

基于小波分析的电力系统电磁暂态信号压缩

黄险峰¹, 宋军英¹, 邓红湘²

(1. 武汉大学电气工程学院, 湖北 武汉 430072 2. 新会电力局, 广东 新会 529100)

摘要: 根据电力系统电磁暂态信号的特点和小波分析的多尺度分辨分析能力, 提出了基于小波分析的电力系统电磁暂态信号压缩方法。为了便于讨论压缩比 R_C 、赋范均方误差 F_C 与压缩级数 J 的关系, 本文绘出了 RFJ 曲线, 并据此比较了几种小波基对暂态信号压缩的影响, 说明 bior3 小波是一种比较理想的小波基。

关键词: 小波分析; 电力系统电磁暂态; 信号压缩; RTDS

中图分类号: TM744 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2001)07-0005-04

1 引言

电力系统电磁暂态过程是电力系统中短暂的、但却非常重要的物理过程。所有的故障都伴随着相应的电磁暂态过程。因此, 对电磁暂态的监测一直是电力系统中重要的研究方向。随着微电子技术的发展, 对电磁暂态过程监测水平的要求也逐步提高。各种类型的故障录波器、暂态监测仪不断涌现。由于对电磁暂态信号的采样需要较高的采样率, 因此得到的数据量很大。电磁暂态信号的传输和存储都面临巨大的挑战。比如, 向调度中心上传数据量大, 占用数据通道时间长, 特别是多个站点同时上传数据时容易造成数据通道阻塞。如何能提取出暂态信号中的有效部分, 将巨量的电磁暂态信号压缩, 是一个急待解决的、而且非常有意义的问题。电力系统电磁暂态信号是宽频带的非周期信号, 它包含了工频、高频和局部的脉冲成份。小波分析由于其具有的“聚焦”能力, 即多尺度分辨分析能力, 特别适用于这样的暂态信号^[1]。因此, 本文提出基于小波分析的电力系统电磁暂态信号的压缩方法, 并研究对比了几种小波基所取得的效果。

2 小波变换^{[2][3]}

信号 $f(t) \in L^2(\mathbb{R})$ ($L^2(\mathbb{R})$ 又被称为能量有限信号空间) 关于小波 $\psi_{a,b}(t)$ 的连续小波变换被定义为

$$(Wf)(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi_{a,b}(t)} dt \quad (1)$$

信号可以由它的小波变换重构, 重构公式为

$$f(t) = \frac{1}{C} \int_{a,b} (Wf)(a, b) \psi_{a,b}(t) \frac{da db}{a^2} \quad (2)$$

在实际应用中, 考虑到计算的有效性, 要对小波及其变换进行离散, 离散小波族被写为

$$\psi_{j,k} = 2^{j/2} \psi(2^j t - k), \quad (3)$$

相应地, 离散小波变换被写成

$$(Wf) \left[\frac{1}{2^j}, \frac{k}{2^j} \right] = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \overline{\psi_{j,k}(t)} dt \quad (4)$$

通过选择小波函数 ψ , 使得它的对偶 $\overline{\psi}$ 存在, 则由离散小波重构原信号的公式为

$$f(t) = \sum_{j,k} (Wf) \left[\frac{1}{2^j}, \frac{k}{2^j} \right] \psi_{j,k}(t) \quad (5)$$

3 多分辨分析与尺度函数

3.1 多分辨分析

定义 多分辨分析是一系列闭子空间 $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$, 它满足条件:

- (1) 单调性: $\dots V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \dots$
- (2) V_j 在 $L^2(\mathbb{R})$ 中的并是稠密的: $\text{close}_{L^2(\mathbb{R})} \left(\bigcup_{j \in \mathbb{Z}} V_j \right) = L^2(\mathbb{R})$, 交是零: $\bigcap_{j \in \mathbb{Z}} V_j = 0$
- (3) 伸缩规则性: $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1}$
- (4) Riesz 基存在性: 存在函数 $\{\psi_k(t)\}_{k \in \mathbb{Z}} \subset V_0$, 使得 $\{ \psi_k(t-k), k \in \mathbb{Z} \}$ 是 V_0 的 Riesz 基
- (5) 平移不变性: $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f\left(t + \frac{1}{2^j}\right) \in V_j$

根据多分辨分析, 可以建立起另外两个重要的概念:

(1) 尺度函数: 称函数 $\psi(t)$ 为尺度函数, 它的伸缩和平移系 $\{\psi_{j,k}(t)\}_{j,k \in \mathbb{Z}}$ 能够生成闭子空间 $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$, 即多分辨分析 $V_j = \text{close}_{L^2(\mathbb{R})} \{ \psi_{j,k}(t) \}_{k \in \mathbb{Z}}$, 其中 $\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k)$ 。

(2) 小波空间: 若空间 $\{W_j\}$ 与空间 $\{V_j\}$ 满足: $V_{j+1} = W_j + V_j, j \in \mathbb{Z}$, 称子空间 W_j 是子空间 V_j 的补子空间, 它是由小波函数 $\{\psi_{j,k}(t)\}_{k \in \mathbb{Z}} \subset W_j$ 生成, 称为小

波空间 $W_j = \text{close } L^2(R) <_{j,k}, j, k \in Z$ 。

有了小波空间 $W_j, L^2(R)$ 可分解为 W_j 的直接和

$$L^2(R) = \sum_j W_j = \dots + W_{-1} + W_0 + W_1 + \dots \quad (6)$$

3.2 尺度函数和小波函数的二尺度方程

由上述知: V_0 也属于 V_1 , W_0 也属于 V_1 , 因此, 空间 V_1 的基 (t) 必然与空间 V_0 的基 (t) 和空间 W_0 的基 (t) 有关。亦即存在序列 $\{p_k\}, \{q_k\}$ 使得下式成立

$$\tilde{\varphi}(t) = \sum_k p_k \tilde{\varphi}(2t - k) \quad (7)$$

$$\tilde{\psi}(t) = \sum_k q_k \tilde{\psi}(2t - k)$$

并且分别被称为尺度函数和小波函数的二尺度方程。

又设尺度函数 $\tilde{\varphi}$ 和小波函数 $\tilde{\psi}$ 的对偶 $\tilde{\varphi}^-, \tilde{\psi}^-$, 和 $\tilde{\varphi}^-, \tilde{\psi}^-$ 也满足二尺度方程

$$\tilde{\varphi}^-(t) = \sum_k \tilde{h}_{-k} \tilde{\varphi}^-(2t - k) \quad (8)$$

$$\tilde{\psi}^-(t) = \sum_k \tilde{g}_{-k} \tilde{\psi}^-(2t - k)$$

既然 $\tilde{\varphi}^-$ 和 $\tilde{\psi}^-$ 是 $\tilde{\varphi}$ 和 $\tilde{\psi}$ 的对偶, 四个二尺度方程序列是相关的。可以证明: 由序列 $\{p_k\}$ 和 $\{q_k\}$ 可以派生出序列 $\{h_k\}, \{g_k\}$, 进而得到序列 $\{h_{-k}\}, \{g_{-k}\}, \{\tilde{h}_{-k}\}, \{\tilde{g}_{-k}\}$ 。它们是建立小波分解与重构算法的根据。

4 Mallat 算法

如前所述, 由于 $L^2(R)$ 可分解为空间 W_j 的直接和, 而 $g_j(t) \in W_j$, 因此, 对于 $f(t) \in L^2$ 都有小波分解

$$f(t) = \sum_j g_j(t) = \dots + g_{-1}(t) + g_0(t) + g_1(t) + \dots \quad (9)$$

因为 W_j 是 V_j 的补空间, 而 $g_j(t) \in W_j \perp V_{j+1}$, $f_j(t) \in V_j \perp V_{j+1}$, 所以,

$f_{j+1}(t) = f_j(t) + g_j(t)$ 在不同尺度下的逼近分量和小波分量可由函数 $\tilde{\varphi}$ 和 $\tilde{\psi}$ 表示为

$$f_j(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k^j (2^j t - k) \quad (10)$$

$$g_j(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_k^j (2^j t - k) \quad (11)$$

于是, 对信号的分解完全由系数序列 $\{c_k^j\}$ 和 $\{d_k^j\}$ 确定。其中 $\{d_k^j\}$ 是使用 $\tilde{\psi}$ 作为基小波时的离散小波变换的值。

