基于正规形理论的电力系统振荡稳定分析

夏成军,周良松,彭 波,胡会骏

(华中科技大学电力工程系,湖北 武汉 430074)

摘要: 介绍了正规形理论的基本内容及其在电力系统中的应用情况,将正规形理论应用于电力系统振荡稳定分析中,可以将线性系统中的参与因子的概念推广到非线性系统中,为理解系统各振荡模式之间的非线性相互作用提供度量。

关键词: 正规形理论; 非线性分析; 振荡模式; 参与因子; 特征值分析

中图分类号: TM711 **文献标识码**: A **文章编号**: 1003-4897(2001)08-0013-04

1 引言

正规形理论是简化常微分方程和微分同胚的重要工具,其主要内容是,对于一给定的向量场或映射,在给定的等价类中找到其较简单的形式以便于研究。从 H. Poincare 开始,一百多年来正规形理论得到很大发展,特别是近年来,由于这一理论在 Hilbert 第 16 问题、分岔理论等领域的广泛应用,它已越来越受到人们的关注。[1]

最近几年,美国学者开展了将这一理论应用于电力系统分析中的研究工作。从现有资料看,他们的工作主要集中于这样几个方面: ①估计电力系统的暂态稳定域。[2] 按照动力系统理论,故障后系统不稳定平衡点的稳定流形的并集组成了系统的稳定边界。将故障后系统的微分方程组经正规形变换后,求出系统在主导不稳定平衡点处的稳定流形,就可以估算故障后系统的稳定域。 ②电力系统的预测解列分析。[3,4] 可以应用正规形理论分析电力系统在故障后的结构稳定性,识别出系统的失稳模式,从而预测失稳的发电机群,决定解列措施。 ③电力系统区域间振荡分析及振荡模式间的非线性相互作用分析。[5~10] 研究表明:在“重负荷、弱联系、快速励磁、低阻尼”的情况下,电力系统受到扰动时,极有可能出现区域间机电振荡并导致系统失稳。用正规形理论分析系统的振荡模式,可以识别主导振荡模式并计及各振荡模式之间的非线性相互作用,更好地理解系统振荡的机理和选择抑制系统振荡的措施。

在国内,将正规形理论应用于电力系统的研究工作才刚刚开始,且研究领域集中在如何利用非线性动力学系统理论和正规形理论来确定电力系统暂态稳定域[11,12,13]。本文介绍了正规形理论如何应用于电力系统振荡稳定分析中,并且将小干扰法中的参与因子的概念推广到非线性系统中。

2 问题的提出

在电力系统发展初期,稳定问题通常表现为发电机与系统间的非同期失步。但随着系统规模的扩大,网络结构的增强,系统的抗干扰性也增强了,不稳定就常表现为发电机(或发电机群)之间的增幅性振荡,在互联系统的联络线上这种情况尤为突出。因其振荡频率范围为0.2～2.5Hz,通常将这种振荡称为低频振荡,或称为功率振荡。低频振荡有两类表现形式:一类为区域间振荡模式;另一类为就地机组间振荡模式。

对低频振荡问题的传统分析方法是小干扰法,即求解系统在某运行点上的线性化微分方程组的特征值和特指向量,由系统的特征值和特指向量分析来确定系统的主导振荡模式和机组之间的相互作用。这种分析方法是基于系统在运行时受到的扰动较小,可以将系统线性化,其本质是一种稳态分析方法。当电力系统在运行中受到大的扰动而发生振荡时,这种分析方法就带来很大误差。而且研究表明,电力系统的各振荡模式之间存在非线性相互作用,在一定条件下,这种非线性相互作用会引起参数谐振[14]而发生大幅度的振荡。小干扰法无法分析振荡模式之间的非线性相互作用,也就不能把握电力系统的非线性本质。

近年来非线性理论分析方法在电力系统稳定分析与控制中得到了很大发展。这种方法是用分岔理论把特征值和高阶多项式结合起来,从数学空间结构上分析系统的稳定性,用此理论统一研究电力系统中的静态失稳和周期振荡,能从数学角度更全面地分析电力系统稳定性。由于考虑到实际系统的非线性特点,该方法理论上比小干扰法更能把握问题实质。但现有的非线性理论的算法大都基于简单系统,对于多机系统还需进一步研究。

因此,需要一种新的工具来分析系统的振荡稳定问题,该工具应满足如下要求:

(1)能分析大扰动后系统的振荡稳定情况,能识别系统的主导振荡模式;

(2)能识别系统振荡模式之间的非线性相互作用;

