

## ——故障测距中的卡尔曼滤波技术 (连载 5)

山东工业大学 于九祥

本文主要论述了应用卡尔曼滤波技术滤取基波分量的方法和故障测距方案,并在 500kV、376.4km 的山东邹——潍高压输电线上做了大量仿真研究。结果表明,该方法的滤波精度和收敛速度均优于一般的算法。故障定位可在 18ms 内完成,平均最大误差小于 3%。

## 1 基波分量状态估计

## 1.1 基波分量状态空间模型

已知系统状态方程和量测方程为:

$$X(K) = \Phi(K) x(K-1) + W(K-1) \quad (1)$$

$$Z(K) = H(K) x(K) + V(K) \quad (2)$$

采用前一讲提到的模型—建立基波分量状态空间模型,两状态电压模型:

$$\begin{bmatrix} X_1(K) \\ X_2(K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(K-1) \\ X_2(K-1) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$Z(K) = \begin{bmatrix} \cos\omega_0 K \Delta T & -\sin\omega_0 K \Delta T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(K) \\ X_2(K) \end{bmatrix} + V(K) \quad (4)$$

三状态电流模型:

$$\begin{bmatrix} X_1(K) \\ X_2(K) \\ X_3(K) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-h\Delta T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(K-1) \\ X_2(K-1) \\ X_3(K-1) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ W(K-1) \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$Z(K) = \begin{bmatrix} \cos\omega_0 K \Delta T & -\sin\omega_0 K \Delta T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1(K) \\ X_2(K) \\ X_3(K) \end{bmatrix} + V(K) \quad (6)$$

## 1.2 故障噪声信号数学模型

步骤:

- I 在试样中间部位划一直线,作为测量基准线,如图 1 所示;
- II 分别调节干燥箱温度为 70℃、冰箱温度为 -40℃;
- III 将试样分别平放在干燥箱和冰箱内,两只试样间距为 2.5 厘米,恒温 6 小时,然后取出,在室温下放置 1 小时,测量试样基准线为 2.44 厘米。

其尺寸变化率为:  $A = \frac{150 - 149.3}{149.3} \times 100\% = 0.46\%$

符合 SG233-81 标准: ( $\pm 0.5\%$ )。

尽管我厂 EPS 泡沫塑料制品在继电器产品包装上已经取得了一定成绩,在新工艺新技术层出不穷的今天,我们将进一步加强对泡沫塑料的应用研究,使其在生产中进一步发挥作用。

\* 本文 1992 年 7 月收稿

电压噪声信号和电流噪声信号的方差均按指数规律递减，分别为：

$$R_v(K) = R_v(0) e^{-K\Delta T/\tau} \quad (7)$$

$$R_i(K) = R_i(0) e^{-K\Delta T/\tau} \quad (8)$$

衰减时间常数的选择方法是，接地故障  $\tau=0.3U^{0.79}$ ；相间故障  $\tau=0.1U^{0.95}$ ，公式中的  $U$  代表电压等级（千伏）。

### 1.3 电压、电流卡尔曼滤波递推公式

由于增益矩阵  $K(K)$  和观测矩阵  $H(K)$  与量测值  $Z(K)$  无关，因此， $K(K)$  和  $H(K)$  可以离线算出，以减少实时计算量。

在完成卡尔曼滤波距离继电器方案中，需要估计三个电压和四个电流的状态值。在估计电压状态值时， $H$  向量可完成：

$$H(K) = [h_1(K) \quad h_2(K)] = [\cos\omega_0 K\Delta t \quad -\sin\omega_0 K\Delta t]$$

而卡尔曼滤波增益为：
$$K(K) = \begin{bmatrix} K_{1v}(K) \\ K_{2v}(K) \end{bmatrix}$$

对于电流，
$$H(K) = [H_1(K) \quad h_2(K) \quad 1] = [\cos\omega_0 K\Delta T \quad -\sin\omega_0 K\Delta T \quad 1]$$

其滤波增益矩阵为：
$$K(K) = \begin{bmatrix} K_{1i}(K) \\ K_{2i}(K) \\ K_{3i}(K) \end{bmatrix}$$

电压和电流的估计可以按方程式(9)确定，而预测值用方程(10)决定。为了方便将方程中的“ $K$ ”标记省略。方程(9)和(10)并不是正规的向量方程，但这种表示方法有利于向量信号处理器的运算处理。

