式去耦

Fig. 2　decoupling with other coupling loop of star connection

去耦后的电路图如图 1(b)。应当注意去耦后的 $O$ 点已不是原电路的 $O$ 点。用同样的方法可以证明如图 2 所示几种情况下电路的去耦方法。

## 3　去耦规则

(1) 去耦后三个端子对外等效,而内部结构虽同为星型,但各支路已不对应,中心点 $O$ 与 $O$ 也不是同一点。

(2) 根据以上讨论,本文的方法可以归纳为以下的去耦规则:

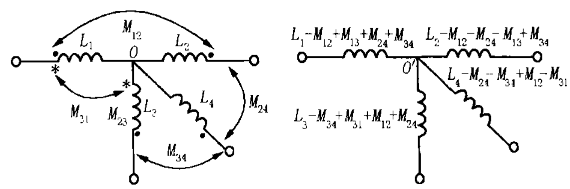
去耦后该支路的等效电感为本支路的自感与对应互感的代数和。其中自感为正,各互感符号可根据表 1 确定。

表 1　等效电感中互感符号确定规则

Tab. 1　ensure rules of mutual inductance symbol in equivalent inductance

| 连接方式 | 符　号 | |
|---|---|---|
| | 本线圈及相耦合的另一线圈 | 两耦合的非本线圈 |
| 同侧联接 | - | + |
| 异侧联接 | + | - |

(3) 上述去耦规则也可以推广到联接在一个结点上多对耦合线圈星型电路的去耦问题。例如图 3(a) 的电路去耦后等效为图 3(b) 的电路。



(a) 去耦前　　(b) 去耦后

图 3　多对耦合线圈星型电路的去耦

Fig. 3　decoupling with multipairs of coupling loop of star connection

参考文献:

[1]　邱关源. 电路[M]. 北京:高等教育出版社,1999.

收稿日期:　2002-04-22

作者简介:

杨育霞(1956 - ),女,副教授,从事电气技术方面的教学和科研工作。

**Decoupling rule of multipairs of coupling coils of star connection**

YANG Yu-xia, WANG Jia-peng

(School of Electric Engineering of Zhengzhou University, Zhengzhou 450002, China)

(下转第 17 页)

$$\left[\begin{array}{cc|ccc} Y_{ii}^{BB(C_1)} & Y_{ii}^{BC(C_1)} & Y_{ij}^{BA(C_1)} & Y_{ij}^{BB(C_1)} & Y_{ij}^{BC(C_1)} \\ Y_{ii}^{CB(C_1)} & Y_{ii}^{CC(C_1)} & Y_{ij}^{CA(C_1)} & Y_{ij}^{CB(C_1)} & Y_{ij}^{CC(C_1)} \\ \hline Y_{ji}^{AB(C_1)} & Y_{ji}^{AC(C_1)} & Y_{jj}^{AA(C_1)} & Y_{jj}^{AB(C_1)} & Y_{jj}^{AC(C_1)} \\ Y_{ji}^{BB(C_1)} & Y_{ji}^{BC(C_1)} & Y_{jj}^{BA(C_1)} & Y_{jj}^{BB(C_1)} & Y_{jj}^{BC(C_1)} \\ Y_{ji}^{CB(C_1)} & Y_{ji}^{CC(C_1)} & Y_{jj}^{CA(C_1)} & Y_{jj}^{CB(C_1)} & Y_{jj}^{CC(C_1)} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} U_{iB} \\ U_{iC} \\ \hline U_{jA} \\ U_{jB} \\ U_{jC} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} I_{iB}^{(C_1)} \\ I_{iC}^{(C_1)} \\ \hline I_{jA}^{(C_1)} \\ I_{jB}^{(C_1)} \\ I_{jC}^{(C_1)} \end{array}\right]$$