(3)能统一研究系统的静态失稳和周期振荡甚至暂态稳定问题。

(4)不但能应用于简单的系统,也能应用于复杂的大系统。

3 系统模型

对于一具有 N 台发电机的电力系统,采用经典数学模型,即各发电机用 X'_d 后的电势 E 保持恒定,并认为 δ 与 δ 相等来进行模拟,负荷用恒定阻抗模拟,并假定原动机功率不变,忽略系统阻尼情况下,可列出全系统的微分方程组如下:

$$\begin{cases} \dfrac{d\delta_i}{dt} = \omega_i \\ \dfrac{d\omega_i}{dt} = \dfrac{1}{T_{Ji}}(P_{mi} - P_{ei}) \end{cases} \quad i = 1,2,\cdots,N \qquad (1)$$

其中 $P_{ei} = E_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{N} [E_i E_j G_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j) + E_i E_j B_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j)] \quad i, j = 1,2,\cdots,N$

$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$ 为发电机内电势节点导纳矩阵。

4 正规形理论(Normal Form Theory)[1,15,16]

正规形理论的基本思想,是在奇点(或不动点)附近经过光滑变换把向量场(或微分同坯)化成(在一定意义下)尽可能简单的形式,以便于研究。这是源于 Poincare 时代的一个课题。由于近年来分岔理论的发展,正规形的应用更加广泛,因而重新引起人们对它的重视,并得出若干计算正规形的新方法。

可以将系统的微分方程组(1)记为一般形式:

$$\dot{X} = f(X), \quad X \in R^n,$$
$$f: R^n \to R^n, \quad X_0 = X(0) \qquad (2)$$

其中 $X = [\delta_1, \omega_1, \delta_2, \omega_2, \cdots, \delta_N, \omega_N]^T$

正规形理论是对系统微分方程组(2)的泰勒展开式逐阶进行非线性变换,变换成一个线性系统进行分析,然后将线性系统反变换成原非线性系统,从而由线性系统得到原非线性系统的特性。

将方程组(2)在系统故障后稳定平衡点处泰勒展开,其泰勒展开式可以表示为:

$$\dot{X} = AX + X_2(X) + X_3(X) + \cdots + H.O.T. \quad X \in R^n$$

或者

$$\dot{X} = AX + h(X) \qquad X \in R^n \qquad (3)$$

其中变量 X 为原变量 X 相对于故障后稳定平衡点的偏移,AX 为系统的线性部分,而 $h(X)$ 则为系统的非线性部分。

4.1 特征值分析

分析系统(3)的线性化微分方程组的特征值和特征向量,识别系统的主导振荡模式。

线性化系统只包含微分方程泰勒展开式的一阶项,即:

$$\dot{X} = AX \qquad (4)$$

$X = [\delta_1, \omega_1, \delta_2, \omega_2, \cdots, \delta_N, \omega_N]^T$。计算出矩阵 A 的特征值和特征向量就可以知道系统的振荡模式,从中识别出主导振荡模式。为简单起见,这里仅讨论矩阵 A 经相似变换后可化为对角阵的情形。设其特征值为 λ_i,A 的特征向量组成了变换矩阵 U,将 $X = UY$ 代入原方程,变成

$$\dot{Y} = JY, \quad Y_0 = U^{-1} X_0 \qquad (5)$$

$J = U^{-1}AU$ 是一对角矩阵,其对角元素为 A 的特征值。方程(5)实现了各变量之间的解耦。因此第 i 个变量的解是

$$y_i(t) = y_{i0} e^{\lambda_i t} \qquad (6)$$

y_{i0} 是(5)系统的第 i 个初始值。经变换 $X = UY$ 得到原状态变量的线性解

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^{n} u_{ij} y_{j0} e^{\lambda_j t} \qquad (7)$$

u_{ij} 是右向量矩阵 U 第 i 行第 j 列元素。

4.2 正规形变换

对于微分方程组(3)作变量的线性变换,将线性部分矩阵变成一个对角形矩阵 J。方程式(3)变成关于新变量 Y 的方程:

$$\dot{Y} = JY + v(Y) \qquad (8)$$

这里 v 是 h 经对角化变换后的形式,v 是 y 的标准幂系列。现在我们希望尽量消去 $v(y)$ 中的非线性项,作变量代换

$$Y = Z + \phi(Z) \qquad (9)$$

这里 $\phi(z)$(由后面给出)是一阶数为 $r \geq 2$ 的向量多项式。

将(9)代入(8),得到

$$\frac{dz}{dt} + \frac{\partial\phi}{\partial z}\frac{dz}{dt} = Jz + J\phi + v[z + \phi(z)] \qquad (10)$$

要消去 v 的最低非线性项(阶数为 r),其充分条件是要求下式成立:

$$\mathrm{L}_J \cdot \Phi = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \cdot (J \cdot z) - J \cdot \Phi = v(z) \tag{11}$$

其中，L_J 为同调算子。方程式(11)被称为函数 Φ 的同调方程。

在此条件下，方程式(10)可化简为

$$\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = J \cdot z + (\text{阶数高于 } r \text{ 的项}) \tag{12}$$

