继电保护装置可靠性指标体系再分析（连载 1）

阿城继电器厂　晏国华

前言

1990 年 7 月，作者曾对继电保护装置可靠性指标体系进行了分析，其中运用了初级泛函分析，经许继所专家们评议后，修充完成，已刊登在 1991. 1《继电器》上。本着精益求精的原则，本文着重采用分析拓扑的理论方法对该指标体系进行再分析，使对指标体系的理解水平更加简明、全面、深刻。为了减少篇幅，凡在前述论文中已经定义、论述过的名词、观点、分析，本文不再赘述。

1　拓扑空间简介

1.1　拓扑空间

设 X 是一个任意集合，T 是 X 的一个子集族，若满足：

(0_1) Φ，X∈T；

(0_2) 若 G_1，$G_2 \in T$，则 $G_1 \cap G_2 \in T$；

(0_3) 若 $G_i \in T$ $(i \in I)$，其中 I 为任意指标集，则 $\bigcup_{i \in I} G_i \in T$

则称 T 为集合 X 上的一个拓扑，(X，T) 称为拓扑空间，T 中的元素称为该空间中的开集。

1.2　离散拓扑空间

设 X 为任一集合，$T = \{A | A \subset X\}$，T 即由 X 的一切子集（包括空集 Φ）组成。显然，T 也满足拓扑空间的条件，(X，T) 称为离散拓扑空间，T 称为离散拓扑。

1.3　距离拓扑空间

设 (X，ρ) 为距离空间，T 是由距离 ρ 导出的一切开集的全体，则由泛函分析知，T 也满足条件 (0_1) ～ (0_3)，因而 (X，ρ) 也为拓扑空间，称为由距离 ρ 导出的拓扑空间，或简称距离拓扑空间，以及度量化拓扑空间。

1.4　距离空间

距离这个概念是众所周知的。直线 R 上任意两点 X 与 Y 之间的距离是

$$\rho(x, y) = |x - y| \tag{1}$$

n 维欧氏空间 R^n 中，任意两个向量 x 与 y（$x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)$ 与 $y = (y_1, y_2, \cdots y_n)$）距离定义为

$$\rho(x, y) = \left[\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{2}$$

对上述具体空间中的距离 ρ 加以抽象，就得到距离空间（或度量空间）的概念。

本文 1992 年 10 月 12 日收稿　注本文为机械工业技术发展基金赞助项目

/设 X 是任一集合，如果对于 X 中任意两个元素 x 与 y，都对应一个实数 ρ（x，y），并且满足条件：

（1）非负性，ρ（x，y）$\geqslant 0$ 且 ρ（x，y）$=0$ 当且仅当 $x=y$；

（2）对称性，ρ（x，y）$=\rho$（y，x）；

（3）三角不等式，对任意的 x，y，$z \in X$，有 ρ（x，y）$\leqslant \rho$（x，z）$+\rho$（z，y）则称 ρ（x，y）为 x 与 y 之间距离，而称 X 为以 ρ（x，y）为距离的距离空间或度量空间。

距离空间中的元素又叫做点。若 $A \subset x$，显然 A 按照 X 中的距离 ρ（x，y）也是一个距离空间，称为 X 的子空间。

2　失效点的拓扑空间

2.1　失效点集

2.1.1　定义：任一保护装置（或元件）自投入运行或开始可靠性寿命试验瞬间起，在时间轴 X_t 上，对应时间 $t=0$，即始点记为 f_0，在运行或试验过程中，每发生一次任何形式的（无故障误动、非选择性误动或拒动）失效，在 X_t 上对应时间处记以 f_1、f_2，…，f_n，…，如此构成的：

