

微机保护中卡尔曼滤波的直流补偿研究

郁惟镛 许华乔 甘性平 上海交通大学电力系(200030)

摘要 针对 500kV 高压输电线发生故障时,衰减直流分量时间常数 T_c 值具有较大分散性和不确定性的特点,本文提出了一种具有一定实用价值的算法……时间常数 T_c 值未知情况下的卡尔曼滤波算法。计算机仿真结果表明:卡尔曼滤波中,时间常数 T_c 的整定值允许与其实际值存在一定程度上的偏离,而不影响滤波收敛性能。根据时间常数 T_c 值的大致范围,文中分别给出了“Taylor”级数算法和卡尔曼差分滤波法,并给出了 500kV 输电系统(分布参数模型)故障数据的卡尔曼差分滤波仿真结果。

关键词 微机保护 卡尔曼滤波算法 Taylor 级数算法 差分法

引言

卡尔曼滤波因为其具有较高的收敛精度和较快的收敛速度,在电力系统的计算机保护中得到了愈来愈广泛的重视和应用。高速继电保护装置不可避免地工作在输电线路故障后的暂态过程中,输入保护的电压信号和电流信号大都混有频谱复杂的高次谐波和非周期分量。卡尔曼滤波对谐波信号的分辨能力比较强,因而对电压模型而言,卡尔曼滤波可以获得比较满意的收敛结果,而对电流模型,由于故障信号中的衰减直流分量,因为其不满足卡尔曼滤波关于噪声信号必须是白噪声的要求,不得不在滤波模型中设立状态变量对其进行描述。输电线发生故障的时刻和位置是随机的,故障电流中衰减直流分量的时间常数 T_c 值具有较大的分散性,研究时间常数 T_c 值未知情况下的卡尔曼滤波具有十分重要的意义。

本文从卡尔曼滤波的基本原理出发,研究了卡尔曼滤波中的直流补偿问题。文中根据计算机仿真结果,给出了卡尔曼滤波中时间常数 T_c 的整定值与实际值的允许偏离范围,偏离程度大小取决于时间常数 T_c 值的大小, T_c 值越大,允许偏离的范围就越大。

“Taylor”级数算法和卡尔曼差分滤波法各有其优缺点。前者对分数次谐波要求不如后者苛刻,但后者对时间常数 T_c 值大小限制比较小,对 T_c 值而言,后者具有更广泛的适用范围,上述差异是由算法本身的特点决定的。文中还给出了 500kV 系统故障数据的仿真滤波结果。

1 卡尔曼滤波的数学模型

卡尔曼滤波的一般方程如下:

系统状态方程:

$$X(k+1) = F(k+1, k)X(k) + W(k) \quad (1)$$

系统观测方程:

$$Z(k) = H(k)X(k) + V(k) \quad (2)$$

计算预测估值及其误差的协方差:

$$X(k+1|k) = F(k+1, k)X(k|k) \quad (3)$$

本文 1994 年 7 月 23 日收稿

$$P(k+1|k) = F(k+1, k)P(k|k)F^T(k+1, k) + Q(k) \quad (4)$$

计算卡尔曼增益系数:

$$K(k+1) = P(k+1|k)H^T(k+1)[H(k+1)P(k+1|k)H^T(k+1) + R]^{-1} \quad (5)$$

计算滤波估值及其误差的协方差:

$$X(k+1|k+1) = X(k+1|k) + k(k+1)[Z(k+1) - H(k+1)X(k+1|k)] \quad (6)$$

$$P(k+1|k+1) = P(k+1|k) - P(k+1|k)H^T(k+1)[H(k+1)P(k+1|k)H^T(k+1) + R]^{-1}H(k+1)P(k+1|k) \quad (7)$$

1.1 $F(k+1, k)$ 和 $H(k+1)$ 的确定

假定故障信号为电流,其离散化的瞬时值表达式为:

$$Y(k) = A_{dc}(e^{-k\Delta T/T_c}) + \sum_{i=1}^n (A_i \cos(ki\omega\Delta T + \Phi_i)) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (8)$$

