

电量变送器中一种快速高精度的开平方算法

磨少清¹, 李啸骢², 海涛², 唐令激³

(1. 广西民族学院物电系, 广西 南宁 530004; 2. 广西大学电气工程学院, 广西 南宁 530004;

3. 广西电力安装公司, 广西 南宁 530004)

摘要: 在分析查表开平方算法和浮点数特点的基础上, 提出一种二进制浮点数与查表法相结合的开平方算法。该算法不仅具有计算简单、运算速度快、精度高的优点, 而且占用内存少, 解决了长期以来开平方算法存在耗时长、精度低、存贮数据值范围难以确定的问题。对于 80C196 单片机, 若采用 12 MHz 晶振, 利用本算法, 最大耗时不超过 80 μs, 平均耗时为 55 μs, 最大误差小于 (6.1 × 10⁻³) %。

关键词: 开平方; 查表法; 浮点数; 电量变送器

中图分类号: TM11 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003 - 4897(2002)12-0019-02

1 引言

电量变送器是电力系统实时自动控制的重要环节, 随着电力系统自动化水平的提高, 电量变送器得到了广泛的应用, 通过对输入电信号实时采样、数据处理, 可获得电压、电流、功率、功率因数和频率等电量信号。在电量变送器算法中, 常见的开平方公式有:

$$U = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} u^2(n)} \quad (1)$$

$$I = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} i^2(n)} \quad (2)$$

$$U_m = \sqrt{U_R^2 + U_I^2} \quad (3)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} \quad (4)$$

只要满足采样定理, 以及信号周期 T 恰是采样周期 T_s 的整数倍时, 上述表达式不会引入任何误差。由上可见, 在电量变送器数据处理过程中是离不开开平方运算的, 而开平方算法非常耗时。常见的开平方算法有牛顿迭代算法和查表法^[1]。牛顿迭代算法计算精度较高, 但如果初值选择不当, 迭代次数将很多, 耗时长, 在微机测量控制系统中, 电压、电流的动态变化范围很大, 增加了初值的选择难度。针对初值选择问题, 文献[1]提出了一种将查表法和迭代法相结合的算法, 查表用于给出牛顿迭代初值; 文献[2]、[3]提出了用浮点数尾数选取初值的算法, 这三种算法都能大大地减少迭代次数(迭代次数在 3~4 次的范围内), 但每次迭代需要一次浮点除法

和一次浮点加法, 占用时间仍较长, 要达到 (6.1 × 10⁻³) % 的精度需要的最短计算时间为 190 μs (12 MHz)。常规的查表法是按开平方结果对表格进行等步长划分, 在各区间内进行线性插值, 查表法的精度决定于数据表格的密度, 为了提高精度, 就要增加表格的密度, 在被开方数范围相同的条件下, 也就是要增加数据表的长度, 这将占用较多的微机内存, 同时增加了查表时间。另外, 对于式(3)、(4), 文献[4]提出了一种简化的算法, 此算法需要进行一次浮点数除法、两次浮点数乘法和一次浮点数加法, 在 12 MHz 晶振下, 耗时长达 200 μs 左右, 而且其精度仅达 0.1 %。因此, 对于那些内存小、速度要求快且精度要求高的电量变送器而言, 如何有效地减少开平方运算的时间和节省内存是相当重要的。本文在分析查表法和二进制浮点数的基础上提出了一种快速的高精度开平方算法, 具有很高的实用价值。

2 查表法

查表开平方是将开平方函数 $f(x) = x^2$ 分段线性化, 以表格形式存贮起来, 当待开方数 x^2 给定时, 查表找出两点满足 $x_i^2 < x^2 < x_{i+1}^2$, $x_{i+1}^2 - x_i^2$ 之差为一个单位步长。过 $[x_i, x_i^2]$ 和 $[x_{i+1}, x_{i+1}^2]$ 作线性插值, 得到近似解 x_m :

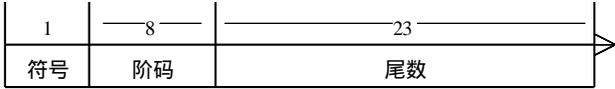
$$x_m = \frac{x_{i+1} - x_i}{x_{i+1}^2 - x_i^2} \times (x^2 - x_i^2) + x_i \quad (5)$$

$step = x_{i+1}^2 - x_i^2$ 为步长, 误差与步长 $step$ 有关, 如果 $step$ 取得足够小, 那么 x_m 就能足够接近真值 x , 但是当 $step$ 取得足够小时, 表格占用内存空间就很大, 查表时间也较长。