$X_t=\{f_i|i=0，1，2，\cdots，n，\cdots\}$

现称为失效点集 X_t，其元素为 f_i（$i=0$，1，…，n）。

这个点集说明两个含义：

（1）每个点 f_i 都对应一个时间量；

（2）f_i 的下标 $i=0$，1，2，…，n，…都是自然数，代表保护装置发生失效的次数，即发生的第几次失效。

2.1.2　说明

（1）装置发生失效后进行检修中或装置定期维修期间，所发现的失效，也应照此原则在 X_t 上记上相应失效点，尽管这些点是在检修前发生的，也不会影响分析结果。

（2）非装置本身原因，退出运行、试验，也不进行检修，这段时间 ΔX_t 应从 X_t 中减掉，以保持 X_t 的连续性，以后将不重述。

2.2　失效点的拓扑空间

2.2.1　失效点子集 A

（1）无故障误动子集 A_1

从失效点集中，选出该类失效点归入子集 A_1 中，它包含的点除 f_0 外，可标记为 $f_i/1J$，其中 i 表示原有的次序数，1 代表无故障误动，j 表示该类失效点的次序数，即 $j=1$，2，…。A_1 及 $f_i/1j$ 与 X_t 及 f_i 的关系可用图 1 表示如下：

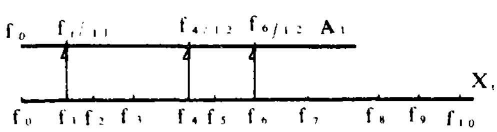

图 1

图中说明：$A_1=\{f_0，f_{1/11}，f_{4/12}，f_{6/13}\}$

亦可简记为：$A_1=\{f_0，f_{11}，f_{12}，f_{13}\}$

而 $X_t=\{f_i|i=0，1，2，\cdots，10\}$

很明显：　$A_1 \subset X_t$。

（2）非选择性误动子集 A_2

同上选出该类失效点归入子集 A_2 中，标记为 $f_i/2k$，其中 2 代表非选择性误动，K 表示该类失效点的次序数，即 $k=1$，2，…。A_2 及 $f_i/2k$ 与 X_t 及 f_i 的关系可用图 2 表示之：

图中说明：$A_2=\{f_0, f_{3/21}, f_{5/22}, f_{7/23}, f_{9/24}\}$

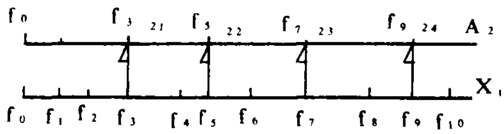

图 2

或简记为：$A_2=\{f_0, f_{21}, f_{22}, f_{23}, f_{24}\}$。

同前明显 $A_2 \subset X_t$。

（3）拒动子集 A_3

同前选出该类失效点归入子集 A_3 中，标记为 $f_i/3l$，其中 3 代表拒动，l 表示该类失效点的次序数，即 $l=1, 2, \cdots$。A_3 与 X_t 的关系如图 3 所示：

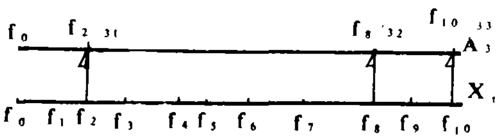

图 3

图 3 中的说明：$A_3=\{f_0, f_{2/31}, f_{8/32}, f_{10/33}\}$

简记为：$A_3=\{f_0, f_{31}, f_{32}, f_{33}\}$

显然　$A_3 \subset X_t$

（4）三个子集间有关说明

（a）$f_0=\Phi$，每个子集都包含它。

（b）三个子集间，除 f_0 外，没有重合失效点。在保护装置行为中，尚未出现过既误动又拒动的失效形式，也没出现过两种误动同时发生的情况。单就失效点对应的时间量，它具有连续性又有可分离性与紧性，更可理解子集 A_1、A_2、A_3 中不会包含重合失效点。

2.2.2　失效点的拓扑空间

根据 2.1 失效点子集 A 们的组成元以及举例说明的图 1～3，可汇示如下：

$X_t=\{f_i | i=0, 1, 2, \cdots, 10\}$

$A_1=\{f_0、f_{11}、f_{12}、f_{13}\}$

$A_2=\{f_0、f_{21}、f_{22}、f_{23}、f_{24}\}$

$A_3=\{f_0、f_{31}、f_{32}、f_{33}\}$。

按照离散拓扑空间的定义，由于 X_t 这一集合，$T_f=\{A_i | A_i \subset X_t, i=1, 2, 3\}$ 即 T_f 由 X_t 的一切子集（包括空集 Φ）组成，并且 T_f 满足拓扑空间的条件（0_1）～（0_3），可见（X_t，T_t）属于离散拓扑空间，T_f 属于离散拓扑。