在卡尔曼滤波模型中,对各次谐波分别设立两个状态变量,并对应其实部和虚部:

$$X_i(k)1 = A_i \cos(ki\omega\Delta T + \Phi_i) \quad (9)$$

$$X_i(k)2 = A_i \sin(ki\omega\Delta T + \Phi_i) \quad (10)$$

显然,经过一个采样时间间隔 ΔT 后有:

$$X_i(k+1)1 = X_i(k)1 \cos(i\omega\Delta T) - X_i(k)2 \sin(i\omega\Delta T) \quad (11)$$

$$X_i(k+1)2 = X_i(k)1 \sin(i\omega\Delta T) + X_i(k)2 \cos(i\omega\Delta T) \quad (12)$$

对衰减直流分量,假定时间常数 T_c 值已知,只需设一个状态变量即可:

$$X_{dc}(k) = A_{dc}(e^{-k\Delta T/T_c}) \quad (13)$$

同样可得:

$$X_{dc}(k+1) = X_{dc}(k)(e^{-\Delta T/T_c}) \quad (14)$$

输入保护的采样值为:

$$Z(k) = A_{dc}(e^{-k\Delta T/T_c}) + \sum_{i=1}^n (A_i \cos(ki\omega\Delta T + \Phi_i)) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (15)$$

假定 $i=1$,根据上述推导可得转移矩阵 $F(k+1, k)$ 和观测矩阵 $H(k+1)$ 分别为:

$$F(k+1, k) = \begin{bmatrix} \cos(\omega\Delta T) & -\sin(\omega\Delta T) & 0 \\ \sin(\omega\Delta T) & \cos(\omega\Delta T) & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\Delta T/T_c} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$H(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

当故障信号中含有各次谐波时, $F(k+1, k)$ 和 $H(k+1)$ 的处理情况与上类似,不再赘述。

1.2 影响卡尔曼滤波的主要参数及其整定

影响卡尔曼滤波的主要模型参数包括:测量误差协方差值 R 、滤波误差协方差阵初值 $P(0|0)$ 、状态变量初值 $X(0|0)$ 、采样频率 N 、状态变量数 M ,以及输入噪声协方差 Q 值等。卡尔曼滤波对 R 、 M 、 N 等参数比较敏感,而对其它参数则不十分敏感。各参数之间很难匹配成最佳状态,使卡尔曼滤波具有最佳收敛性能。通过计算机仿真,我们可以得出各参数的准最优值。

上述参数一旦确定,便可将卡尔曼滤波应用于电力系统的故障信号处理。滤波方程中式 4、5、7 用以计算卡尔曼增益系数,可以事先离线计算好,暂存于计算机内存中备用。实时信息处理时,只需计算式 3、6 即可,从而减小了滤波的实时计算量,使卡尔曼滤波用于在线信息处理成为可能。

2 时间常数 T_c 的整定值与实际值有偏离情况下的卡尔曼滤波

在计算时我们考虑了比实际情况要严重得多的噪声输入,以考验卡尔曼滤波的性能。假定

故障信号中含有 1、2、3、5 次整次谐波及各种频率的分数次谐波,表 1 给出了它们各自的频率和幅值.衰减直流分量的初值为 5P·U,时间常数 Tc 值可以根据需要任意改变。

表 1

频率(Hz)	50	100	150	250	25	45	60	80	95	115	140	185	205	230
幅值(PU)	5	0.10	0.625	0.25	0.02	0.01	0.05	0.04	0.06	0.04	0.03	0.07	0.01	0.09

图 1 和图 2 分别给出了时间常数 Tc 值为 40ms、50ms 和 80ms 时, Tc 的整定值与实际值的偏离程度 Ck 与滤波收敛时间的关系, Tc 值为 40ms 时未计入分数次谐波的影响。偏离程度 Ck 是这样定义的:假定时间常数 Tc 的真实值为 Tr, 卡尔曼滤波中, 它的设定值为: $T_c = Ck \times Tr$ 。