运算处理的方法是，用  $H$  向量乘以滤波器中的  $\hat{X}$  向量，测量值  $Z$  加到对应的项形成  $(Z+HX)$  向量，这个向量再同  $K$  向量相乘，并与  $\hat{X}$  向量相加形成新的估计值。新的估计值与状态转移矩阵相乘产生新的预测值。

卡尔曼滤波流程图如图 1 所示。

### 1.4 卡尔曼滤波模型参数的选择

滤波器对状态的最佳估计，是建立在对状态变量和误差协方差初始值  $X(0)$  和  $P(0)$  的正确估计，以及所拟准确噪声信号模型的基础上。

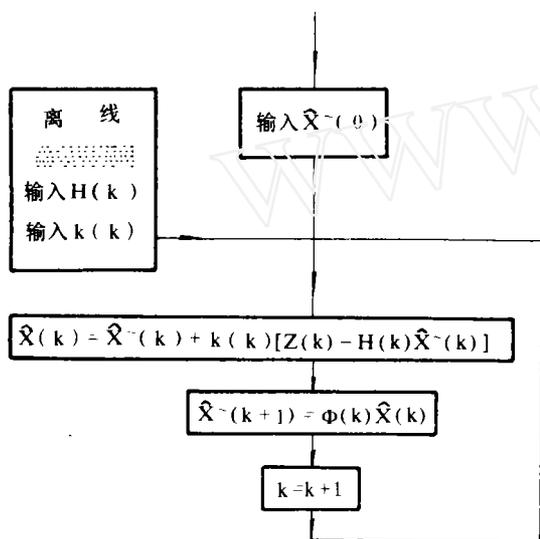


图 1 卡尔曼滤波流程图

而这些具有统计特性的随机变量受许多因素影响，如电力系统结构、短路点的位置等。为了正确选择这些参数，我们采用了功能优异、逼真度极高的 EMTP 程序，并且以邹县——潍坊 500kV 输电线路为例进行了故障暂态仿真运算。模拟系统图如图 2 所示。在全长 376.4km 的邹——潍仿真线路上，均匀地设置 10 个短路点，使用 EMTP 程序作出短路暂态信号及稳态信号曲线，以确定随机信号的统计特性。

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \\ \hat{X}_3 \\ \hat{X}_4 \\ \hat{X}_5 \\ \hat{X}_6 \\ \hat{X}_7 \\ \hat{X}_8 \\ \hat{X}_9 \\ \hat{X}_{10} \\ \hat{X}_{11} \\ \hat{X}_{12} \\ \hat{X}_{13} \\ \hat{X}_{14} \\ \hat{X}_{15} \\ \hat{X}_{16} \\ \hat{X}_{17} \\ \hat{X}_{18} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{X}_1^- \\ \hat{X}_2^- \\ \hat{X}_3^- \\ \hat{X}_4^- \\ \hat{X}_5^- \\ \hat{X}_6^- \\ \hat{X}_7^- \\ \hat{X}_8^- \\ \hat{X}_9^- \\ \hat{X}_{10}^- \\ \hat{X}_{11}^- \\ \hat{X}_{12}^- \\ \hat{X}_{13}^- \\ \hat{X}_{14}^- \\ \hat{X}_{15}^- \\ \hat{X}_{16}^- \\ \hat{X}_{17}^- \\ \hat{X}_{18}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{1V} \\ K_{2V} \\ K_{1V} \\ K_{2V} \\ K_{1V} \\ K_{2V} \\ K_{1I} \\ K_{2I} \\ K_{3I} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_3 \\ Z_4 \\ Z_4 \\ Z_4 \\ Z_5 \\ Z_5 \\ Z_5 \\ Z_6 \\ Z_6 \\ Z_6 \\ Z_7 \\ Z_7 \\ Z_7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h_1 \cdot \hat{X}_1^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_1^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_3^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_3^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_5^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_5^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_7^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_7^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_7^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_{10}^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_{10}^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_{10}^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_{13}^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_{13}^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_{13}^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_{16}^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_{16}^- \\ -h_1 \cdot \hat{X}_{16}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h_2 \cdot \hat{X}_2^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_2^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_4^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_4^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_6^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_6^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_8^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_8^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_8^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_{11}^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_{11}^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_{11}^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_{14}^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_{14}^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_{14}^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_{17}^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_{17}^- \\ -h_2 \cdot \hat{X}_{17}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\hat{X}_9^- \\ -\hat{X}_9^- \\ -\hat{X}_9^- \\ -\hat{X}_{12}^- \\ -\hat{X}_{12}^- \\ -\hat{X}_{12}^- \\ -\hat{X}_{15}^- \\ -\hat{X}_{15}^- \\ -\hat{X}_{15}^- \\ -\hat{X}_{18}^- \\ -\hat{X}_{18}^- \\ -\hat{X}_{18}^- \end{bmatrix} \quad (9)$$

