# 递推富氏算法中衰减非周期分量的消除方法

周大敏　重庆后勤工程学院　重庆　(400041)

【摘要】　提出了一种从不同数据窗的递推富氏算法中消除衰减非周期分量影响的新方法。新的校正方法是从滤波结果基础上严格推导得出的,对衰减时间常数 $\tau$ 未作假定和要求,理论分析和仿真验算证明算法原理是正确的,受分次谐波影响很小,补偿效果很好。

【关键词】　递推富氏算法　非周期分量　电力系统

## 引言

富氏滤波是电力系统提取基波分量的一种重要方法,递推富氏算法可以极大地减少计算量,在电力系统中运用很广。富氏算法具有很强的滤除谐波分量的能力,但对衰减非周期分量的滤波性能却很差。电力系统故障后的电流、电压信号中还包含有幅值很大的衰减非周期分量,严重地影响了以富氏算法为基础的控制、保护装置的性能。如何消除衰减非周期分量给富氏滤波算法带来的影响,人们进行了深入的研究,提出了不少方法,归结起来主要有三种:

(1) 利用正弦波前、后半周波形特征;

(2) 并联法(假定衰减非周期分量的时间常数已知);

(3) 差分法。

文[1,2] 对其进行了分析,理论上这三类方法都不能实现对衰减非周期分量的精确补偿。除方法三外,前两种方法也不能运用于递推富氏算法,对递推富氏算法如何用数字方法消除衰减非周期分量的影响未见有文献报道。

本文提出一种消除衰减非周期分量对递推富氏算法影响的精确方法,精确校正法所需数据窗只需在原滤波算法基础上增加两点,计算也比较简单,具有较高的实用性。

## 1　递推富氏算法[3] 及衰减非周期分量的影响

### 1.1　全波数据窗

基波的复相量由 $N$ 个采样值 $f_n$ 计算:

$$G = X_b - jX_a = \sum_{n=0}^{N-1} K_n f_n \tag{1}$$

式中　$K_n = K_{bn} - jK_{an} =$

$$\text{年获}\ \frac{2}{N}\left[\cos(n\omega T_S) - j\sin(n\omega T_S)\right] \tag{2}$$

其中,$T_S$ 为采样周期,$\omega$ 为基波信号频率,$N$ 为每个工频周期的采样点数,$K_n$ 表示在复平面的脉冲响应。脉冲响应的 $Z$ 变换表示算法在 $Z$ 域的转移函数

$$Z(K_n) = H(Z) = \sum_{n=0}^{N-1} K_n Z^{-n} = \frac{2}{N}\sum_{n=0}^{N-1} e^{-jn\omega T_S} Z^{-n} \tag{3}$$

据此得到:$H(Z) = \dfrac{2}{N}\dfrac{1 - Z^{-N}}{1 - e^{-j\omega T_S} Z^{-1}}$　(4)

相应的递推算法为:

$$G_n = G_{n-1} e^{-j\omega T_S} + \frac{2}{N}(F_n - F_{n-N}) \tag{5}$$

复采样值 $F_n$ 定义为:

$$F_n = f_n\cos(\omega T_S) - jf_n\sin(\omega T_S) \tag{6}$$

分解式(5) 得到:

$$X_{an} = X_{an-1}\cos(\omega T_S) + X_{bn-1}\sin(\omega T_S) + \frac{2}{N}\sin(\omega T)(f_n - f_{n-N}) \tag{7a}$$

$$X_{bn} = X_{bn-1}\cos(\omega T_S) - X_{an-1}\sin(\omega T_S) + \frac{2}{N}\cos(\omega T)(f_n - f_{n-N}) \tag{7b}$$

在稳态条件下,由式(7a)、(7b) 得到的是一个旋转相量,在数字保护中,不旋转的静止相量更适用。将式(5) 在每次新采样之后乘上算子 $e^{-j\omega T_S}$,得到

1998-01-05 收稿

$$X_{an} = X_{an-1} + \frac{2}{N}\sin(n\omega T)(f_n - f_{n-N}) \tag{8a}$$

$$X_{bn} = X_{bn-1} + \frac{2}{N}\cos(n\omega T)(f_n - f_{n-N}) \tag{8b}$$

在每个采样周期之后,仅需 2 次加法和 1 次乘法运算,就可获得基波分量估计值的更新。

### 1.2 任意数据窗

方程(2) 中的系数 $K_{an}$、$K_{bn}$ 在任意数据窗时为

$$K_{an} = \frac{1}{AC - B^2}[C \cdot \sin(n\omega T_S) - B \cdot \cos(n\omega T_S)] \tag{9a}$$

$$K_{bn} = \frac{1}{AC - B^2}[A \cdot \cos(n\omega T_S) - B \cdot \sin(n\omega T_S)] \tag{9b}$$