故这一过程的关键问题是求解方程式(11)。

将向量多项式 Φ(未知)和 v(已知)表示为向量单项式之和的形式：

$$\left.\begin{aligned} v &= \sum_{s,m} v_{m,s} z^m u_s \\ \Phi &= \sum h_{m,s} z^m u_s \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

将(13)代入方程式(11)并比较每一基向量 u_s 相同次幂项的系数，得到：

$$h_{m,s} = \frac{v_{m,s}}{\sum_i m_i \omega_i - \omega_s} \tag{14}$$

当 $\sum_i m_i \omega_i - \omega_s \neq 0$ 时。

当某一个特征值可以表示为至少两个特征值的线性组合，式(14)便无意义。即

$$\omega_s = \sum_i m_i \omega_i, \quad \sum_j |m_j| \geq 2 \tag{15}$$

这正是在分岔点邻域内发生的现象。这种情况被称为谐振，在谐振点式(14)无意义，线性化过程失败。

解决这一问题的方法之一是放弃消除所有的非线性项，而仅限制在不会发生谐振的非线性项。即在方程式(11)中仅包含 $v(z)$ 的非谐振部分。在(12)中增加丢失的谐振部分。则原系统方程组可化为如下形式：

$$\mathrm{d}z/\mathrm{d}t = Jz + \sum_r w_r(z) \tag{16}$$

这里 $w_r(z)$ 是谐振单项式之和。

正规形变换的有关内容可概括为：系统(3)可以通过一个形式的正规化变换 $X = Y + h(Y)$ 变为 $\dot{Y} = JY + Y(Y)$，其中 $Y(Y)$ 中的所有非共振项的系数为 0。特别的，当系统不发生谐振时，可通过正规化变换成为一线性系统 $\dot{Y} = JY$。

5　计及非线性作用的参与因子

在线性系统的特征值分析中广泛应用参与因子来反映某一特征值与某一状态变量的相关程度，虽然其理论不十分严格，但在选择模式法和部分特征值分析方法中用来对低频振荡模式进行判别，以及在抑制低频振荡问题中对 PSS 进行合理配置等有很大的实用价值。参与因子 p_{ki} 表示第 k 个状态变量与第 i 个振荡模式的关联度。其定义为：当初始状态向量 $x_0 = e_k$ (e_k 中除第 k 个元素外，其它元素为 0)时，第 k 个状态变量 x_k 的大小。第 k 个状态变量可用参与因子表示为：

$$x_k(t) = \sum_{k=1}^{n} P_{ki} e^{\lambda_i t} \tag{17}$$

应用正规形理论可以将参与因子的概念推广到非线性系统。虽然理论上对系统(3)的非线性变换可以进行到任意项，但考虑到非线性变换计算的复杂性，实际计算中方程式(3)的泰勒展开式通常截断到二阶项或三阶项。本文将参与因子推广到系统的二阶泰勒展开式。此时正规形变换的逆变换为 $z_j = y_j - h_{2j}(y)$。当给定初始状态 $x_0 = e_k$，Jordan 形的初始状态为(用 $y = vx$)：

$$y_{j0} = v_{jk} \tag{18}$$

用正规形变换的逆变换可以近似得到正规形的初始条件为：

$$z_{j0} = v_{jk} - \sum_{p=1}^{n}\sum_{q=p}^{n} h_{2jpq} v_{pk} v_{qk} = v_{jk} + v_{2jk} \tag{19}$$

第 k 个发电机状态变量(当 $i \neq k$ 时，$x_{i0} = 0$)可以写作

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^{n} u_{ki}(v_{ik} + v_{2ikk}) e^{\lambda_i t} + \sum_{p=1}^{n}\sum_{q=p}^{n} u_{2kpq}(v_{pk} + v_{2pkk})(v_{qk} + v_{2qkk}) e^{(\lambda_p + \lambda_q)t} \tag{20}$$

与线性系统分析同样的方法，我们可以定义二阶项参与因子：

$$x_k(t) = \sum_{i=1}^{n} P_{2ki} e^{\lambda_i t} + \sum_{p=1}^{n}\sum_{q=p}^{n} P_{2kpq} e^{(\lambda_p + \lambda_q)t} \tag{21}$$

(当 $i \neq k$ 时，$x_{i0} = 0$)

参与因子　$P_{2ki} = u_{ki}(v_{ik} + v_{2ikk})$

$P_{2kpq} = U_{2kpq}(v_{pk} + v_{2pkk})(v_{qk} + v_{2qkk})$

注意到有两种类型的二阶项参与因子。P_{2ki} 表示第 k 个发电机状态在第 i 个单特征值模式中的二阶项参与因子，这些参与因子可以认为是对于线性参与因子的二阶项校正。事实上，观察式(22)发现线性参与因子($P_{ki} = u_{ki} v_{ik}$)是 P_{2ki} 表达式的一项。第二类二阶项参与因子 P_{2kpq} 表示第 k 个发电机状态在由特征值 λ_p 和 λ_q 组合而成($\lambda_p + \lambda_q$)的模式中的参与因子。这表明：如果一个电力系统具有小阻尼低频振荡模式，振荡模式之间的非线性相互作用可能会严重影响系统的状态。

