

# Winograd 快速傅立叶变换及其在频谱分析仪中的应用

蔡伟, 闫华光, 陈士修

(武汉大学电气工程学院, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 介绍了 Winograd 快速傅立叶变换的方法。这种方法的乘法次数只有 Cooley-Tukey 傅立叶算法的 1/3, 而加法次数并无明显增多, 因此有很好的推广价值。采用这种算法设计了三相频谱分析仪, 大大提高了计算速度。

**关键词:** Winograd 算法; 快速傅立叶变换; 频谱分析仪

**中图分类号:** TM744 **文献标识码:** B **文章编号:** 1003-4897(2002)04-0032-03

## 1 引言

离散傅立叶变换(DFT)是对信号作数字频谱分析及实现数字滤波的基本方法。它在频谱分析、数字通信、语音信号分析、图象处理、雷达、声纳、地震、生物医学工程各个领域都有着日益广泛的应用。直接计算 DFT, 工作量相当大。当数据点数为  $N$  时, 大约需要  $N^2$  次乘法和  $N^2$  次加法。1965 年, 美国的 Cooley 和 Tukey 提出了快速傅立叶变换(FFT)的算法<sup>[1]</sup>。这种算法将 DFT 的计算速度提高了  $N/\log_2 N$  倍, 使许多信号的处理工作能与整个系统的运行速度协调。傅立叶变换的应用也就从某些数据的事后处理及系统的模拟研究, 而进入数据的实时处理。现在已经有了一些更好的算法, 例如 Winograd 快速傅立叶变换, 这些算法是利用抽象代数和初等数论等数学工具建立起来的, 因而接受程度和应用范围就受到了很大的限制, 工程上使用的也较少。表 1 列出了几种傅立叶变换算法计算量的比较<sup>[2]</sup>, 新算法的优越性是显而易见的。

表 1 某些二维傅立叶变换算法的相对性能

算法	乘法次数/点	加法次数/点
直接计算离散傅立叶变换 1000 × 1000	8000	4000
基本 Cooley-Tukey FFT 1024 × 1024	40	60
混合 Cooley-Tukey Winograd FFT 1000 × 1000	40	72.8
Winograd FFT 1008 × 1008	6.2	91.6

## 2 小数组 Winograd 快速傅立叶变换算法

所谓小数组 Winograd 快速傅立叶变换算法是指针对信号长度  $N = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 16$  这 8 种短 DFT, Winograd 所提出的独特算法。他应用域的理论

证明了这些算法的乘法次数接近于  $N$ , 而加法次数与 Cooley-Tukey FFT 相近。这些小数组 Winograd 算法之所以重要还在于所有信号长度  $N$  很大的 Winograd 算法, 都可以由几个互素的小数组 Winograd 算法经过矩阵嵌套来得到, 使其乘法次数仅为 Cooley-Tukey FFT 的 1/3, 而加法次数并无明显增多。

设长度为  $N$  的信号为  $x = \{x(n), n = 0, 1, \dots, N-1\}$ ,  $x$  的傅立叶变换是另一个长度为  $N$  的向量  $X = \{X(k), k = 0, 1, \dots, N-1\}$ , 它由下式给出

$$X(k) = \sum_{i=0}^{N-1} x(i) e^{-j2\pi ik/N} \quad k=0, 1, \dots, N-1$$

其中  $e^{-j2\pi ik/N}$ , 我们也可以将其写成矩阵乘积形式,  $X = Wx$

$$W = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & & 2 & \dots & N-1 \\ 1 & 2 & 4 & \dots & 2(N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots \\ 1 & N-1 & 2(N-1) & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

小数组 Winograd 算法最主要的是对矩阵  $W$  作了分解, 使它变成简单的标准形式, 即

$$W = SCT$$

其中,  $T$  和  $S$  的元素仅包含 0 和  $\pm 1$ ,  $C$  只有对角线上的元素非零, 这样只有在数据与  $C$  作计算时才包含乘法计算, 可以使计算中的乘法运算大大减少。 $W$  的分解是一个比较复杂的过程, 我们应用时可直接查阅手册或参考书<sup>[1, 2]</sup>。这里我们以  $N=3$  为例, 说明计算过程。