### 状态初始估计值 $\hat{X}(0)$ 的确定

对  $\hat{X}(0)$  的确定考虑了四种方法：

- (1) 短路前的状态值；
- (2) 短路前状态值的 0.7 倍（电压滤波）；
- (3) 取过程均值为零；
- (4) 在故障前正弦曲线上，取两个采样值计算  $\hat{X}(0)$ ，

表 状态变量定义

$X_1, X_2$	.....A 相电压
$X_3, X_4$	.....B 相电压
$X_5, X_6$	.....C 相电压
$X_7, X_8, X_9$	.....A 相电流
$X_{10}, X_{11}, X_{12}$	.....B 相电流
$X_{13}, X_{14}, X_{15}$	.....C 相电流
$X_{16}, X_{17}, X_{18}$	.....中线电流

$$\text{即 } \begin{bmatrix} X_1(0) \\ X_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z(0) \\ Z(-\frac{\pi}{2}) \end{bmatrix}$$

仿真运算结果表明，采用后两种方法效果

较好，考虑到运算简单起见，取第三种方法  $\hat{X}(0)=0$

### 初始协方差阵 $P(0)$ 和噪声信号方差初始值 $R(0)$ 的确定

由卡尔曼滤波性质可知， $P(0)$  和  $R(0)$  同乘一常数时滤波增益  $K$  ( $K$ ) 不变。只要合理的选择  $P(0)$  和  $R(0)$  的比值关系，就可以得到最佳状态估计。具体做法是，先固定  $P(0)$

并取  $P(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$  (两状态电压模型)，或  $P(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  (三状态电流模型)，再通

过仿真运算确定  $R(0)$ ，在维持  $P(0)$  和  $R(0)$  比例关系不变的前提下，同时扩大或缩小某一个倍数，来寻求最佳滤波参数。

综合所有不同类型、不同地点故障、不同弧光电阻的卡尔曼滤波状态估计的结果，找到一套适合于各种故障情况的电压卡尔曼滤波参数：

噪声信号衰减时间常数： $\tau=35\text{ms}$ ；

初始状态估计： $\hat{X}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ；

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \\ \hat{X}_3 \\ \hat{X}_4 \\ \hat{X}_5 \\ \hat{X}_6 \\ \hat{X}_7 \\ \hat{X}_8 \\ \hat{X}_9 \\ \hat{X}_{10} \\ \hat{X}_{11} \\ \hat{X}_{12} \\ \hat{X}_{13} \\ \hat{X}_{14} \\ \hat{X}_{15} \\ \hat{X}_{16} \\ \hat{X}_{17} \\ \hat{X}_{18} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ \alpha \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \\ \hat{X}_3 \\ \hat{X}_4 \\ \hat{X}_5 \\ \hat{X}_6 \\ \hat{X}_7 \\ \hat{X}_8 \\ \hat{X}_9 \\ \hat{X}_{10} \\ \hat{X}_{11} \\ \hat{X}_{12} \\ \hat{X}_{13} \\ \hat{X}_{14} \\ \hat{X}_{15} \\ \hat{X}_{16} \\ \hat{X}_{17} \\ \hat{X}_{18} \end{bmatrix} \quad (10)$$

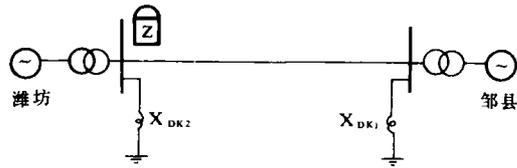


图2 仿真模型网络

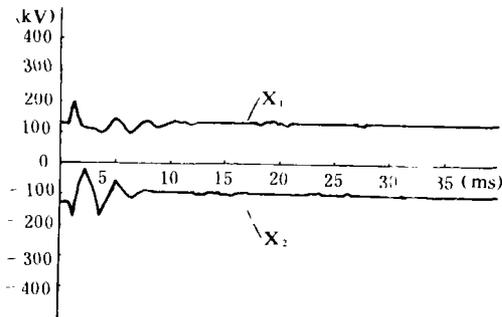
其主要参数如下:

- 输电线长度  $L=376.4\text{km}$
- 正序阻抗  $Z_1=9.81+j108.1\Omega$
- 零序阻抗  $Z_0=84.5+j383.9\Omega$
- 线路对地正序电容  $C_1=0.0132\mu\text{F}/\text{km}$
- 线路对地零序电容  $C_0=0.0090\mu\text{F}/\text{km}$
- 等效系统阻抗  $Z_{S1}=j112.6\Omega$
- $Z_{S2}=j173.2\Omega$
- 电抗器阻抗  $X_{DK1}=X_{DK2}=1390\Omega$
- 短路瞬间两侧电势  $E_{1M}=525\sin\omega t$
- $E_{2M}=500\sin(\omega t+\Phi)$
- $\Phi$  为两侧电势摆开角, 在仿真计算中取  $\Phi=30^\circ$

初始误差协方差阵:  $P(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ;

噪声信号方差初始值:  $R_v(0) = 1.2$ 。滤波结果:

平均收敛速度为 10ms, 平均最大误差小于 3%。下面给出全线 50% 处 A 相短路时, 故障相滤波结果图。



$X_1$ —实部  $X_2$ —虚部

图3 卡尔曼滤波状态估计值

故障相电流卡尔曼滤波参数:

噪声信号衰减时间常  $\tau=35\text{ms}$

初始状态估计:  $\hat{X}(0) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

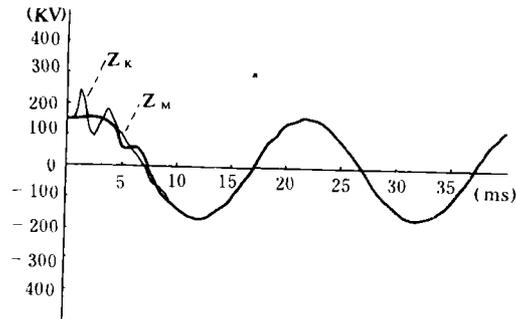


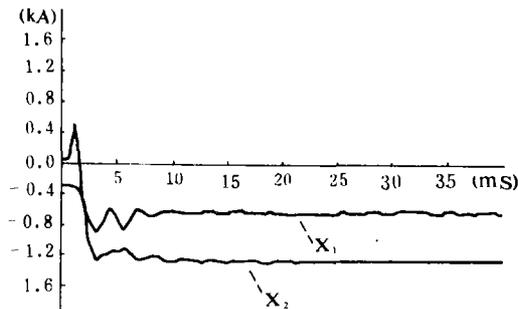
图4 卡尔曼滤波后波形  $Z_k$ , 故障后稳态波形  $Z_w$

$$\text{初始误差协方差阵: } \hat{P}(0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

直流分量衰减系数:  $\beta=70$

噪声信号方差初始值:  $R_1(0)=0.05$ , 滤波结果:

平均收敛速度为 8.75ms, 平均最大误差小于 1.58%。下面给出电流滤波波形图见图 5。



$X_1$ —实部  $X_2$ —虚部

图 5 电流卡尔曼滤波状态估计值

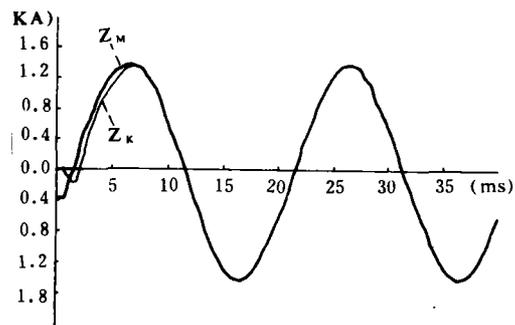


图 6 电流卡尔曼滤波后波形

$Z_k$  故障后稳态波形  $Z_w$

## 2 故障阻抗计算及测距

由卡尔曼滤波器可得到精确的基波分量估计值, 根据故障分类结果 (因篇幅有限, 利用卡尔曼滤波进行故障分类的方法, 不作介绍, 可参考有关文献), 选择故障相电压—电流对, 计算故障视在阻抗和故障距离。故障视在阻抗为:

$$Z_{app} = R_{app} + jX_{app} = \frac{V_{s1} + jV_{s2}}{I_{s1} + jI_{s2}} \quad (11)$$