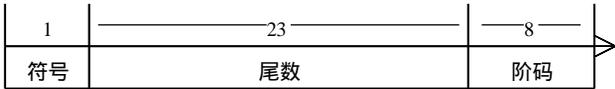
基金项目: 广西教育厅科研基金资助项目(T98101)

3 二进制浮点数

二进制浮点数由尾数和阶码组成,4字节的IEEE标准浮点格式为:



上述格式的阶码寻址不方便,将格式改为:



高位 低位

其中:阶码用移码表示。

由于任意十进制数均可转化为规范化格式的二进制浮点数存放,即尾数的最高位为1,故对于尾数为M的规范化二进制浮点数,有 $0.5 \leq M < 1$ 。这就意味着数据表中所需存放的数据值范围仅需介于0.5~1之间。

4 浮点数查表算法

采用浮点格式表示的数在开平方时,可将阶码和尾数分开处理。设阶码为C、尾数为M的浮点数 $x = M \times 2^C$,则

$$\sqrt{x} = \sqrt{M} \times 2^{C/2}$$

如果C为偶数,即 $C = 2k, k$ 为整数,则

$$\sqrt{x} = \sqrt{M} \times 2^k$$

如果C为奇数,即 $C = 2k + 1, k$ 为整数,则

$$\sqrt{x} = \sqrt{2} \times \sqrt{M} \times 2^k$$

故浮点数的开平方可以转化为尾数的开平方,而规范化的尾数的范围为0.5~1,因此使用查表法计算时,不必占用很多的内存来保存数据表就可以达到很高的精度,同时表格长度不受被开方数范围的大小影响。若取数据表中的数值为各个基点开平方值的浮点数尾数的高16位,每个基点的数据占用2字节,则最大误差与步长以及数据表长度的关系见表1。由表1可知数据表的长度仅为128字节就可达到很高的精度。在利用公式(5)进行插值计算时,输入值 x^2 、基点 x_i^2, x_{i+1}^2 仅取浮点数尾数的高16位进行计算,这样式(5)中的加法、减法、乘法都可以直接利用MCS96中的指令直接进行。为了进一步简化算法,加速计算过程,程序中取step为2的次幂(2^m),这样可以用右移m次的操作来代替“除以 2^m ”的计算。对于阶码,首先将阶码转化为补码表示,再进行除以2的计算,如果阶码为奇数,则进行一次浮点乘法运算乘以 $\sqrt{2}$ 。程序流程如图1所示,

从流程图上可知,在整个计算过程中,如果阶码为偶数,所有的计算可直接由MCS96的加、减、乘、移位、测试指令完成,这些指令执行时间很短,在0.7~4.3μs之间,总需时只有32μs,如果阶码为奇数,则多一次浮点乘法运算,总需时78μs。

表1 最大误差与步长以及数据表长度关系

Tab. 1 The relation between maximum error and steps/data length

步长	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}	2^{-8}	2^{-9}
数据表长度(字节)	16	32	64	128	256	512
误差(%)	0.0488	0.0244	0.0122	0.006	0.006	0.006

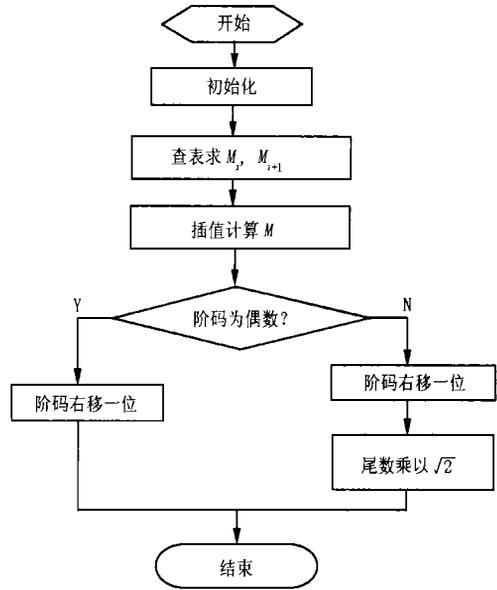


图1 开平方程序流程图

Fig. 1 Flowchart of square root algorithm

5 结论

本文提出的基于二进制浮点数的查表开平方算法,具有如下特点:

- a. 数据表中需存贮的数据值的范围在确定值0.5~1之间,因而数据表长度不受被开方数数值大小的影响,占用内存空间很少,克服了传统查表法中数据表存贮数据值范围不易确定、占用内存过多的缺点。
- b. 计算简单,运算速度快。
- c. 精度相当高,可以满足较高精度要求的应用场合。