6　结论

正规形理论在线性系统和非线性系统之间架起了一座桥梁，将非线性系统振荡稳定问题转化为线

性系统进行处理。将线性系统里的参与因子的概念推广到非线性系统中,可以更好理解系统各振荡模式之间的非线性相互作用如何影响系统的状态,而且为这种影响的大小提供了度量依据,可以推动我们对电力系统非线性本质的认识。当然,正规形理论是基于系统微分方程组的泰勒展开式,因此存在截断误差,这种误差在多大程度上影响对系统的分析,至今还缺乏严格的数学证明。但是已有的研究表明,通常截断阶数不太大时,即能非常近似地给出原系统的定性分析。正规形变换的计算也是非常繁琐的事情,依赖于新的算法和软件水平的提高。

参考文献:

[1] 李伟固. 正规形理论及其应用[M]. 科学出版社,2000.

[2] Saha S, Fouad A A, Kliemann W H, Vittal V. Stability boundary approximation of a power system using the real normal form of vector fields[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1997, 12(2).

[3] Thapar J, Vittal V, Kliemann W, Fouad A A. Application of the Normal Form of Vector Fields to Predict Interarea Separation In Power Systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1997, 12(2).

[4] Vittal V, Kliemann W, Y-X Ni. Determination of Generator Groupings for an Islanding Scheme in the Manitoba Hydro System Using the Method of Normal Forms [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(4).

[5] Vittal V, bhatia N, Fouad A A. ANALYSIS OF THE INTER-AREA MODE PHENOMENON IN POWER SYSTEMS FOLLOWING LARGE DISTURBANCES[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1991, 6(4).

[6] Starrett S K, Fouad A A. Nonlinear Measures of Mode-Machine Participation[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(2).

[7] Chih-Ming Lin, Vittal V, Kliemann W, Fouad A A. Investigation of Modal Interaction and Its Effects on Control Performance in Stressed Power Systems Using Normal Forms of Vector Fields[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1996, 11(2).

[8] Ni Y, Vittal V, Kliemann W, Fouad A A. Nonlinear modal interaction in HVDC/AC power systems with DC power modulation[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1996, 11(4).

[9] Jang G, Vittal V, Kliemann W. Effect of Nonlinear Modal Interaction on Control Performance: Use of Normal Forms Technique In Control Design Part I General Theory and Procedure [J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(2).

[10] Jang G, Vittal V, Kliemann W. Effect of Nonlinear Modal Interaction on Control Performance: Use of Normal Forms Technique In Control Design Part Ⅱ Case Studies[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13(2).

[11] 李颖晖,张保会. 运用非线性系统理论确定电力系统暂态稳定域的一种新方法[J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(1).

[12] 李颖晖,张保会. 运用非线性系统理论确定电力系统暂态稳定域的应用[J]. 中国电机工程学报, 2000, 20(2).

[13] 李颖晖,张保会. 对 Normal Form 变换的多值性的分析与研究[J]. 武汉:全国高校电自年会论文集, 1999.

[14] 袁季修. 电力系统安全稳定控制[M]. 北京:中国电力出版社, 1996.

[15] 张芷芬,李承治,郑志明,李伟固. 向量场的分岔理论基础[M]. 高等教育出版社, 1997.

[16] [苏]阿诺尔德 B. И,齐民友译. 常微分方程续论——常微分方程的几何方法[M]. 科学出版社, 1989.

收稿日期: 2000-12-25; **改回日期**: 2001-04-10

作者简介: 夏成军(1974 -),男,博士研究生,主要研究方向为电力系统稳定与控制,人工智能在电力系统中的应用; 周良松(1967 -),男,讲师,博士,主要研究方向为电力系统稳定与控制,计算机监控系统及综合自动化; 彭波(1975 -),男,博士研究生,主要研究方向为电力系统运行及控制,EMS 系统。

Power system oscillation analysis based on normal form theory

XIA Cheng-jun, ZHOU Liang-song, PENG Bo, HU Hui-jun

(Huazhong University of Science & Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: The main content of Normal Form Theory and its application in electric power system are introduced in this paper. Applying Normal Form Theory on electric power system oscillation analysis, the conception of participation factor used in linear system analysis can be extended to be used in nonlinear system analysis, and be used to measure the nonlinear interaction among oscillation modes.

Keywords: normal form theory; nonlinear analysis; oscillation mode; participation factors; eigenvalue analysis