2.3　失效点集的距离（或度量）化拓扑空间

2.3.1　构成度量空间

按照公式（1. 1）以及定向集（以及半序集）定义，按前后顺序，可列出 X_t 的度量（距离元素）序列为：

$X_t=\{\rho_{0/1}, \rho_{1/2}, \rho_{2/3}, \cdots, \rho_{i-1/i}, \cdots \rho_{9/10}\}$

式中　$\rho_{i-1/i}=|f_i-f_{i-1}|$　$i=1, 2, \cdots, 10$。

（X_t，ρ）构为度量空间，必须指出的：$\rho_{i-1/i}$不是空间上的空间距离，而是时间上的间隔距离。

2.3.2　构成度量子空间

按照 3.2 原则方法，可列出三个子集的度量序列为：

$A_1=\{\rho_{0/11}, \rho_{11/12}, \rho_{12/13}\}$

$A_2=\{\rho_{0/21}, \rho_{21/22}, \rho_{22/23}, \rho_{23/24}\}$

$A_3=\{\rho_{0/31}, \rho_{31/32}, \rho_{32/33}\}$

构成的三个度量子空间分别为：（A_1，ρ_1）、（A_2，ρ_2）与（A_3，ρ_3）。

2.3.3　度量化的拓扑空间

综合3. 1与3. 2，很易构成 T_ρ，它满足了：

(0_1) Φ，$X_t \in T_\rho$；

(0_2) $A_1 \cap A_2 \in T_\rho$，$A_2 \cap A_3 \in T_\rho$，$A_3 \cap A_1 \in T_\rho$；

(0_3) $A_1 \cup A_2 \cup A_3 \in T_\rho$ 这些条件

可见 (X_t, T_ρ, ρ) 或 (X_t, ρ) 已构成度量化拓扑空间，这个由距离生成的拓扑称为失效点集的度量化拓扑。

3　平均寿命日

3.1　一般定义

平均寿命是产品可靠性最重要特征量，它的数学意义就是寿命的数学期望值，记为 θ，公式为

$$\theta = E(T) = \int_0^\infty t f(t) dt \tag{3}$$

式中 $E(T)$—— 寿命 T 的数学期望；

$f(t)$—— 寿命 T 的概率密度。

由于可维修产品与不可维修产品的寿命有不同的意义，故平均寿命也有不同的意义。一般用 $MTBF$ 表示前者的 θ，意为“故障间的平均时间”；用 $MTTF$ 表示后者的 θ，意为“失效平均(工作)时间”。如不考虑维修性，可不必区别 $MTBF$ 和 $MTTF$。

平均寿命的观测值是

(1) 对于不可修复的产品，当所有的试验样品或运行产品都观察到寿命终了的实际值时，是指它们的算术平均值；当不是所有样品或产品都观察到寿命终了的截尾试验或运行时，是指受试样品或运行产品的累积工作时间 T 与失效数 r 之比；

(2) 对可修复产品，是指一个或多个产品在它或它们的使用(工作)寿命期内的某个观察期间内的累积工作时间 T 与故障(失效)次数 r 之比。

因此不论产品是否可修复，平均寿命观测值都可用下式表示：

$$\theta^* = T/r \tag{4}$$

3.2　一般定义的偏差问题

无论是试验样品，还是运行产品，所论反的平均寿命都是对它们的观测值，即

$$\theta^* = f(T, r) \tag{5}$$

式中 T，r 都是随机的，T 累积到多久为佳，r 出现几次刚好，它们都属于灰色数据或简快灰元，包含灰元的方程(函数)，所求出的观测值由于 T、r 的取值稍有不同就会产生非常明显差异偏离，很易令人难以置信，方差太大。

