

# 电力系统故障暂态信号的小波奇异性检测

张兆宁,毛鹏,孙雅明

(天津大学电气自动化学院电力系,天津 300072)

**摘要:** 小波变换理论在时域和频域的局部化性质,使之能有效地检测信号的奇异性。文章分析了电力系统故障暂态信号的奇异性,得出其奇异的特殊性,即具有不确定的奇异度,从而提出用小波变换进行奇异检测时对所用小波函数的要求,确保奇异性的准确检出,并给出了计算的方法。

**关键词:** 电力系统; 故障暂态信号; 奇异性; 小波变换

**中图分类号:** TM711 **文献标识码:** A **文章编号:** 1003-4897(2000)04-0024-04

## 1 引言

小波变换理论的发展,为信号处理领域的研究开辟了新途径和方法。在电力系统故障分析、故障诊断、故障测距和局部放电等研究领域中,运用小波变换进行故障信号的奇异性检测已有研究,如电力系统故障暂态信号的故障时刻检测、行波信号的奇异性检测等<sup>[3][4][5]</sup>。

在信号的奇异性分析中,信号的奇异程度是不同的,有强或弱的区分。Fourier变换是研究函数奇异性的基本工具,但它只能确定信号是否具有奇异和奇异性的强弱,而不能确定奇异点的分布情况及奇异点的位置。由于小波变换理论在时域和频域良好的局部化或近似局部化性质,因此用小波变换进行信号的奇异性检测更具完备性<sup>[1][2]</sup>。

为明确本文所讨论的范围,按奇异度将信号分为剧变奇异信号和缓变奇异信号。剧变奇异信号是指信号本身具有间断或突变,缓变奇异信号则指信号本身是连续的,但其某阶导函数仍可具有间断或突变。电力系统故障暂态信号属于缓变奇异信号。本文根据奇异检测研究的需要,首先对电力系统故障暂态信号奇异的特殊性进行分析研究,其特殊性表现在奇异时刻(奇异点)的奇异性是具不确定的奇异度,本文进一步研究了奇异时刻的各种奇异度的概率。在此基础上,提出研究电力系统故障暂态信号进行奇异性检测用小波函数的要求,确保奇异性的准确检出。

本文在对故障暂态信号详细研究的基础上,给出了针对电力系统故障暂态信号进行小波变换检测

收稿日期: 1999-10-19; 改回日期: 1999-12-23

作者简介: 张兆宁(1964-),男,副教授,博士,从事电力系统故障暂态信号分析,小波分析及其应用的研究。

的在线与离线结合的计算方法。

## 2 电力系统故障暂态信号的奇异特征

### 2.1 信号奇异性的基本定义

关于信号奇异性的更细致的描述是用 Lipschitz 指数来定义<sup>[1][2]</sup>,为便于讨论,从<sup>[1]</sup>中引出相关定义。

定义 1:

1) 设  $n$  是一个非负整数,且  $n < n + 1$ ,函数  $f: [a, b] \rightarrow R$  在点  $x_0 \in [a, b]$  是 Lipschitz  $n$ , 如果存在正常数  $A > 0$ ,  $h_0 > 0$  和  $n$  次多项式  $P_n(x)$ ,使得对任意  $h \in (-h_0, h_0)$ ,有

$$|f(x_0 + h) - P_n(h)| \leq A|h|^n \quad (1)$$

2) 函数  $f: [a, b] \rightarrow R$  在区间  $[a, b]$  上是一致 Lipschitz  $n$ , 如果满足:存在常数  $A$  及  $h_0$ ,使得对任意  $x_0 \in [a, b]$ , 总有  $n$  阶多项式  $P_n(x)$ ,使得当  $|h| < h_0$  时,式(1)成立;

3) 函数  $f: [a, b] \rightarrow R$  在点  $x_0 \in [a, b]$  是奇异的,若存在  $n$ ,  $f$  在  $x_0 \in [a, b]$  不是 Lipschitz  $n$ ;