式中 $A = \sum_{n=0}^{N-1}\sin^2(n\omega T_S)$, $B = \sum_{n=0}^{N-1}\sin(n\omega T_S) \cdot \cos(n\omega T_S)$, $C = \sum_{n=0}^{N-1}\cos^2(n\omega T_S)$

静止相量的实、虚部的递推计算式为:

$$X_{an} = X_{an-1} + K_{an} * f_n - K_{an-N} * f_{n-N} \tag{10a}$$

$$X_{bn} = X_{bn-1} + K_{bn} * f_n - K_{bn-N} * f_{n-N} \tag{10b}$$

### 1.3 衰减非周期分量的影响

式(8) 表示的相量静止的全周波递推富氏算法也可以表示为:

$$X_{an} = \frac{2}{N}\sum_{i=0}^{N-1} f(i+n)\sin[\frac{2\pi}{N}(i+n)] \tag{11a}$$

$$X_{bn} = \frac{2}{N}\sum_{i=0}^{N-1} f(i+n)\cos[\frac{2\pi}{N}(i+n)] \tag{11b}$$

设输入信号为:

$$f(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + \sum_{k=1}^{M} f_{m(k)}\sin(k\omega \cdot t + \phi_k) \tag{12}$$

式中 $f_{m(k)}$、$\phi_k$ 分别为 $k$ 次谐波的幅值和初相位。对 $f(t)$ 采样,根据式(11) 得到基波相量的实、虚部为

$$X_{an} = f_{m(1)}\cos\theta_1 + \Delta K_S \tag{13a}$$

$$X_{bn} = f_{m(1)}\sin\theta_1 + \Delta K_C \tag{13b}$$

式中 $\Delta K_S = \frac{2}{N}\sum_{i=0}^{N-1} A e^{-\frac{iT_s}{\tau}}\sin(\frac{2\pi}{N}i)$,

$$\Delta K_C = \frac{2}{N}\sum_{i=0}^{N-1} A e^{-\frac{iT_s}{\tau}}\cos(\frac{2\pi}{N}i)$$

可见,当输入信号中包含衰减非周期分量时,由于 $A \neq 0$、$1/\tau \neq 0$,导致 $\Delta K_C \neq 0$、$\Delta K_S \neq 0$,由衰减非周期分量对富氏算法造成的计算误差可能超过 10 %,因此必须对其进行校正。对任意数据窗递推富氏算法可得到相同结论。

## 2 衰减非周期分量的消除

### 2.1 消除对全波递推富氏算法的影响

设对故障后输入信号 $f(t)$ 进行等间隔采样,采样周期为 $T_S$。

(1) 取数据窗 1, $t \in [0, T]$,得到式(13)。

(2) 延迟 $T_S$,取数据窗 2, $t \in [T_S, T_S + T]$,根据递推富氏算法得到

$$X'_{an} = f_{m(1)}\cos\theta_1 + \Delta K'_S \tag{14a}$$

$$X'_{bn} = f_{m(1)}\sin\theta_1 + \Delta K'_C \tag{14b}$$

$$\Delta K'_S = \frac{2}{N}\sum_{i=0}^{N-1} A e^{-\frac{(i+1)T_s}{\tau}}\sin[\frac{2\pi}{N}(i+1)] = e^{-\frac{T_s}{\tau}}[K_C \cdot \Delta K_S + K_S \cdot \Delta K_C]$$

$$\Delta K'_C = \frac{2}{N}\sum_{i=0}^{N-1} A e^{-\frac{(i+1)T_s}{\tau}}\cos[\frac{2\pi}{N}(i+1)] = e^{-\frac{T_s}{\tau}}[K_C \cdot \Delta K_C - K_S \cdot \Delta K_S]$$

$$K_C = \cos(\frac{2\pi}{N}),\ K_S = \sin(\frac{2\pi}{N})$$

(3) 取数据窗 3, $t \in [2T_S, 2T_S + T]$,得到

$$X''_{an} = f_{m(1)}\cos\theta_1 + \Delta K''_S \tag{15a}$$

$$X''_{bn} = f_{m(1)}\sin\theta_1 + \Delta K''_C \tag{15b}$$

$$\Delta K''_S = e^{-\frac{T_s}{\tau}}[K_C \cdot \Delta K'_S + K_S \cdot \Delta K'_C],$$

$$\Delta K''_C = e^{\frac{-T_s}{\tau}}[K_C \cdot \Delta K'_C - K_S \cdot \Delta K'_S]$$