小波分解与重构算法由 Mallat 提出, 所以又称为 Mallat 算法。

1) 分解算法

$$c_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} a_{l-2k} c_{j+1,l} \quad (12)$$

$$d_{j,k} = \int_{-\infty}^{\infty} b_{l-2k} c_{j+1,l}$$

其中: $a_k = \frac{1}{2} g_{-k}, b_k = \frac{1}{2} h_{-k}$ 。

2) 重构算法

$$c_{j+1,k} = \int_{-\infty}^{\infty} (p_{k-2l} c_{j,l} + q_{k-2l} d_{j,l}) \quad (13)$$

由式(11)知: 小波变换对于一个信号的分解过程, 实际上就是把信号表示成为小波分量的过程, Mallat 算法的重要价值就在于揭示了这种分解过程中各个分量(或系数)之间的联系。

不论采用哪种小波, 正交的、半正交的或非正交的, 其算法都一样。仅是系数 $\{a_k\}, \{b_k\}$ 和 $\{p_k\}, \{q_k\}$ 不同。

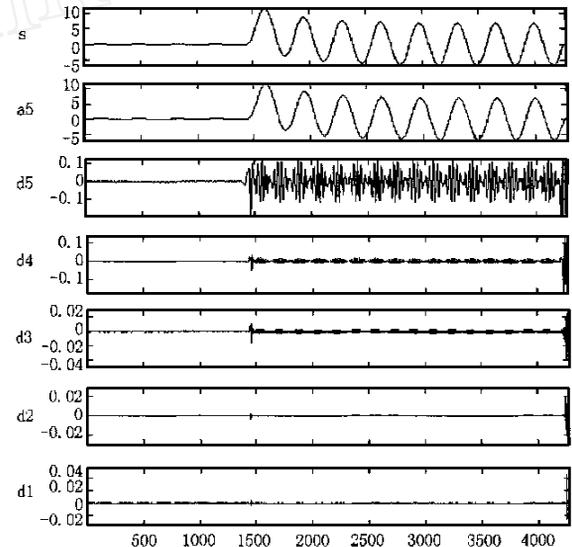


图1 信号 S_r 基于 Db4 小波的 5 级分解图

5 基于小波分析的暂态信号压缩

图 1 为信号 S_r 基于 Db4 (4 阶 Daubechies) 小波的 5 级分解图。由图中 $d1, d2, d3, d4$ 小波系数的波形可以看出: 对应于原始信号突变点处的小波系数幅值明显大于其它值, 而且这样的点很少。因此, 只要把这些数据和相应的位置保留, 就可以恢复各级小波系数。从此图中我们可以非常直观地了解基于小波分析的暂态信号压缩方法有效性的内在本质。由上述可知, 基于小波分析的暂态信号压缩, 就是在对信号进行多尺度分解的基础上, 对各级小波系数按相应的阈值进行处理, 保留绝对值大于阈值的数据, 而将绝对值小于阈值的数据置零。这样每级小波系数中非零数据明显减少, 记录这些数据 and

相应的位置,抛弃其余为零的数据,从而使有效数据大大减少达到数据压缩的目的。

图2为Mallat分解算法和基于小波分析的压缩法的示意图。图3为Mallat重构算法的示意图。由此,我们可以清楚地了解基于小波分析的压缩法的过程。

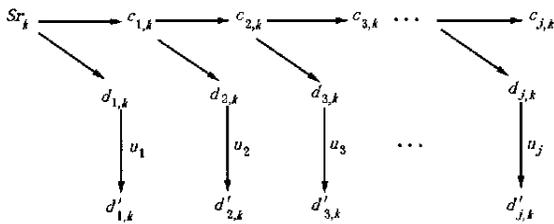


图2 Mallat分解算法和压缩算法示意图

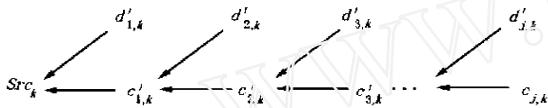


图3 Mallat重构算法示意图

各级阈值的设置按下式计算

$$u_j = \alpha \max\{d_{j,k}\} \quad k=1,2,\dots,N_j \quad (14)$$

其中 $0 < \alpha < 1$ (文中算例均取 0.9)