引入 $U_{iA}$ 就可以直接写出线路的相分量方程:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_{ii}^{BB(C_1)} & Y_{ii}^{BC(C_1)} & Y_{ij}^{BA(C_1)} & Y_{ij}^{BB(C_1)} & Y_{ij}^{BC(C_1)} \\ 0 & Y_{ii}^{CB(C_1)} & Y_{ii}^{CC(C_1)} & Y_{ij}^{CA(C_1)} & Y_{ij}^{CB(C_1)} & Y_{ij}^{CC(C_1)} \\ \hline 0 & Y_{ji}^{AB(C_1)} & Y_{ji}^{AC(C_1)} & Y_{jj}^{AA(C_1)} & Y_{jj}^{AB(C_1)} & Y_{jj}^{AC(C_1)} \\ 0 & Y_{ji}^{BB(C_1)} & Y_{ji}^{BC(C_1)} & Y_{jj}^{BA(C_1)} & Y_{jj}^{BB(C_1)} & Y_{jj}^{BC(C_1)} \\ 0 & Y_{ji}^{CB(C_1)} & Y_{ji}^{CC(C_1)} & Y_{jj}^{CA(C_1)} & Y_{jj}^{CB(C_1)} & Y_{jj}^{CC(C_1)} \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} U_{iA} \\ U_{iB} \\ U_{iC} \\ \hline U_{jA} \\ U_{jB} \\ U_{jC} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} I_{iA}^{(C_1)} \\ I_{iB}^{(C_1)} \\ I_{iC}^{(C_1)} \\ \hline I_{jA}^{(C_1)} \\ I_{jB}^{(C_1)} \\ I_{jC}^{(C_1)} \end{array}\right]$$

对比原矩阵就可以写出补偿矩阵:

$$\Delta Y_{ii} = \begin{bmatrix} -j2.6316 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta Y_{ij} = \Delta Y_{ji} = \begin{bmatrix} j2.6316 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta Y_{jj} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

变换到对称分量坐标下修改网络方程得到:

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} j9.1478 & -j0.8772 & -j0.8772 & -j4.386 & j0.8772 & j0.8772 \\ -j0.8772 & j5.5426 & -j0.8772 & j0.8772 & -j4.386 & -j0.8772 \\ -j0.8772 & -j0.8772 & j6.4524 & j0.8772 & j0.8772 & -j4.386 \\ \hline -j4.386 & j0.8772 & j0.8772 & j5.2632 & 0 & 0 \\ j0.8772 & -j4.386 & j0.8772 & 0 & j5.5256 & 0 \\ j0.8772 & j0.8772 & -j4.386 & 0 & 0 & j6.0568 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c} U_{i0} \\ U_{i1} \\ U_{i2} \\ \hline U_{j0} \\ U_{j1} \\ U_{j2} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{c} 0 \\ j1.4046 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{array}\right]$$

直接解此方程就可以得到最后的解。

## 6　结论

本文提出了一种通用的线路非全相运行条件下的故障计算方法,可以直接计算一条线路两端同时发生的断线和断线加短路故障。方法简单,同时适用于对称分量法和相分量法。使用对称分量法时无需修改序网,也无需作高阻抗模拟操作,直接计算准确的解,非常适合继电保护工作人员分析线路故障使用。

参考文献:


[1] 何仰赞,温增银,等. 电力系统分析(上)[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1996.

[2] 关根泰次,著. 蒋建民,等译. 电力系统暂态解析论[M]. 北京:机械工业出版社,1989.

[3] 姜彤,郭志忠,陈学允,等. 电力系统多态相分量法的故障分析[J]. 哈尔滨工业大学学报,2001,33(4):505 - 507.

[4] 姜彤. 电力系统故障分析及其多态计算方法的研究(博士学位论文)[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2002.


**收稿日期**:　2002-01-21;　**修回日期**:　2002-03-28

**作者简介**:

姜　彤(1970 - ),男,博士,副教授,从事电力系统计算机应用方面的研究;

郭志忠(1961 - ),男,博士,教授,博导,主要研究方向是电力系统分析与控制、光学电流互感器、电力市场等。

## A new method of fault calculation on open-conductor condition

JIANG Tong, GUO Zhi-zhong, CHEN Xue-yun

(Harbin Institute of Technology, School of Electrical Engineering and Automation, Harbin 150001, China)

**Abstract**:　Using phase components equation of element and analysis of conditions at the faults, a new method of fault calculation about open conductors condition is presented, which can be used in phase coordinates and symmetrical components coordinates by node admittance network equation and no bus need to be created. The method is canonical and suitable for computer analysis. Special simultaneous faults can be also done by this method and a calculation example is given.

**Key words**:　open conductors;　faults calculation;　symmetrical components;　phase components

(上接第 13 页)

**Abstract**:　in this paper, after analyzing decoupling of the star circuit with three pairs of coupling inductance coils, a simple and practical decoupling rule for the equivalent circuit with star decoupling is presented. Furthermore, a rigorously theoretical proof is be given making use of circuit theory and matrix theory. It can be extended to the star circuit with multipairs of coupling inductance coils. The calculation of the star circuit with multijugate coupling inductance coils can be predigested using the decouping rule.

**Key words**:　multijugate coupling;　star connection;　decoupling rule