运算符号“ a ”有关运算特性的剖析

李仲明

(宁夏电力局中心调度所 , 宁夏 银川　750001)

摘要 : 利用人们所熟知的复数和相量图的基本运算与三相制的对称分量法 ,推导出运算符号“ a ”的有关特性图 ,对电力系统所发生的各种类型的故障所进行的分析和计算 ,以便为正确地选择系统的接线方案和继电保护装置及其整定计算方案 ,提供快速、准确的计算方法。

关键词 : 运算; 复数; 对称分量; 相量图; 运算符号“ a ”

中图分类号 : TM71　　**文献标识码** : A　　**文章编号** : 1003-4897(2000)03-0022-04

1　概述

众所周知 ,在三相对称的条件下 ,计算可以按单相进行;但在出现不对称后 ,计算就必须按三相进行。为了简化 ,通常将 a、b、c 三相分解为对称分量进行计算 ,因为它与继电保护原理有密切的联系 ,是分析研究继电保护动作行为的基础。所以 ,对称分量法几乎成为计算三相不对称电路的唯一方法 ,它的优点是能使计算工作大大简化;这种方法的实质是迭加原理在三相电路中的应用 ,因此电路必须是线性的 ,这种方法的根据是任一组不对称的量如 $\dot{F}_a$、$\dot{F}_b$、$\dot{F}_c$ 都可以分解成三组对称的分量 ,这三组对称分量的相序分别为正序、负序和零序 ,故称为正序分量、负序分量和零序分量 ,并用脚标 1、2 和 0 表示之 ,如图 1 所示。

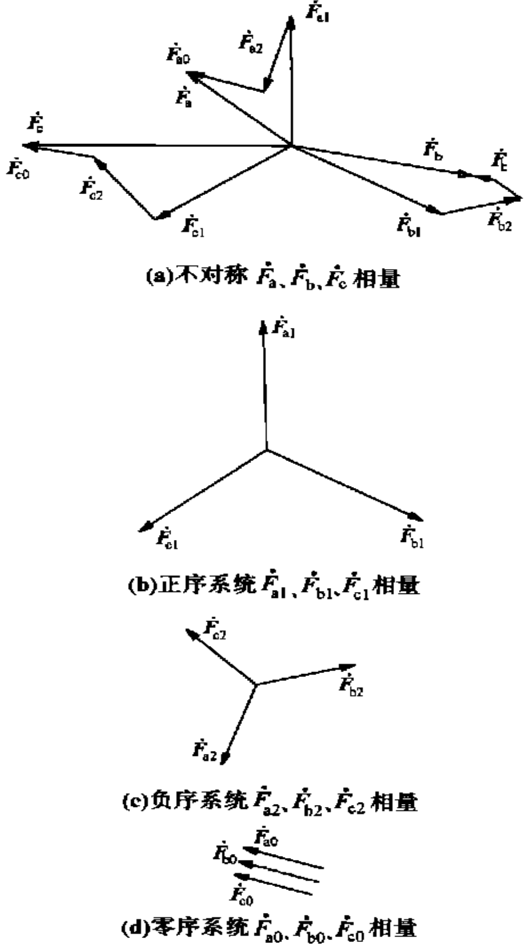
将 0、1、2 系统的三个分量合成的 a、b、c 系统中的三个全量 ,它们都是以 a 相为参考相的各序分量 ,以后凡不加以说明都是以 a 相为参考相 ,以矩阵式表示则为

$$\begin{pmatrix}\dot{F}_a\\ \dot{F}_b\\ \dot{F}_c\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\dot{F}_{a0}+\dot{F}_{a1}+\dot{F}_{a2}\\ \dot{F}_{b0}+\dot{F}_{b1}+\dot{F}_{b2}\\ \dot{F}_{c0}+\dot{F}_{c1}+\dot{F}_{c1}\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&a^2&a\\1&a&a^2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{F}_{a0}\\ \dot{F}_{a1}\\ \dot{F}_{a2}\end{pmatrix}\tag{1}$$

或简记为 $\dot{F}_{abc}=A\dot{F}_{a012}$　　(2)

式中 $$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&a^2&a\\1&a&a^2\end{pmatrix}\tag{3}$$