各级小波系数依相应的阈值按下式处理

$$d_{j,k} = \begin{cases} d_{j,k} & d_{j,k} > u_j \\ 0 & d_{j,k} < u_j \end{cases} \quad k=1,2,\dots,N_j \quad (15)$$

$$\text{压缩后有效数据的个数 } N_c = 2 \sum_{j=1}^J N_j + N_J \quad (16)$$

其中 N_j 为压缩后各级小波系数中非零数据的个数。因为要记录这些数据和相应的位置,所以要乘 2。 N_J 为最后一级分解后得到的近似系数的数据个数。

$$\text{信号压缩比为 } R_c = \frac{N_c}{N} \times 100\% \quad (17)$$

其中 N 为原始信号数据个数。

为了估计重构后的数据与原始数据的误差,并用以评价算法的准确性,我们定义了信号重构后的赋范均方误差为

$$F_c = \frac{\sum_{k=1}^N \{Sr(k) - Src(k)\}^2}{\sum_{k=1}^N \{Sr(k)\}^2} \times 100\% \quad (18)$$

6 实例分析

图4中所示为高压输电线路单相接地短路时短路相电流的波形 Sr 。该波形在 RTDS 上仿真得出。

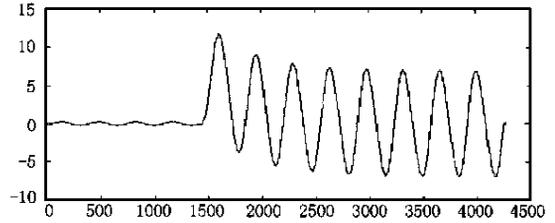


图4 高压输电线路单相接地的相电流波形 Sr

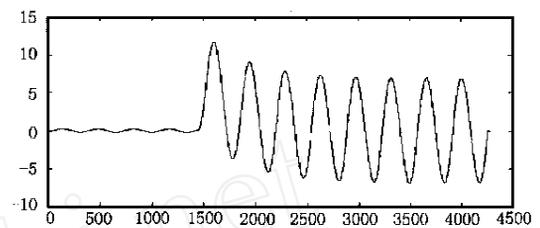


图5 Sr 基于 Db4 小波 5 级压缩后重构的 Src 波形图

采样速率为 17kHz,采样点数为 4280。图5为 Sr 基于 Db4 小波 5 级压缩后重构的波形图。基于 Db4 小波 5 级压缩后重构的信号压缩比为 $R_c = 3.64\%$, 赋范均方误差为 $F_c = 0.285\%$ 。由此我们可以看出其压缩效果非常明显,而重构后信号的损失却很少。

表1 Sr 基于 Db4 小波 5 级压缩的信号压缩比计算

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_J	N	R_c
1	1	2	2	2	140	4280	3.64%

为了研究几种小波基对压缩效果的影响,我们分别采用了 Db3 (3 阶 Daubechies) 小波、Db4 (4 阶 Daubechies) 小波、Haar 小波和 bior3 (3 阶双正交样条) 小波对信号进行压缩,并计算出相应的信号压缩比 R_c 和赋范均方误差 F_c 对压缩级数 (分解级数) J 的关系曲线 (简称 RFJ 曲线)。图中实线为信号压缩比 R_c ,虚线为赋范均方误差 F_c 。图6为基于 Db3 小波的 RFJ 曲线。图7为基于 Haar 小波的 RFJ 曲线。图8为基于 Db4 小波的 RFJ 曲线。图9为基于 bior3 小波的 RFJ 曲线。对比这些曲线可以看出:

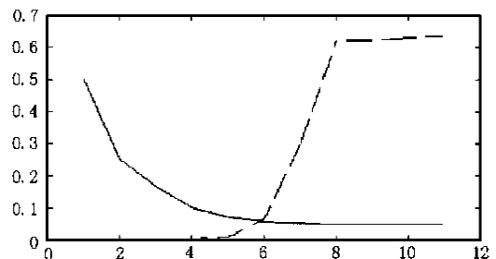
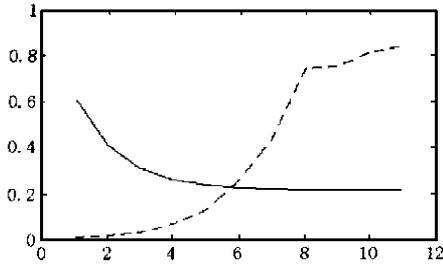
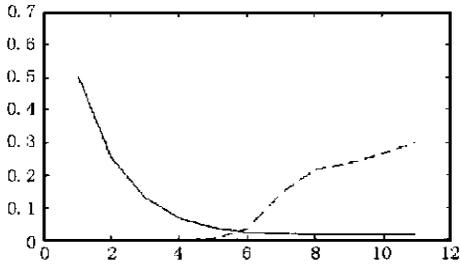
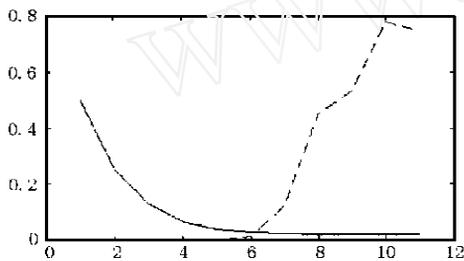