对于  $n < 0$ ,函数在某点是 Lipschitz  $n$ ,文献<sup>[1]</sup>中也给出了定义,但在本文讨论之内,故未列出。

### 2.2 奇异特征的基本定义

为明确本文讨论的范围,将信号按奇异程度区分缓变、剧变的奇异信号,本文给出以下的定义。

定义 2:

1) 设函数  $f: [a, b] \rightarrow R$ ,  $x_0 \in [a, b]$ , 令

$$\alpha_0 = \sup \left\{ \alpha, f \text{ 在 } x_0 \text{ 是 Lipschitz } \alpha \right\}$$

称  $f$  在  $x_0$  的 Lipschitz 奇异度为  $\alpha_0$ 。

2) 设函数  $f: [a, b] \rightarrow R$  在  $x_0 \in [a, b]$  是奇异信号, 如果  $\alpha_0 < 0$ , 称  $f$  在  $x_0$  是剧变奇异信号; 如果  $\alpha_0 > 0$ , 称  $f$  在  $x_0$  是缓变奇异信号。

由上式定义可得:若函数  $f: [a, b] \rightarrow R$  在  $x_0$

$f(a, b)$ 具有  $n$  阶导数,则此点的奇异度为  $a_0 - n$ ,若  $n$  阶导数不存在,则此点的奇异度为  $a_0 - n_0$ 。

例: $f(x) = |x|^{-0.5}$ 在 0 点的奇异度为 -0.5,是剧变奇异信号,而  $f(x) = |x|^{1.5}$ 在 0 点的奇异度为 1.5,是缓变奇异信号。

### 2.3 电力系统故障暂态信号的奇异性

当电力系统发生故障时,故障信号成分很复杂。在实际保护的故障信号分析中,所用信号的时间区段很短,按一般用下式的故障暂态信号模型来描述

$$f(t) = \begin{cases} a \sin(\omega t + \varphi) & t < 0 \\ \sum_{i=1}^N A_i \sin(i \omega t + \varphi_i) + A e^{-\lambda t} & t \geq 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中  $\omega$  是电力系统的基频,  $A e^{-\lambda t}$  是衰减直流分量,  $\sum_{i=1}^N A_i \sin(i \omega t + \varphi_i)$  是基频和高次谐波分量。由电路等效原理分析可知电力系统故障暂态信号是连续性质的,故障信号模型在故障时刻(参考点)  $t = 0$  是连续的,因而故障暂态信号是连续信号,如信号具有奇异性,则属缓变奇异信号。

考察故障暂态信号在  $t = 0$  点的导数,可以计算出信号的左导数  $f_-(0) = a \cos \varphi$ ,右导数为  $f_+(0) = \sum_{i=1}^N i A_i \cos \varphi_i - A$ 。当左导数不等于右导数时,故障暂态信号在  $t = 0$  点是不可导,故障暂态信号具有奇异性,奇异度  $0 < \alpha < 1$ 。当在  $t = 0$  点,左导数等于右导数时,即  $a \cos \varphi = \sum_{i=1}^N i \cos \varphi_i - A$  时,故障信号可导,奇异度  $\alpha = 1$ 。这时,  $f(t)$  的导函数为

$$f'(t) = \begin{cases} a \cos(\omega t + \varphi) & t < 0 \\ \sum_{i=1}^N i A_i \cos(i \omega t + \varphi_i) - A e^{-\lambda t} & t \geq 0 \end{cases} \quad (3)$$

同理,对  $f(t)$  作类似的左、右导数计算后,可得故障暂态信号在  $t = 0$  的  $f'(t)$  一般不成立,但在某种条件下也可能成立,不能完全排除。类似地继续考虑知,直到  $f(t)$  在  $t = 0$  点的  $2N + 2$  阶导数一般不存在,但仍然有存在的可能性。因而得出故障暂态信号在故障时刻的奇异度是不确定的,不同的故障暂态信号的奇异度不同。进一步需研究各种奇异度出现的概率。

故障信号中有  $2(N + 2)$  个分量参数,它们是在  $2(N + 2)$  维空间中一个有限区域内可能的取值,这个区域是有限度量的。对一阶导数存在的参数取值的集合,它是这个区域加了一个限制条件  $f_-(0) =$