参考文献:

[1] 周大敏. 电量变送器中开平方算法的研究[J]. 继电器, 1996, 23(3): 30 - 34. (下转第27页)

参考文献:

- [1] 王守相,王成山. 一种隐含并行的大规模三相不平衡配电系统网络重构新算法[J]. 电力系统自动化,2000,24(19):34-38.
- [2] Soudi F, Tomovic K. Optimized Distribution Protection Using Binary Programming [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1998,13(1):219-224.
- [3] Celli G, Pilo F. Optimal Sectionalizing Switches Allocation in Distribution Networks [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1999,14(3):1167-1172.
- [4] Brown R E, Gupta S, Christie R D, et al. Automated Primary Distribution System Design: Reliability and Cost Optimization [J]. IEEE Trans on Power Delivery, 1997,12(2):1017-1022.
- [5] Goswami S K, Basu S K. A New Algorithm for the Reconfiguration of Distribution Feeders for Loss Minimization [J]. IEEE Trans. on Power Delivery, 1992,17(3):1484-1491.
- [6] Wang Jir-Cheng, Chiang Hsiao-Dong, Darling Gary R. An Efficient Algorithm for Real Time Network Reconfiguration in Large Scale Unbalanced Distribution Systems [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1996,11(1):511-517.

收稿日期: 2002-05-23; 修回日期: 2002-07-17

作者简介:

王守相(1973-),男,博士,主要从事配电系统自动化和电力系统安全性分析方面的研究工作;

王成山(1962-),男,教授,博士生导师,主要从事电力系统安全性分析、城市电网规划和配电系统自动化等方面的研究工作。

Optimal tie switches allocation in distribution systems

WANG Shou-xiang¹, WANG Cheng-shan²

(1. Electrical Engineering Department, Tsinghua University, Beijing 100084 China;

2. School of Electrical Automation and Energy Engineering, Tianjin University, Tianjing 300072 China)

Abstract: This paper sets the objective function of tie switches optimal allocation as finding an optimal allocation which will lead to the best reconfiguration result on the premise of enhancing system reliability. It proposes two heuristic criterions to direct the optimal allocation of tie switches. It adopts a novel efficient network reconfiguration algorithm to guarantee a global optimum solution, which can deal with large scale unbalance distribution systems. Test result proves the quickness and effectiveness of the proposed heuristic method in solving both three-phase balanced and unbalance systems.

Key words: distribution networks; tie switches allocation; network reconfiguration

(上接第 20 页)

- [2] 杨鹏,等. 电力系统微机保护中开平方浮点算法的改进 [J]. 电力自动化设备,2000(2):7-8.
- [3] 张克彦. 80C196 系列单片机高精度浮点运算及数制转换子程序 [J]. 单片机与嵌入式系统应用,2001(3):38-42.
- [4] 周良松,等. 单片机求相量幅值的一种较精确快速算法 [J]. 继电器,1993,21(3):11-14.
- [5] 孙涵芳. Intel 16 位单片机 [M]. 北京:北京航空航天大学

学出版社,1995.

收稿日期: 2002-05-17; 改回日期: 2002-07-19

作者简介:

磨少清(1974-),女,硕士,研究方向为自动控制、计算机监控及保护;

李啸骢(1959-),男,博士研究生,研究方向为励磁控制;

海涛(1974-),男,工程师,从事水电站的机电安装。

A fast and high - accuracy square root algorithm in microcomputer electrical quantity transducer

MO Shao-qing¹, LI Xiao-cong², HAI Tao², TANG Ling-ji³

(1. Guangxi University for Nationalities, Nanning 530004, China; 2. Guangxi University, Nanning 530004, China;

3. Guangxi Hydro & Electrical Equipment Installation Company, Nanning 530004, China)

Abstract: Based on the analysis of the look-up table algorithm and the characteristics of floating point binary number, the square root algorithm has been developed in this paper. This developed algorithm is not only fast and accurate but also saving EMS memory. With this algorithm, the problems of over-consuming time and low accuracy that exist for the original square root algorithm have been improved. In the 80C196 microcomputer with 12MHz clock, the maximal computing time is less than 80 μ s the average computing time is 55 μ s and the error dose not exceed (6.1 $\times 10^{-3}$)% when using the proposed algorithm.

Key words: square root algorithm; look-up table method; floating point binary number; microcomputer electrical quantity transducer