可以看出, 时间常数 Tc 的整定值允许与其实际值存在一定的偏离, 随着时间常数 Tc 值的增大, 允许偏离程度也明显增大。Tc 值为 40ms 时, 收敛时间小于 15ms 的允许偏离范围是 (-10~60%), 而 Tc 值为 50ms 及 80ms 时的允许偏离范围分别为 (-10~80%) 和 (-20~150%)。同时发现, 正方向的偏离程度远大于负方向。

上述结论是极为重要的。对于 500kV 输电线路, 由于系统参数相

对低压网络来说较为稳定, 因而在故障情况下衰减直流分量时间常数 Tc 值也相对稳定, 完全可以在卡尔曼滤波模型中, 设定一个比较大的时间常数 Tc 值, 从而在各种故障情况下均可获得比较满意的收敛效果。

以上仿真结果在计算中所采用的滤波器模型参数为: M=7(不含二次谐波模型)、N=16、R=0.0025、P(0|0)=10、X(0|0)=5、Q=0, 收敛误差小于 2%。

3 时间常数 Tc 值未知情况下的卡尔曼滤波

由于输电线路发生故障的时刻和位置是随机的, 严格地讲, 每次故障的衰减直流分量时间常数 Tc 值是未知的, 必须研究 Tc 值未知情况下的卡尔曼滤波算法。

3.1 “Taylor”级数算法

假定离散化的衰减直流分量具有如下瞬时值表达式:

$$Y_{dc}(K) = A_{dc}(e^{-k\Delta T/T_c}) \quad (18)$$

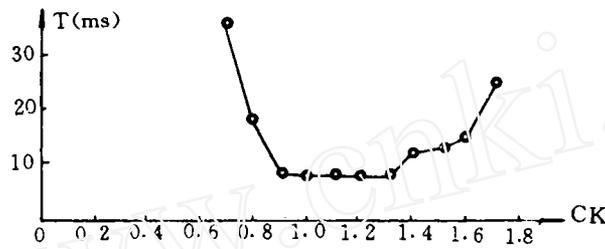


图 1 Tc 值偏离程度 Ck 和收敛时间关系 (Tc=40ms)

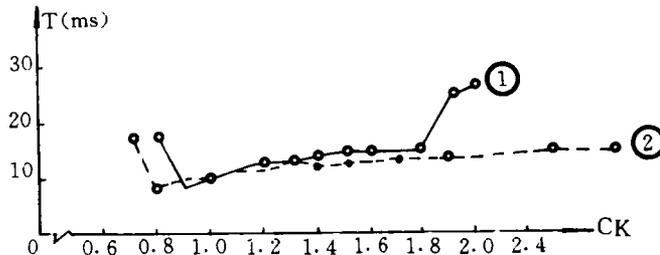


图 2 Tc 值偏离程度 Ck 和收敛时间关系 ①Tc=50ms; ②Tc=80ms

用“Taylor”级数将上式右边展开可得:

$$Y_{dc}(k) = A_{dc} [1 - k\Delta T/T_c + (k\Delta T/T_c)^2/2! - (k\Delta T/T_c)^3/3! + \dots + (-1)^n (k\Delta T/T_c)^n/n!] \quad (19)$$

当 $(\Delta T/T_c)$ 值趋于零时,上式右端高次项之值可忽略。

对未知时间常数 T_c 值的衰减直流分量,设立 m 个状态变量:

$$Y_{dc1}(k) = A_{dc} \quad (20)$$

$$Y_{dc2}(k) = -A_{dc}(\Delta T/T_c) \quad (21)$$

$$Y_{dc3}(k) = A_{dc}(\Delta T/T_c)^2 \quad (22)$$

而第 m 个状态变量为:

$$Y_{dcm}(k) = (-1)^{m-1} A_{dc} (\Delta T/T_c)^{m-1} \quad (23)$$

假定故障电流中除衰减直流分量外,只有工频信号,并设定对应衰减直流分量的状态变量数 $m=2$,修正后的转移矩阵 $F(k+1,k)$ 和测量矩阵 $H(k+1)$ 分别为:

$$F(k+1,k) = \begin{bmatrix} \cos(\omega\Delta T) & -\sin(\omega\Delta T) & 0 & 0 \\ \sin(\omega\Delta T) & \cos(\omega\Delta T) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$H(k+1) = [\quad \quad \quad 1 \quad \quad 0 \quad \quad 0 \quad \quad 0 \quad \quad k] \quad (25)$$