$f_+(0)$ ,此条件是  $2(N + 2)$  维空间中的一个曲面,因而参数取值的集合是  $2(N + 2)$  维空间中低一维的子空间的一个区域,在  $2(N + 2)$  维空间中的度量为 0。根据几何概率的定义,故障暂态信号一阶导数存在的概率为 0。类似地可知,故障暂态信号更高阶导数存在的概率为 0。所以故障暂态信号在  $t = 0$  处的奇异度大于正整数的概率为 0。

归纳上述,电力系统故障暂态信号属缓变奇异信号,其奇异度是不确定的,在  $t = 0$  处的奇异度大于正整数的概率为 0。

对于行波信号的奇异性分析,以单相线路  $F$  点发生金属性故障为例<sup>[7]</sup>,如图 1 所示,则  $m$  点测量的电压是多次入射波和反射波的总和,表示为

$$u_m(t) = u_F(t - \tau) + k_m u_F(t - \tau) - k_m u_F(t - 3\tau) - k_m^2 u_F(t - 3\tau) + \dots \quad (4)$$

其中  $\tau$  是行波由  $m$  点到  $F$  点的时间。

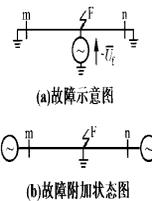


图 1 单相金属性故障电路示意图

具体讲,假设在故障时刻  $F$  点电压为  $u_F = u_m \sin(\omega t + \varphi)$ ,则  $m$  点测量电压为

$$u_{Fm} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ u_m \sin(\omega t + \varphi) + k_m u_m \sin[\omega(t - \tau) + \varphi] & 0 < t < 3\tau \\ u_m \sin[\omega(t - \tau) + \varphi] + k_m u_m \sin[\omega(t - \tau) + \varphi] - u_m \sin[\omega(t - 3\tau) + \varphi] - k_m u_m \sin[\omega(t - 3\tau) + \varphi] & 3\tau < t < 5\tau \\ \dots \end{cases} \quad (5)$$

其奇异性讨论及其结果均类似于故障暂态信号在  $t = 0$  处,不再给出。

## 3 故障暂态信号的奇异性检测

### 3.1 奇异性检测定义和原理

为检测缓变奇异信号的奇异性,需选用具有紧支撑和足够阶数的消失矩的小波函数,其定义<sup>[1]</sup>给出如下。

定义 3

小波  $\psi(x)$  称为具有  $n$  阶消失矩,如对所有正

整数  $k, 0 < k < n$ , 均有

$$\int_R x^k f(x) dx = 0 \tag{6}$$

由文献<sup>[11]</sup>, 有下述的 Lipschitz 性质与小波变换的关系定理。

定理 4:

如果小波  $\psi(x)$  具有紧支撑和  $n$  阶消失矩, 且  $n$  次连续可微,  $n$  是一个正整数。设函数  $f \in L^2(R), [a, b] \subset R$  及  $0 < \alpha < n$ , 则  $f$  在  $[a, b]$  上一致 Lipschitz  $\alpha$  的充要条件为: 对任  $\epsilon > 0$ , 存在  $A > 0$ , 使得对任意  $x \in [a + \epsilon, b - \epsilon]$  和  $s > 0$ , 总有式

$$|Wf(x, s)| \leq A s \tag{7}$$

定理 5:

设小波  $\psi(x)$  具有紧支撑和  $n$  阶消失矩, 且  $n$  次连续可微,  $n$  是一个正整数, 且  $\psi \in C^n$ , 若  $f$  在  $x_0$  是 Lipschitz  $\alpha$ , 则存在  $A > 0$ , 使得

$$|Wf(x, s)| \leq A (s + |x - x_0|^\alpha) \tag{8}$$

反之, 如果条件

1) 存在  $\epsilon > 0$  及  $A > 0$ , 使得

$$|Wf(x, s)| \leq A s \quad s > 0 \tag{9}$$

2) 存在  $B > 0$ , 使得

$$|Wf(x, s)| \leq B (s + \frac{|x - x_0|}{\log|x - x_0|}) \quad s > 0 \tag{10}$$

成立, 则  $f$  在  $x_0$  是 Lipschitz  $\alpha$  的。

由此, 本文得出对缓变奇异信号的奇异点的判定方法如下。

推论 6:

设小波  $\psi(x)$  具有紧支撑和  $n$  阶消失矩, 且  $n$  次连续可微, 其中  $n$  是一个正整数。如果函数  $f$  在点  $x_0$  的 Lipschitz 度为  $\alpha$  ( $0 < \alpha < n$ ), 而在点  $x_0$  附近  $n$  次连续可微, 则  $|Wf(x, s)|$  在  $x_0$  达到极大值。

证明: 在  $x_0$  的某邻域内的非  $x_0$  点,  $f$  是 Lipschitz  $\alpha$  ( $0 < \alpha < n$ ), 由定理 4, 随着小波变换的尺度减小, 小波变换绝对值越来越小, 而在  $x_0$  处, 由定理 5, 式(8) 不成立, 因而不能随着小波变换的尺度减小, 其小波变换绝对值也减小。总之, 在合适的小波变换尺度下,  $x_0$  的邻域内, 小波变换绝对值在  $x_0$  达到极大值。

由此命题可准确检测缓变信号的奇异点的位置。

### 3.2 小波函数的选择原则

由推论 6, 为了能检测较高奇异度缓变信号的奇异性, 必需选用具有相关阶消失矩的紧支撑的小

波函数。具体讲, 如果被检测信号的奇异度为  $\alpha$ ,  $n - 1 < \alpha < n$ , 则需要具有  $n$  阶以上的消失矩的紧支撑的小波。

在文献<sup>[8]</sup>的行波奇异性检测中, 所提及的检测失败, 即为所选小波的消失矩不够高所致。在具体应用中, 如故障检测要求是实时的在线计算, 为了节省计算空间和时间, 应尽量选取具有低阶消失矩的紧支撑小波(用于计算的两尺度序列的长度很短); 但如考虑到故障点高阶导数存在的可能性, 则同时应选取具有高阶消失矩的紧支撑小波(其两尺度序列的长度较长)离线计算, 并将计算结果及时反馈到在线计算中。可知, 用于实时性高的检测在计算时间方面是有局限性的。

文献<sup>[6]</sup>中提出从小波及尺度函数的传递函数出发, 构造了一族具有各阶消失矩的紧支撑小波及尺度函数, 完全可供各种不同要求的选用。在下面的电力系统故障暂态信号的检测仿真计算中, 选取了文献<sup>[6]</sup>中四阶传递函数所对应的小波及尺度函数, 小波具有 1 阶消失矩, 小波及尺度函数所对应的两尺度序列  $h_n$  与  $g_n$  为

	- 1	0	1	2	3
$h_n$	1/8	1/2	3/4	1/2	1/8
$g_n$	0	1/2	- 1	1/2	0

确定的两尺度方程为

$$\begin{cases} \psi(x) = \sum_n h_n \psi(2x - n) \\ \phi(x) = \sum_n g_n \phi(2x - n) \end{cases} \tag{11}$$

### 3.3 奇异性检测算法

根据推论 6, 对缓变奇异信号的奇异点位置的检测算法归纳如下:

1) 对  $f$  利用小波作离散小波变换, 利用 Mallat 算法求出  $|W(x_j, s, \cdot)| (j = 1, 2, \dots, N)$ 。

2) 求出数据  $|W(x_j, s, \cdot)| (j = 1, 2, \dots, N)$  的极大值, 并记录相应的极大值点, 则极大值点就是所求的缓变奇异信号的奇异点。

算法中的小波变换由下式定义: 对于任意函数  $f \in L^2(R)$ , 其小波变换为

$$Wf(a, b) = \int_a^{b+a} |a|^{-\frac{1}{2}} f(t) \overline{\psi(\frac{t-b}{a})} dt \tag{12}$$

$a, b \in R, a > 0$

## 4 故障暂态信号故障时刻检测的仿真

设故障信号模型为:



$$f(t) = \begin{cases} \frac{250}{3} \sin(t + \frac{1}{3}) & t < 0 \\ 100\sin(t + \frac{1}{4}) + 10\sin 2t + \\ \quad 40\sin 3t + 20\sin 5t + \\ \quad 10\sin 7t + 100e^{-100t} & t \geq 0 \end{cases} \quad (13)$$