显然 , A 为非奇异矩阵 ,它的逆矩阵为



(a)不对称 $\dot{F}_a$、$\dot{F}_b$、$\dot{F}_c$ 相量

(b)正序系统 $\dot{F}_{a1}$、$\dot{F}_{b1}$、$\dot{F}_{c1}$ 相量

(c)负序系统 $\dot{F}_{a2}$、$\dot{F}_{b2}$、$\dot{F}_{c2}$ 相量

(d)零序系统 $\dot{F}_{a0}$、$\dot{F}_{b0}$、$\dot{F}_{c0}$ 相量

图 1　不对称 $\dot{F}_a$、$\dot{F}_b$、$\dot{F}_c$ 相量和它的各序对称分量

$$A^{-1}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1&1&1\\1&a&a^2\\1&a^2&a\end{pmatrix}\tag{4}$$

反过来将 a、b、c 系统中的三个全量分解为 0、1、2 系统中的三个分量 ,将式(2)的两端分别左乘以

收稿日期 : 1999-06-21

作者简介 : 李仲明(1938 -) ,男 ,教授级高工 ,中国电机工程学会高级会员 ,长期从事电力系统继电保护的研究。

A^{-1}得:

$$\dot{F}_{012} = A^{-1}\dot{F}_{abc} \tag{5}$$

即为

$$\begin{pmatrix}\dot{F}_{a0}\\ \dot{F}_{a1}\\ \dot{F}_{a2}\end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\\ 1 & a & a^2\\ 1 & a^2 & a\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\dot{F}_{a}\\ \dot{F}_{b}\\ \dot{F}_{c}\end{pmatrix} \tag{6}$$

用对称分量法计算简单不对称故障、断线故障、复杂不对称故障、六序分量计算平行同杆双回线路的跨线的横向短路、纵向断线和纵向及横向同时故障的计算;特别是在各继电保护装置中所用的互感器及对称分量滤过器在各种复杂故障、尤其是不平衡谐波对三相式负序电压、电流滤过器的影响分析中,对运算符号“ a ”的各种运算更是屡见不鲜,为此本人特拟制如图 2 所示的运算符号“ a ”的有关运算特性图,对快速、准确的计算提供了可靠的方便。

2　复数的基本运算

复数在电工技术中的应用非常广泛,如果说直流电路的稳态运算是实数的基本运算,那么交流电路的稳态计算就是复数的基本运算,在计算暂态过程中也用到它,即运算微积法的基础。而且在作相量图和圆图等无不牵涉到复数的概念和基本运算。

复数表示的形式分别为:代数形式: $Z = x + jy$、指数形式: $Z = re^{j\theta}$、极坐标形式: $Z = r\angle\theta$、三角形式: $Z = r(\cos\theta + j\sin\theta)$;在复数的加法或减法运算中用代数形式或三角形式是比较方便的即实部和虚部分别相加或相减;在乘除运算中用指数表示法或极坐标表示法比用代数形式或三角形式简便得多,设有两复数 $Z_1 = r_1e^{j\theta_1}$, $Z_2 = r_2e^{j\theta_2}$,亦即 $Z = Z_1 \cdot Z_2 = r_1 r_2 e^{j(\theta_1+\theta_2)}$,可得出:复数相乘等于模相乘、幅角相加。两复数相除,亦即 $Z = \dfrac{Z_1}{Z_2} = \dfrac{r_1}{r_2}e^{j(\theta_1-\theta_2)}$,可见复数相除等于模相除、幅角相减。

如果两个复数的实部相等,而虚部的绝对值相等、符号相反,即两复数互称共轭复数、记作 Z 和 $\bar{Z}$,设有一对共轭复数为: $Z = x + jy = re^{j\theta}$ 和 $\bar{Z} = x - jy = re^{-j\theta}$,则 $Z + \bar{Z} = 2x$、$Z - \bar{Z} = 2jy$、$Z \cdot \bar{Z} = r^2$、$\dfrac{Z}{\bar{Z}} = e^{j2\theta}$。

3　运算符号“ a ”的性质

根据指数表示式的定义,可把: $-1 = e^{j180°}$、$j = e^{j90°}$、$-j = e^{-j90°}$、$a = -\dfrac{1}{2} + j\dfrac{\sqrt{3}}{2} = e^{j120°}$、$a^2 = -\dfrac{1}{2} - j\dfrac{\sqrt{3}}{2} = e^{j240°}$,这些数都是旋转算子,它们与任何复数和相量相乘(或相除),就表示将这个复数和相量反时针(或顺时针)旋转一个相应的角度。同理可得: $a^3 = e^{j360°} = e^{j0°} = 1 + j0$; $a^4 = a^3 \cdot a = a$; $a^5 = a^3 \cdot a^2 = a^2$; $a^{3n+m} = a^m$ (n 为整数)　$1 + a + a^2 = 0$。由图 2 可见,以 $+I$ 或 $-I$ 为对称轴、$-a^2$ 与 a、a 与 a^2、$1-a^2$ 与 $1-a$、$a-a^2$ 与 a^2-a 等 11 组两复数互称共轭复数,其四则运算的结果见表 1 所示。