令

$$A = X'_{an} - X_{an} \tag{16a}$$

$$B = X'_{bn} - X_{bn} \tag{16b}$$

$$C = X''_{an} - X'_{an} \tag{16c}$$

$$D = X''_{bn} - X'_{bn} \quad (16d)$$

可推得:

$$A = e^{-\frac{T_S}{\tau}}(K_C \cdot \Delta K_S + K_S \cdot \Delta K_C) - \Delta K_S \quad (17a)$$

$$B = e^{-\frac{T_S}{\tau}}(K_C \cdot \Delta K_C - K_S \cdot \Delta K_S) - \Delta K_C \quad (17b)$$

$$C = e^{-\frac{T_S}{\tau}}(K_C \cdot \Delta K'_S + K_S \cdot \Delta K'_C) - \Delta K'_S \quad (17c)$$

$$D = e^{-\frac{T_S}{\tau}}(K_C \cdot \Delta K'_C - K_S \cdot \Delta K'_S) - \Delta K'_C \quad (17d)$$

代入 $\Delta K'_C$、$\Delta K'_S$,可解得:

$$K_T = e^{-\frac{T_S}{\tau}} = \frac{|C|}{|K_C \cdot A + K_S \cdot B|} = \frac{|D|}{|K_C \cdot B - K_S \cdot A|} = \quad (18a)$$

$$\frac{|C| + |D|}{|K_C \cdot A + K_S \cdot B| + |K_C \cdot B - K_S \cdot A|} \quad (18b)$$

$$\Delta K_C = \frac{B(K_C \cdot K_T - 1) + A \cdot K_S \cdot K_T}{1 + K_T^2 - 2K_T \cdot K_C} \quad (19a)$$

$$\Delta K_S = \frac{A(K_C \cdot K_T - 1) - B \cdot K_S \cdot K_T}{1 + K_T^2 - 2K_T \cdot K_C} \quad (19b)$$

$$\Delta K'_C = \frac{D(K_C \cdot K_T - 1) + C \cdot K_S \cdot K_T}{1 + K_T^2 - 2K_T \cdot K_C} \quad (19C)$$

$$\Delta K'_S = \frac{C(K_C \cdot K_T - 1) - D \cdot K_S \cdot K_T}{1 + K_T^2 - 2K_T \cdot K_C} \quad (19d)$$

$$X_a = f_{m(1)}\cos\theta_1 = X_{an} - \Delta K_S = X'_{an} - \Delta K'_S \quad (20a)$$

$$X_b = f_{m(1)}\sin\theta_1 = X_{bn} - \Delta K_C = X'_{bn} - \Delta K'_C \quad (20b)$$

校正后的 $X_a$、$X_b$ 与衰减非周期分量无关。

当需滤取 $K$ 次谐波分量时,只需将 $K_C$、$K_S$ 改为 $K_C = \cos(\frac{2\pi}{N}k)$、$K_S = \sin(\frac{2\pi}{N}k)$,并将式(11)中的 $\frac{2\pi}{N}$ 用 $\frac{2\pi}{N}k$ 代换即可。

2.2　消除对任意数据窗递推富氏算法的影响

在非全周递推富氏算法中,用得较多的是半周递推富氏算法,这里只讨论如何消除衰减非周期分量对半周递推富氏算法的影响。

对半周递推富氏算法,只需在式(11)中令 $K_{an-N} = -K_{an}$,$K_{bn-N} = -K_{bn}$,用采样值可表示为:

$$X_{an} = \frac{4}{N}\sum_{i=0}^{N/2-1} f(i+n)\sin[\frac{2\pi}{N}(i+n)] \quad (21a)$$

$$X_{bn} = \frac{4}{N}\sum_{i=0}^{N/2-1} f(i+n)\cos[\frac{2\pi}{N}(i+n)] \quad (21b)$$

与全周递推富氏算法相比,可见只需令:

$$\Delta K_S = \frac{4}{N}\sum_{i=0}^{N/2-1} A e^{-\frac{iT_S}{\tau}}\sin(\frac{2\pi}{N}i),$$

$$\Delta K_C = \frac{4}{N}\sum_{i=0}^{N/2-1} A e^{-\frac{iT_S}{\tau}}\cos(\frac{2\pi}{N}i)$$