可以验证,信号在点  $t=0$  的导数不存在,奇异度小于 1,故选用文献<sup>[6]</sup>中的 4 阶传递函数所对应的消失矩为 1 的小波进行奇异性检测。检测故障发生时刻的步骤如下:

- 1) 由故障信号给出采样序列,按每周采样点数为 320,故障前后各取半周,即各 160 点;
- 2) 利用所选 4 阶传递函数所对应小波及尺度函数的两尺度序列  $\{h_n\}, \{g_n\}$ , 实施小波变换的 Mallat 算法,得到故障信号的分解序列;
- 3) 观察故障信号采样序列的分解信息序列,判断有无极大值,即确定有无故障,从而确定故障点的位置。

根据计算数据画出故障信号检测的图形如图 2、3 所示。

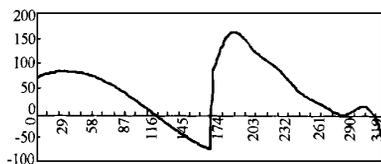


图 2 原信号的序列图

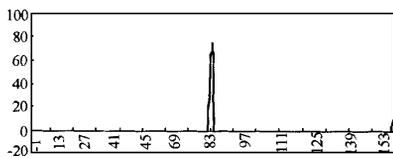


图 3 小波变换的分解序列图

显然,信号在  $t=0$  处有奇异性,按上述方法,奇异点被检测出。要注意所测得的奇异点与真正的奇异点固定滞后一个采样间隔。对于行波信号的检测仿真类似,不再举例。

## 5 结论

- 1) 对电力系统故障信号进行了奇异性特殊性分析,指出其在故障时刻具有不确定的奇异度,奇异度大于正的概率为 0。
- 2) 根据电力系统故障暂态信号的奇异特殊性,为确保检测奇异性的有效性,提出了选用小波函数的原则。给出了利用小波变换方法对电力系统故障信号检测的原理与方法。将小波检测用于电力系统故障时刻仿真分析,可准确地检测。

## 参考文献:

- [1] Mallat S and Hwang W L. Singularity detection and Processing with Wavelets. IEEE Trans Information Theory, 1992, 38(2): 617-643.
- [2] Mallat S and Zhong S. Characterization of Signals from multi-scale edges. IEEE ch3 Trans Petenand Machine Intelligence, 1992, 14(7): 710-732.
- [3] 任震,黄雯莹,石志强. 小波分析及其在电力系统中的应用. 电力系统自动化, 1997, 21(3): 9-12.
- [4] 董新洲,耿中行,葛耀中等. 小波变换应用于电力系统故障信号分析初探. 中国电机工程学报, 1997, 17(6): 421-424.
- [5] 董新洲,贺家李,葛耀中. 小波变换在行波故障检测中的应用. 继电器, 1998, 26(5): 1-4.
- [6] 张兆宁. 电力系统故障暂态信号分析中新的数学方法研究. 天津大学博士学位论文, 1998, 11.
- [7] 葛耀中. 新型继电保护与故障测距原理与技术. 西安交通大学出版社, 1996.
- [8] 董新洲. 小波理论应用于输电线路行波故障测距研究. 西安交通大学博士学位论文, 1996, 11.

## Singularity detection of fault transient signals in power system with wavelet transform

ZHANG Zhao-ning, MAO Peng, SUN Ya-ming  
(Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** The singularity of fault transient signals in power system is analysed in this paper, and it shows that fault transient signals have the singularities and they can be detected by wavelet transforms. Going a step further, the paper points out that fault transient signals have the indeterminate positive integer singularity degree, and gives the existing probability of every positive integer singularity degree. According to the properties of fault transient signals, we determine the characterization of wavelets used for singularity detection of fault transient signals. Then, we propose the method to solve the fault moment detection problem of fault transient signals in power system.

**Key words:** power system; fault transient signals; singularity; wavelet transform