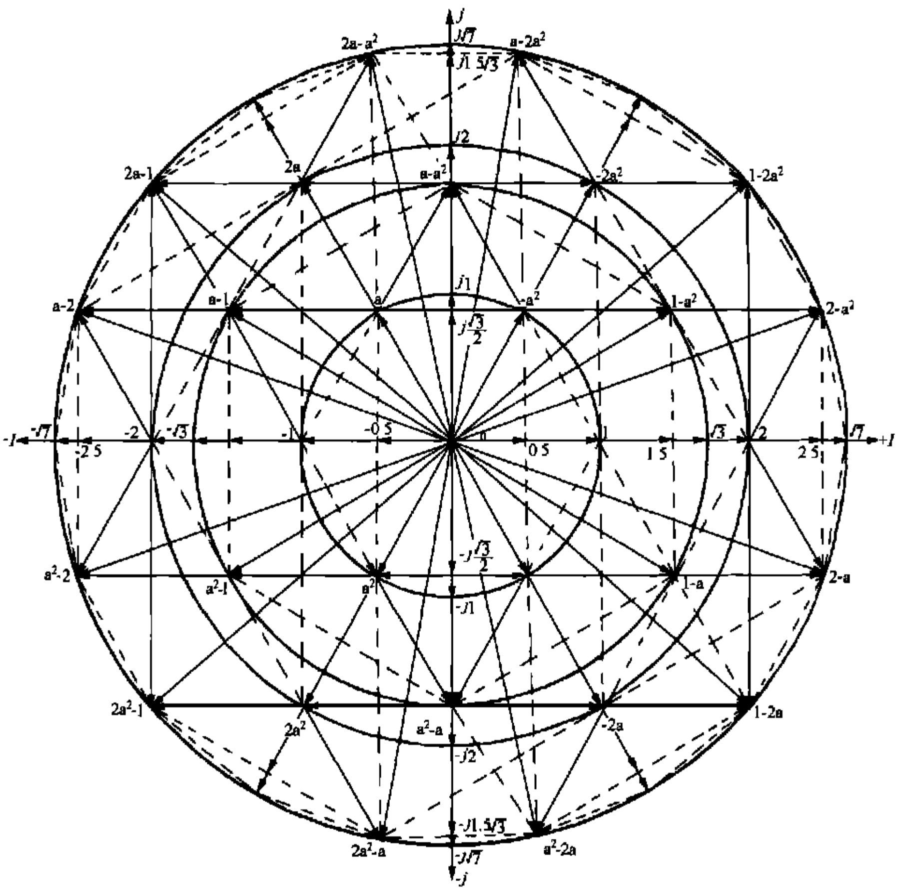


图 2　运算符号“ a ”的有关特性图

表 1　以 + I 或 - I 为对称轴的共轭复数的四则运算结果表

共轭复数	加法	减法	乘法	除法
$-a^2=\frac{1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}=e^{j60°}$ $-a=\frac{1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}=e^{-j60°}$	1	$j\sqrt{3}$	1	a
$a=\frac{-1}{2}+j\frac{\sqrt{3}}{2}=e^{j120°}$ $a^2=\frac{-1}{2}-j\frac{\sqrt{3}}{2}=e^{-j120°}$	-1	$j\sqrt{3}$	1	a^2
$1-a^2=3/2+j\sqrt{3}/2=\sqrt{3}e^{j30°}$ $1-a=3/2-j\sqrt{3}/2=\sqrt{3}e^{-j30°}$	3	$j\sqrt{3}$	3	$-a^2$
$a-a^2=j\sqrt{3}$ $a^2-a=-j\sqrt{3}$	0	$j2\sqrt{3}$	3	-1
$a-1=-3/2+j\sqrt{3}/2=\sqrt{3}e^{j150°}$ $a^2-1=-3/2-j\sqrt{3}/2=\sqrt{3}e^{-j150°}$	-3	$-j\sqrt{3}$	3	$-a$
$2-a^2=2.5+j\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{j19.11°}$ $2-a=2.5-j\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{-j19.11°}$	5	$j\sqrt{3}$	7	$e^{j38.22°}$
$1-2a^2=2+j\sqrt{3}=\sqrt{7}e^{j40.89°}$ $1-2a=2-j\sqrt{3}=\sqrt{7}e^{-j40.89°}$	4	$j2\sqrt{3}$	7	$e^{j81.78°}$
$a-2a^2=\frac{1}{2}+j3\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{j79.11°}$ $a^2-2a=\frac{1}{2}-j3\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{-j79.11°}$	1	$j3\sqrt{3}$	7	$e^{j158.22°}$
$2a-a^2=-1/2+j3\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{j100.89°}$ $2a^2-a=-1/2-j3\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{-j100.89°}$	-1	$j3\sqrt{3}$	7	$e^{j201.78°}$
$2a-1=-2+j\sqrt{3}=\sqrt{7}e^{j139.11°}$ $2a^2-1=-2-j\sqrt{3}=\sqrt{7}e^{-j139.11°}$	-4	$j2\sqrt{3}$	7	$e^{j278.22°}$
$a-2=-2.5+j\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{j160.89°}$ $a^2-2=-2.5-j\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{-j160.89°}$	-5	$j\sqrt{3}$	7	$e^{j321.78°}$