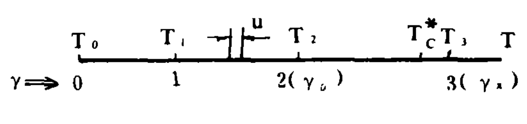

图 4

为说明这个问题，用下面解例说明之：图4中 u—— 时间间隔单位；T_c^*—— 原定时截尾累积时间或产品运行随机净累积时间。

参考图4，按一般定义的原观测值 θ_0^* 为

$\theta_0^* = T_c^*/r_0 = 25u/2 = 12.5u$；

客观实际上，难免不会发生当累积时间 T 由 T_c^* 增加一个 ΔT，譬如两个时间间隔 u 即 $\Delta T = 2u$，累积到 T_3 时又发生一次(个)失数，即 r

由 2 增至 3，这时的产品平均寿命 θ^* 迅即由 θ_0^* 变为

$$\theta_r^* = T_r^* + \Delta T/r_x = (25+2)u/3 = 9u。$$

从该例图中，说明累积时间变化 2/25 = 8% 或更小，但平均寿命的观测值有可能变化 $\frac{9-12.5}{12.5} = 28\%$，或更大，即 θ^* 的差异有时太大。

为了说明上述问题，可靠性数学（工程）经常运用平均寿命的点估计和区间估计，也就是由观测数据用极大似然法求得平均寿命的点估计计值与置信区间估计值，以示可信的区间范围以及其它参数。但 $\hat{\theta}$—— 平均寿命估计值的置信下限 $\hat{\theta}_L$ 到置信上限 $\hat{\theta}_u$ 变化甚大，一般 $\hat{\theta}_u/\hat{\theta}_L = 2 \sim 6$。

这样大倍数地变化，令人对于 $\hat{\theta}$ 值不好适从。对用户使用 $\hat{\theta}_L$，又感到(怕)吃亏，使用 $\hat{\theta}_u$ 又不保险，有损声誉，是个难于妥善解决的问题。

3.3 平均寿命的当时值 θ_t

既然一般定义的 $\hat{\theta}^*$ 的点估计值落在置信区估计上下限值 $\hat{\theta}_u$ 和 $\hat{\theta}_L$ 如此成大倍数的差异，作者建议试用软件可靠性中 *Duane* 曲线测绘过程后期估算瞬时平均寿命的观点，采用 n 次失效时，第 n 次失效时的累积时间 T_n 除以 n 所得的值作为平均寿命的当时值 θ_t，公式为

$$\theta_t = T_n/n。\tag{6}$$

符合式(3.3)，可直观地运算(X_t, ρ) 度量空间中的所有距离元 $\rho_{i-1\,i}$，求出 θ_t，即

$$\theta_t = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\rho_{i-1\,i}\tag{7}$$

当时值 θ_t 很易理解为第 n 次产品失效时，它当时的平均寿命就是失效点集度量空间所含距离元的均值。

采用平均寿命当时值 θ_t 具有下列特点：

(1) 定义清晰，易于理解，可以避免一般定义观测值 θ^* 所产生的如图 4 例举中所述的令人费解的问题。

(2) 本来产品的平均寿命是个动态值，随着试验或运行的累积时间增长以及失效数的累加而变化，逐步接近某一稳定值，因此采用当时值更加符合客观现实。

(3) 同时可以细化求出三种不同失效形式子度量空间中的(子)平均寿命 θ_{1t}、θ_{2t} 与 θ_{3t} 的当时值，从 3.2 举例中可知：

$$\theta_{1t} = \frac{1}{3}\ (\rho_{0\,11} + \rho_{11\,12} + \rho_{12\,13})；$$

$$\theta_{2t} = \frac{1}{4}\ (\rho_{0\,21} + \rho_{21\,22} + \rho_{22\,23} + \rho_{23\,24})；$$

$$\theta_{3t} = \frac{1}{3}\ (\rho_{0\,31} + \rho_{31\,32} + \rho_{32\,33})。$$

据此，有利于了解不同失效数据，指出提高保护装置可靠性的轻重缓急。**(待续)**