为了减小过渡电阻  $R_f$  的影响, 需要考虑馈入故障点的电流 ( $I_d + jI_q$ ), 对于单相接地故障, 馈入故障点的电流与零序电流成正比; 对于相间故障, 馈入电流正比于两故障相补偿电流之差 (补偿电流为卡尔曼滤波器滤取的基波电流估计值减去故障前的电流值)。此时, 视在阻抗修正为:

$$Z_{app} = (R_1 + jX_1)L + \frac{R_f K_f (I_d + jI_g)}{I_{s1} + jI_{s2}} \quad (12)$$

$$\text{或} \begin{bmatrix} R_{app} \\ X_{app} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 & (I_d I_{s1} + I_q I_{s2}) / I_{sm}^2 \\ X_1 & (-I_d I_{s2} + I_g I_{s1}) / I_{sm}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L \\ K_f R_f \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中,  $I_{sm}^2 = I_{s1}^2 + I_{s2}^2$ ,  $K_f$  为过渡电阻与馈入电流之间相联系的因子系数。

设:  $A = (I_d I_{s1} + I_q I_{s2}) / I_{sm}^2$

$B = (-I_d I_{s2} + I_g I_{s1}) / I_{sm}^2$

则故障距离  $L$  的计算公式为:  $L = \frac{B \cdot R_{app} - A X_{app}}{B \cdot R_1 - A \cdot X_1}$  (14)

下面给出全线 50% 处 A 相故障测距结果图见图 7

### 3 结束语

卡尔曼滤波, 是线性、无偏、最小方差的实时递推滤波, 是一种高效、优化的数据处理方法。随着向量信号处理机的出现, 卡尔曼滤波的应用日趋广泛。写此文章之目的是为推动卡尔曼滤波在微机继电保护上的应用尽一点微薄之力。本人水平有限, 错误在所难免, 恳请读者不吝指正。(全文完)

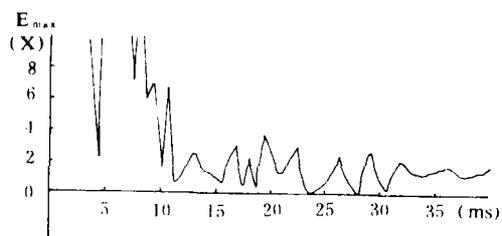
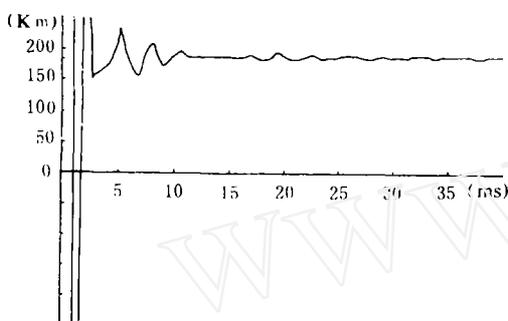
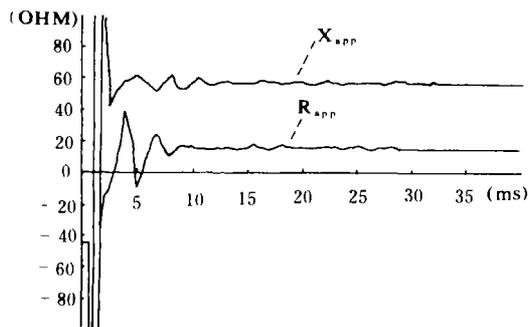


图7 全线50%处A相故障  
测距结果(188.4km)

### 参 考 文 献

- 1 [英] S. M. 鲍齐克著. 数字滤波和卡尔曼滤波. 科学出版社.
- 2 陈新海编. 现代控制理论(第三册)最佳估计理论. 北京航空学院出版社.
- 3 韩曾晋编著. 现代控制理论和应用. 北京出版社.
- 4 M. S. Sachdev N. G. Johnson and H. C. Wood. Kalman Filtering Applied to Power System Measurements for Relaying. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. pas104, No. 12, Dec 1985
- 5 Y. V. V. S. Murty W. J. Smolinski A Kalman Filtering Based Digital Percentage Differential and Ground Fault Relay for A 3-phase Power Transformer. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 5, No. 3, July 1990
- 6 A. A. Girgis and D. Hwang. Optimal Estimation of Voltage Phasors and Frequency Deviation Using Linear and Non-Linear Kalman Filtering: Theory and Limitations. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol. pas103, No. 10, Oct, 1984
- 7 A. Girgis and G. Hart. Implementation of Kalman and Adaptive Kalman Filtering Algorithms For Digital Distance Protection on A Vector Signal Processor. IEEE Transactions on Power Delivery, Vol. 4, No. 1, January 1989