由图 2 可见，以 + j 或 - j 为对称轴，如对复数：$-a^2$ 与 a、$-a$ 与 a^2、$1-a^2$ 与 $a-1$、$1-a$ 与 a^2-1 等 11 组复数分别为虚部相等，而实部的绝对值相等，符号相反，其四则运算的结果见表 2 所示，由图 2 中所标示出的任何两个复数的四则运算，遵循上述原则能够快速、准确、可靠计算其结果。

4　计算实例

如在本文中的(1)～(4)公式中由 A 求解 A^{-1} 运算过程中遇到下列计算式，如利用图 2 中的运算符

表 2　以 + j 或 - j 为对称轴的两个复数的四则运算结果表

两个复数	加法	减法	乘法	除法
$-a^2=1/2+j\sqrt{3}/2=e^{j60°}$ $a=-1/2+j\sqrt{3}/2=e^{j120°}$	$j\sqrt{3}$	1	-1	$-a$
$-a=1/2-j\sqrt{3}/2=e^{-j60°}$ $a^2=-1/2-j\sqrt{3}/2=e^{-j120°}$	$-j\sqrt{3}$	1	-1	$-a^2$
$1-a^2=3/2+j\sqrt{3}/2=\sqrt{3}e^{j30°}$ $a-1=-3/2+j\sqrt{3}/2=\sqrt{3}e^{j150°}$	$j\sqrt{3}$	3	-3	a^2
$1-a=3/2-j\sqrt{3}/2=\sqrt{3}e^{-j30°}$ $a^2-1=-3/2-j\sqrt{3}/2=\sqrt{3}e^{-j150°}$	$-j\sqrt{3}$	3	-3	a
$a^2-a=-j\sqrt{3}$ $a-a^2=j\sqrt{3}$	0	$-j2\sqrt{3}$	3	-1
$2-a^2=2.5+j\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{j19.11°}$ $a-2=-5/2+j\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{j160.89°}$	$j\sqrt{3}$	5	-7	$e^{-j141.78°}$
$1-2a^2=2+j\sqrt{3}=\sqrt{7}e^{j40.89°}$ $2a-1=-2+j\sqrt{3}=\sqrt{7}e^{j139.11°}$	$j2\sqrt{3}$	4	-7	$e^{-j98.22°}$
$a-2a^2=\frac{1}{2}+j3\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{j79.11°}$ $2a-a^2=-1/2+j3\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{j100.89°}$	$j3\sqrt{3}$	1	-7	$e^{-j21.78°}$
$2-a=5/2-j\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{-j19.11°}$ $a^2-2=-5/2-j\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{-j160.89°}$	$-j\sqrt{3}$	5	-7	$e^{j141.78°}$
$1-2a=2-j\sqrt{3}=\sqrt{7}e^{-j40.89°}$ $2a^2-1=-2-j\sqrt{3}=\sqrt{7}e^{-j139.11°}$	$-j2\sqrt{3}$	4	-7	$e^{j98.22°}$
$a^2-2a=1/2-j3\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{-j79.11°}$ $2a^2-a=-1/2-j3\sqrt{3}/2=\sqrt{7}e^{-j100.89}$	$-j3\sqrt{3}$	1	-7	$e^{j21.78°}$