可直接引用前面的校正方法。

## 3　算法仿真

为了验证算法的正确性和精度,以下面的信号作为输入,对算法进行了仿真并与其它算法进行了比较(取 $\tau = 20ms$),同时还对信号中存在分次谐波的情况进行了仿真。

$$i(t) = 100e^{-t/\tau} + 100\sin(\omega_0 t + 30°) + 10\sin(2\omega_0 t) + 30\sin(3\omega_0 t) + 10\sin(4\omega_0 t) + 20\sin(5\omega_0 t) + 10\sin(0.5\omega_0 t)$$

半波富氏算法以直流、三次五次谐波为输入,仿真结果见表 1、2 (见第 11 页)。

从表 1、2 的仿真结果可以看出,在信号中无分次谐波时,本文算法具有很高的校正精度,完全消除了衰减非周期分量的影响。当信号中有分次谐波时,对文中算法的精度有一定影响,但这种影响是由于富氏算法本身对分次谐波没有滤波能力造成的,与校正方法本身无关。

## 4　结论

本文提出了从不同数据窗的(下转 11 页)

## RESEARCH FOR THE INFLUENCE OF FAULT CURRENT LIMITER ON TRANSIENT STABILITY OF POWER SYSTEM

*Zhang Yi, et al* (Shanghai Jiaotong University, 200240)
*Liu Renrong, et al* (Shanghai Power Bureau,)
*Jiang Jianmin, et al* (Northeast Power Group Corporation)

**Abstract** This paper is continued from the two papers[1,2]. Fast Fault Current limiter (FFCL) is an effective way to limit the fault current of power system. The arrangement of the new FFCL in power system and its influence on the transient stability of power system are studied. By culculation of testing system, some interesting results are achieved.
**Abstract** FCL Power system Transient stability

(上接第 7 页)

表 1 算法仿真结果及比较(递推算法,无分次谐波)

| | 未对衰减非周期分量进行补偿 | | | | 对衰减非周期分量进行补偿 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 幅值 | 误差 % | 相位 | 误差 % | 幅值 | 误差 % | 相位 | 误差 % |
| 全波富氏 | 120.8485 | 20.8485 | 28.93311 | -3.5563 | 99.99997 | -0.00003 | 29.99999 | -0.00003 |
| 半波富氏 | 206.1838 | 106.1838 | 26.82001 | -10.400 | 100 | 0 | 29.99998 | -0.00007 |

表 2 算法仿真结果及比较(递推算法,有分次谐波)

| | 无衰减非周期分量 | | | | 对衰减非周期分量进行补偿 | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 幅值 | 误差 % | 相位 | 误差 % | 幅值 | 误差 % | 相位 | 误差 % |
| 全波富氏 | 97.91246 | -2.08754 | 27.81124 | -7.2959 | 99.04973 | -0.95027 | 29.62033 | -1.26557 |
| 半波富氏 | 106.0957 | 6.0957 | 26.50546 | -11.3818 | 100.317 | 0.317 | 28.92528 | -3.5824 |

注:“无衰减非周期分量”一栏是假定信号中只有基波和分次谐波存在的仿真结果。

递推富氏算法中消除衰减非周期分量影响的精确方法,算法具有校正计算量小、响应延迟较小,校正方法与衰减时间常数及数据窗长度无关等特点,突破了现有校正方法的局限性,对输入信号中有、无分次谐波所作的仿真表明,算法的原理是正确的,具有很高的校正精度。

### 参考文献

1 陈德树. 计算机继电器保护原理与技术. 水利电力出版社,1992.
2 周大敏. 一种消除衰减非周期分量对非递推富氏算法影响的精确方法. 继电器. 1998,(4).
3 K. - Fr. Eichhorn, T. Lobos. Recursive real - time calculation of basic waveforms of signals. Proc. IEE, 1991,138:469～470

周大敏,男,1959 年生,硕士,付教授,现从事电力系统继电保护算法的研究。

## THE ACCURATE ALGORITHM TO ELIMINATE DECAYING DC COMPONENT FROM RECURSIVE FOURIER ALGORITHM

*Zhou Damin* (Chongqing Logistic Engineering College, 400041, Chongqing)

**Abstract** A new method to eliminate decaying DC component from recursive Fourier algorithm of any data window is proposed. In this paper, which is deduced out based on the filtering resultes of Fourier algorithm and does not require the decaying costant $\tau$ to be knowed in advance. The theory analysing and simulating resultes show that the new algorithm is correct in principal and has a very high compensate accuration.

**Keywords** Recursive Fourier algorithm Decaying DC components Protection