如故障信号中同时混有各次谐波,并扩展衰减直流分量的状态变量数,处理方法和上类似。

理论分析可知,对衰减直流分量所设状态变量数 m 越大,截断误差越小,应该有更好的收敛效果。但计算机仿真结果表明,滤波收敛性能不随状态变量数 m 的增大而提高。

采用表 1 中给出的故障信号模型(计入分数次谐波的影响),设定时间常数 $T_c=80\text{ms}$,滤波器采用如下参数: $M=6$ (含 1、3、5 次谐波模型)、 $N=20$ 、 $R=0.0025$ 、 $P(0|0)=10$ 、 $X(0|0)=5$,误差小于 2%。表 2 给出了该工况下的计算机仿真结果。从表中可以看出, $m=2$ 时滤波收敛性能最佳,但此结果仍不十分理想。为对截断误差进行补偿,引入补偿系数 C_k :

表 2

m	1	2	3	4
收敛时间	38.0ms	17.0ms	24.0ms	35.0ms

$$Y_{dc}(k) = A_{dc}(e^{-k\Delta T/T_c}) = A_{dc}[1 - C_k(k\Delta T/T_c)] \quad (26)$$

可求得补偿系数

$$C_k = (1 - e^{-k\Delta T/T_c}) / (k\Delta T/T_c) \quad (27)$$

为计算补偿系数 C_k ,首先必须知道 $(\Delta T/T_c)$ 之值,可采用如下处理方法:滤波开始时先不考虑补偿系数,即取 $C_k=1$,并对衰减直流分量设两个状态变量进行滤波,得 (T/T_c) 的近似值:

$$(T/T_c) = -Y_{dc2}(k) / Y_{dc1}(k) \quad (28)$$

由此计算出补偿系数:

$$C_k = (1 - e^{-k\Delta T/T_c}) / (k\Delta T/T_c) = [1 - e^{-k \cdot Y_{dc2}(k) / Y_{dc1}(k)}] / [k Y_{dc2}(k) / Y_{dc1}(k)] \quad (29)$$

在不断修正测量矩阵 $H(k+1)$ 的基础上继续滤波,可将收敛时间大大缩短。仍采用上面的计算工况,发现在 0.40 周波后进行补偿,收敛效果最佳,收敛时间为 12ms,比不考虑补偿系数

时的收敛时间缩短了 5ms,效果十分显著。

必须指出,该种算法要求有较高的采样频率,并对时间常数 T_c 值的范围有一定要求,仿真结果表明,时间常数 $T_c \geq 70ms$ 时,该算法具有较好的收敛结果,收敛时间可控制在 13ms 以内。图 3 给出了采用该种算法时,时间常数 T_c 值和收敛时间的关系。

3.2 差分法

对故障电流:

$$Y(K) = A_{dc}(e^{-K\Delta T/T_c}) + \sum_{i=1}^n (A_i \cos k\omega\Delta T/2 + \Phi_i) \quad (30)$$

则 J 次差分后得差分信号:

$$YCF(K) = A_{dc}(e^{-K\Delta T/T_c})(e^{-\Delta T/T_c} - 1)^J + \sum_{i=1}^n (A_i (2\sin(i\omega\Delta T/2))^J \times \cos(ik\omega\Delta T + \Phi_i + J(ik\omega\Delta T + \Pi)/2)) \quad (31)$$

因为 (T/T_c) 值趋于零,故 $(e^{-\Delta T/T_c} - 1)$ 值也趋于零,因而采用差分滤波可以大大减小衰减直流分量对卡尔曼滤波的影响。

差分次数越多,输入卡尔曼滤波器的差分信号中,直流分量所占比例越小,但对提高滤波性能而言,并非差分次数越多越好,原因如下:

①差分次数越多,初次滤波时形成差分信号所需时间越长,从而影响了整个滤波收敛时间。

②差分滤波对各次谐波信号(包括分数次谐波)可能产生放大效应,使得在滤波模型中无法描述的分数次谐波在差分信号中所占比例增大,滤波收敛性能受到严重影响。

采用表 1 中给定的故障信号模型,不计分数次谐波的影响,设定时间常数 $T_c = 40ms$,滤波器采用如下模型参数: $M = 8$ (整次谐波全部模拟)、 $N = 20$ 、 $R = 0.0025$ 、 $P(0|0) = 10$ 、 $X(0|0) = 5$,误差小于 2%。表 3 给出了该种工况下差分次数和收敛时间的关系。可以看出,采用两次差分,滤波效果最好。

差分法对时间常数 T_c 值的限制比较小,只要 $T_c \geq 25ms$ 即可将收敛时间控制在 15ms 以下。

下面介绍采用该种算法的实例仿真结果。

仿真用 500kV 系统共有 41 节点、43 支路,假定故障分别发生在全长 243 公里的 500kV 输电线路的始端、中间和末端,故障类型为 A 相单相接地。故障数据是我系研制的电磁仿真程序,在我校 CDC 机上计算获得。仿真程序中,500kV 输电线路用 10 个“II”型等值电路表示,考虑了分布参数对暂态过程的影响,表 4 给出了各故障电量的一次差分滤波结果。滤波器模型参数为:

$M = 4$ (含 1、3 次谐波模型)、 $N = 20$ 、 $R = 0.0025$ 、 $P(0|0) = 10$ 、 $X(0|0) = 5$,误差为 1~2%。可以看出,除始端故障的个别电量外,滤波收敛时间均在 16ms 以下:

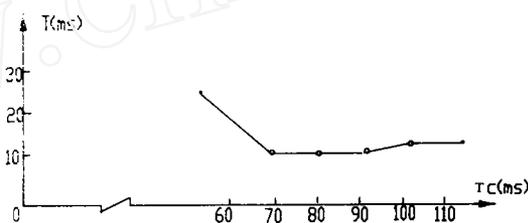


图 3 时间常数 T_c 值和收敛时间关系 (“Taylor”级数算法)

4 结论

输电线路故障情况下,在 T_c 值未知时,可采用差分滤波(要求 $T_c \geq 25\text{ms}$)或“Taylor”级数算法(要求 $T_c \geq 70\text{ms}$)消除直流分量对卡尔曼滤波的影响。如系统参数相对稳定,在各种故障情况下,衰减直流分量时间常数 T_c 值变化范围不大,也可在滤波模型中设定时间常数 T_c 的近似值,并能取得较好的收敛效果,目前该算法本身还不十分完善和成熟,有待于进一步探索与研究。

表 4

故障地点		始端	中间	末端
A 相(ms)	电流	8.0	8.0	7.0
	电压	21.0	12.0	12.0
B 相(ms)	电流	16.0	16.0	16.0
	电压	10.0	10.0	16.0
C 相(ms)	电流	22.0	16.0	16.0
	电压	7.0	6.0	7.0

表 3

差分次数	1	2	3	4
收敛时间(ms)	17.0	14.0	16.0	17.0

参考文献

- 1 A. A. Girgis and R. G. Brown: Application of Kalman Filtering in Computer Relaying. IEEE PAS-100 No. 7, 1981, 7
- 2 C. M. Alezria and O. P. malick, E. Costa. Performance Comparision of Fourer and Kalman Filter Technique for Transmission Line Impedance Calculation. IEE P-165, 1985
- 3 郁惟镛、许华乔. 计算机继电保护中卡尔曼滤波的研究. 上海交通大学. 第三届全国电力系统及自动化专业学术会论文集, 1987

更 正

1994 年第 3 期 54 页下注印反, 应是:

注: ①点划线表示结构系统中各层次间的相互关系。

②每个层次中的具体内容可根据情况派生。

图 1 结构系统基本框图