$N=3$  时, 可分解  $W$  得,

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3/2 & 0 \\ 0 & 0 & -j3/\sqrt{2} \end{pmatrix},$$



处理。这样可以利用工控机所配的显示器、打印机、存储器等资源,提高了产品开发的速度,也提高了可靠性。其原理图如图3所示。

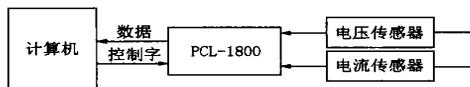


图3 频谱分析仪原理图

所采用的电流和电压传感器都是西南自动化研究所生产的WB系列传感器,精度是0.5级。采集卡是台湾研华公司生产的PCL-1800数据采集卡,这是一块高速、高性能、多功能的插入式数据采集卡,它有16个单端输入通道或者8个差分输入通道。采集三相的电压和电流信号,只需使用其中的6个通道。PCL-1800的采样频率可以由软件精确控制。

软件的设计可以分为两大部分:1)数据采集,2)对采集处理,采用Visual Basic语言完成设计。数据采集程序主要是对PCL-1800进行设置,设置好以后,启动PCL-1800,PCL-1800就可以自动按照设置的要求采集数据了,无须主机的干预。图3是设置PCL-1800的流程图。

数据处理采用本文所介绍的Winograd算法,对6路信号的每路每秒采集1008个点, $1008 = 19 \times 9 \times 7$ ,按此进行分解,对6路信号分别进行计算,即可得到各相的电压和电流的频谱。

## 5 总结

通过具体应用发现Winograd算法的计算速度快是其显著的优点,其不足之处在于,程序设计要比Cooley-Tukey算法繁琐,而且对于信号长度 $N$ 较大时, $N$ 要能够分解为几个互素小 $N$ 的乘积,因此对 $N$ 有一定的选择。

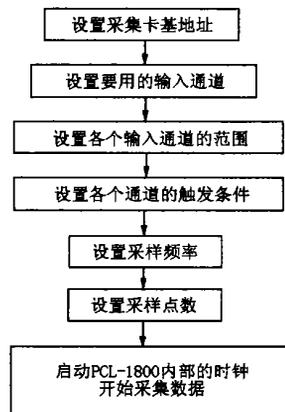


图4 数据采集卡设置流程

Winograd算法不仅显示了更高的计算效率,在理论上也有所创新。Winograd还证明了当数据的点数 $N$ 为素数时,Winograd算法所需的乘法次数达到了理论上的最小值。但在工程上还很少使用这种算法,对其在工程上应用的具体细节缺乏研究。本文希望抛砖引玉,使其在工程上得到越来越广泛的应用。

## 参考文献:

- [1] 张彦仲,沈乃汉.快速傅里叶变换及沃尔什变换[M].北京:航空工业出版社,1989.
- [2] [美]R. E. 布莱赫特,著,肖先赐,等译.数字信号处理的快速算法[M].北京:科学出版社,1992.

收稿日期: 2001-06-05

作者简介: 蔡伟(1977-),男,硕士,研究方向为高电压绝缘及气体放电; 闫华光(1977-),男,硕士,研究方向为电量微机测控系统; 陈士修(1951-),男,博士,教授,研究方向为气体放电与电磁兼容。

## Winograd fast fourier transform and its uses in the frequency analyzer

CAI Wei, YAN Hua - guang, CHEN Shi - xiu

(College of Electric Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** We introduce the Winograd fast fourier transform in this paper. This algorithm is faster than Cooler - Turey algorithm, because its times of multiplication is only 1/3 of the latter. We think it should be spread in engineering. In the later part of this paper, we use it in the design of frequency analyzer.

**Keywords:** Winograd; FFT; frequency analyzer