号“a”的有关特性图中运算技巧，就显得方便、简捷、可靠：(1) $\frac{a^2-1}{a-a^2}=\frac{\sqrt{3}e^{-j150°}}{j\sqrt{3}}=a$；(2) $\frac{1-a}{a-a^2}=\frac{\sqrt{3}e^{-j30°}}{j\sqrt{3}}=a^2$；(3) $(a-a^2)(a^2-a)=j\sqrt{3}\cdot(-j\sqrt{3})=3$；(4) $(a-a^2)(1-a)=j\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}e^{-j30°}=3e^{j60°}=-3a^2$；(5) $(a-a^2)(a^2-1)=j\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}e^{-j150°}=3e^{-j60°}=-3a$。

若用初等代数的运算方法和运算符号“a”基本性质如 $a^2+a+1=0$，$a^3=1$ 相结合来进行计算显得比较繁琐些：

(1) $\frac{a^2-1}{a-a^2} = \frac{(a+1)(a-1)}{a(1-a)} = -\frac{(a+1)(a-1)}{a(a-1)} = -\frac{a+1}{a} = \frac{a^2}{a} = a$; (2) $\frac{1-a}{a-a^2} = \frac{1-a}{a(1-a)} = \frac{1}{a} = \frac{a^3}{a} = a^2$; (3) $(a-a^2)(a^2-a) = -(a^2-a)(a^2-a) = -(a^2-a)^2 = -a^2(a-1)^2 = -a^2(a^2-2a+1) = -(a^4-2a^3+a^2) = -(a-2+a^2) = -(1+a+a^2-3) = -(-3) = 3$; (4) $(a-a^2)(1-a) = a(1-a)(1-a) = a(1-2a+a^2) = (a-2a^2+a^3) = (a-2a^2+1) = (1+a+a^2-3a^2) = -3a^2$; (5) $(a-a^2)(a^2-1) = a(1-a)(a+1)(a-1) = -a(a-1)^2(a+1) = -a(a+1)(1-2a+a^2) = -(a^2+a)(1-2a+a^2) = (1-2a+a^2) = (a^2+a+1-3a) = -3a$

若将运算符号“ a ”的值直接参加计算,即将 $a = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{j120°}$, $a^2 = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} = e^{j240°}$的值直接代入上述的计算式进行运算就显得更加突出的繁杂性、且稍有一步不慎就会全盘出错。

5 结论

如果我们能对图 2 所示运算符号“ a ”的有关特性图和表 1、2 所示的共轭复数和两个复数的四则运算结果表能够熟练的掌握、灵活的运算,对电力系统所发生的各种类型的简单或复杂的故障计算,特别是不平衡谐波对各种继电保护装置中所用的互感器及各种类型对称分量滤过器的影响分析,均能简捷、准确、可靠地进行运算。

Analysis on the calculation performance of calculation symbol“a ”

LI Zhong-ming
(Central Dispatch Institute of Ningxia Power Bureau ,Yinchuan 750001 ,China)

Abstract: Using the fundamental calculation of well-known complex and phasor diagram and the symmetric component methode of three-phase system to derive the relative characteristics of the calculation symbol“a ”. The characteristics are used to analyze and calculate all kinds of faults in power system. It provides a quick and accurate method for the correct selection of system wiring scheme and setting calculation of relaying protection.

Keywords: calculation ; complex ; symmetric component ; phasor diagram ; calculation symbol“a ”

(上接第 17 页) 重要影响的节点范围,并在此有效范围内进行运行方式组合,得到 更全面、更准确的运行方式。与此相对应,本文还提出了在计算机整定中实现运行方式选择的具体计算步骤,使得运用计算机进行运行方式选择得以实现,大大提高了整定效率和整定精度。

参考文献:

[1] 陈永琳. 电力系统继电保护的计算机整定计算. 北京:水利电力出版社,1994.
[2] 国家电力调度中心. 电力系统继电保护规定汇编. 北京:中国电力出版社,1997.

The decision of operating mode in setting of zero sequence current relay of line aided by computer

LIU Min[1] , SHI Dong-yuan[1] , LIU Huan-zhang[2] , LIU Tian-bin[2]
(1. HuaZhong University of Science and Technology , Wuhan 430074 , China ;
2. Central China Power Group , Wuhan 430074 , China)

Abstract: How to decide power system's operating mode reasonably and quickly is the very important step in the setting of relay. The traditional ways always consider seldom operating mode so that they make the settings much unreasonable. This paper introduces an eddicient criterion to lessen the numbers of components which to join operating to get operating modes more quickly and accurately. And this paper describes the general steps of deciding operating modes based on the given method in setting of zero sequence current relay aided by computer.

Keywords: relay protection ; setting ; operating mode