图6 基于 Db3 小波的 RFJ 曲线

a. 信号压缩比 R_c 随着压缩级数 J 的增加先是迅速减小,然后是基本稳定在某一水平上。

图7 基于 Haar 小波的 RFI 曲线图8 基于 Db4 小波的 RFI 曲线图9 基于 bior3 小波的 RFI 曲线

b. 赋范均方差 F_c 随着压缩级数 J 的增加先是基本稳定在某一水平上, 然后陡然增大。

c. 从信号压缩比 R_c 和赋范均方差 F_c 的综合效果来看, bior3 小波情况最好, 其次是 Db4 和 Db3 小波, 最差的是 Haar 小波。

d. 基于小波分析的电力系统电磁暂态信号压缩法是建立在 Mallat 算法基础上的, 因此算法非常稳定^[4], 几乎不受参数与计算误差的影响。不同小波的 RFI 曲线具有相似变化趋势, 也说明了这一点。

e. 以图 9 为例, 在 5 级以前赋范均方差 F_c 都非常小, 第 6 级 F_c 开始变大, 7 级以后 F_c 上升幅度特别大。如果单纯追求压缩比最小来确定压缩级数 (如 11 级), 这时 F_c 太大说明重构后的数据与原始数据相差甚远, 因此在确定压缩级数时, 不能只求最小压缩比, 而必须既要保持信号失真小, 又要尽可能低的压缩比。由图 9 中我们可以看出 5 级压缩比较合理。

7 结论

(1) 基于小波分析的电力系统电磁暂态信号压缩法的压缩效果特别显著, 非常具有实用价值。

(2) 不同小波的 RFI 曲线具有相似变化趋势, 说明该压缩法的稳定性比较好。

(3) 采用这种压缩法确定压缩级数时, 不能一味追求最小压缩比, 而应兼顾赋范均方差, 使其在比较小的范围内。压缩级数选为 5 比较合理。

(4) 本文对比的几种小波中, bior3 小波效果最好。

参考文献:

- [1] Galli A W, Heylt G T, Ribeiro R F. Exploring the Power of Wavelet Analysis. IEEE Computer Applications in Power, 1996, (10).
- [2] 崔锦泰. 小波分析导论. 西安: 西安交通大学出版社, 1995.
- [3] 董新洲, 贺家李, 葛耀中. 小波变换. 继电器, 1999, (1), (2), (3).
- [4] 赵松年, 等. 子波变换与子波分析. 北京: 电子工业出版社, 1996.

收稿日期: 2001-01-14; 改回日期: 2001-03-19

作者简介: 黄险峰 (1964 -), 男, 博士研究生, 主要研究方向为小波在电力系统中的应用; 宋军英 (1969 -), 女, 博士研究生, 主要研究方向为电力系统运行与控制; 邓红湘 (1971 -), 女, 大学本科, 主要研究方向为继电保护与运动。

Electromagnetic transient signal compression in power system based on wavelet analysis

HUANG Xian-feng¹, SONG Jun-ying¹, DENG Hong-xiang²

(1. Wuhan University, Wuhan 430072, China; 2. Xinhui Power Supply Bureau, Xinhui 529100, China)

Abstract: In view of the features of electromagnetic transient signal in power system and the wavelet analysis capability, a compression method of electromagnetic transient signal in power system is proposed based on wavelet analysis. In order to present the relationship among the compression ratio, norm mean square error and compression grade clearly, their curves are drawn out and the effect of wavelet base on compression of transient signal is compared based on the curves which show that the wavelet bior3 is a good wavelet base.

Keywords: wavelet analysis; electromagnetic transient in power system; compression of signal; RTDS