

利用卡尔曼滤波理论在线估计电压和电流的递归方法

山东工业大学 于九祥 汤健红

内容摘要

本文论述了利用卡尔曼滤波原理估计暂态过程中的基波电压和电流分量。并以二状态电压模型和三状态电流模型为例，对卡尔曼滤波模型参数的确定进行了分析研究。所述算法在山东邹县—潍坊500kV数字仿真线路上进行了不同点短路的仿真验算，结果表明，该算法的精度和收敛速度都明显的优于一般的滤波算法，而且实时计算简单，特别适合于在高压输电线路的微机保护上应用。

引言

电力系统计算机保护，特别是数字式距离保护，在这十五年期间，一直是一个研究和研制的活跃领域。由于传统的继电保护原理是建立在工频电气量的基础上，为了从短路的暂态信号中估计出基波信息的相量，Mann和Morrison及Gilchrist、Rockefeller Udren提出了短数据窗技术，从采样数据中得到基波电压和电流参数，然后计算保护安装处至短路点的阻抗。Hope和Umamaheswaren、Phadke等人及Schweitzer提出了应用长数据窗算法。它们是基于富里叶运算及与奇、偶方波相关技术。Sachder和Baribeau提出了最小二乘方技术。所有这些技术对故障感应噪声都采取了不同的简化假定，程度不同的要影响到计算精度和响应速度。

为了充分开发、利用功能完善的第四代微机的优越性，近几年还提出了几种新型的阻抗算法技术，譬如，迭代算法引入微机阻抗保护中，作为故障定位算法，基于动态系统参数估计技术的故障定位算法，以及基于比相原理的瞬时值符合逻辑运算法等。所述的各种算法从不同的方面对常规保护功能的改善做了许多有益的工作，为继电保护在理论上、技术上的发展开辟了一条新的途径。但是，从大多数算法的讨论中看出，高速动作的继电保护，不可避免地工作在输电线路故障后的暂态过程中，其输入信号除了基波分量以外，含有频谱复杂的各种非基波分量，特别在超高压输电系统中，由于分布参数导致了输入信号频谱更为复杂，这就迫使我们必须从其他途径寻求更为合理的继电保护算法。

本文主要介绍以美国控制理论专家R·G·Brown和继电保护专家A·A·Girgis为代表的研究小组，近几年在有关输电线路故障感应噪声模拟、距离保护的Kalman滤

波算法方面的研究成果。本文对这种滤波技术中的有关参数的选择进行了分析研究，并通过数字仿真验算，得到了满意的结果。]

这种算法的出发点是将故障信号中的基频分量看成是有效成份，而将故障中的高次谐波、低次谐波及衰减的非周期分量均作为噪声来处理，从含有噪声的测量中，通过不断的“预测—修正”运算，最优的估计出50Hz电流和电压相量。这种技术充分发挥了计算机所具有的记忆、高速运算和逻辑判断能力，利用参数变化的随机性和先验统计特性，大大提高了估计的准确性。在计算机保护中，应用概率统计和随机控制理论的方法，是对常规保护原理上的一个突破，因为它充分利用了常规保护算法中所忽视的一些明显的随机现象，从而给继电保护原理的研究开辟了一条新途径，可望能使继电保护的性能有个较大的改观。

一 卡尔曼滤波的数学模型

卡尔曼滤波的一般方程已有文章介绍过，但有个别公式表达的意思不明确，因此本文再作一介绍。

表1 离散卡尔曼滤波递推公式

| | |
|--------|--|
| 系统状态方程 | $x_K = \phi_K x_{K-1} + w_K$ |
| 量测方程 | $Z_K = H_K x_K + v_K$ |
| 验前统计量 | $E\{w_K\} = 0, \text{cov}(w_K, w_j) = Q_K \delta_{Kj}$ $E\{v_K\} = 0, \text{cov}(v_K, v_j) = R_K \delta_{Kj}, \text{cov}(w_K, v_j) = 0$ |
| 状态预测估计 | $\hat{x}_{K/K-1} = \phi_K^T \hat{x}_{K-1}$ |
| 方差预测 | $P_{K/K-1} = \phi_K P_{K-1} \phi_K + Q_{K-1}$ |
| 状态估计 | $\hat{x}_K = \hat{x}_{K/K-1} + K_K (Z_K - H_K \hat{x}_{K/K-1})$ |
| 方差迭代 | $P_K = [I - K_K H_K] P_{K/K-1}$ |
| 滤波增益 | $K_K = P_{K/K-1} H_K^T [H_K P_{K/K-1} H_K^T + d_K]^{-1}$ |
| 初始条件 | $\hat{x}_0 = E[x_0] = \mu_0, \text{Var} x_0 = P_0$ |

上述关系还可以进一步用方框图1表示。

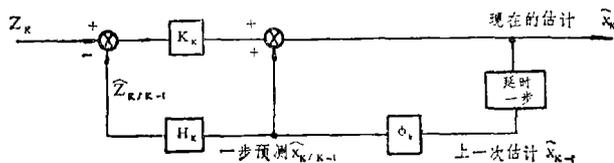


图 1

卡尔曼滤波方程是一套递推关系式，从递推过程可以看出，当滤波问题给出后，即当方程系数 ϕ_k 、 H_K 、初始值 x_0 、 P_0 和噪声的方差矩阵 Q_K 、 R_K 给定后，无需经过量测值 Z_K 和滤波值 \hat{x}_K 的计算，事先便可将 $\{P_k\}$ 、 $\{P_{k/k-1}\}$ 、 $\{K_k\}$ 三个矩阵序列离

线算好备用，使计算滤波时的在线计算量更为减少，满足了应用上的实时性要求。同时还可以看出，计算 \hat{x}_k 时，只用到量测值中的 Z_k 和前面的滤波值 \hat{x}_{k-1} ，而不必将 $Z_1 \cdots Z_{k-1}$ 以及 $\hat{x}_1 \cdots \hat{x}_{k-2}$ 拿来计算，而 Z_k 和 x_{k-1} 用过之后便不再使用，因此不必存储，这样就大大降低了对计算机存储量的要求。再加上递推运算在计算机上极易实现，这就使得卡尔曼滤波技术受到人们更多的关注。

要将卡尔曼滤波应用于电力系统故障信号处理，首先要建立相应的数学模型，并掌握随机过程的统计特性，即确定 Φ_k 、 H_k 、 \hat{x}_0 、 P_0 、 R_k 等诸量。下面介绍它们的确定方法：

1. 确定 Φ_k 和 H_k ：

建立数学模型的出发点是，50Hz的有效信息可以用带有未知幅值和相角的相量表示，假定相量是静止的，参数轴以50Hz频率旋转，这样，50Hz的瞬时值可以写成：

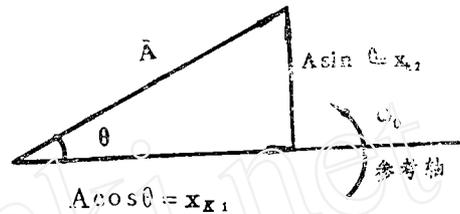


图 2

$$\begin{aligned} S(t) &= A \cos(\omega_c t + \theta) \\ &= \cos \omega_c t \cdot A \cos \theta - \sin \omega_c t \cdot A \sin \theta \\ S(t) &= \cos \omega_c t \cdot x_{k1} - \sin \omega_c t \cdot x_{k2} \end{aligned}$$

任何瞬间的测量值包括信号 $S(t)$ 加上噪声 v ，噪声包括非50Hz分量，测量误差和A/D变换器产生的误差。这时，离散的测量值 Z_k 为：

$$Z_k = [\cos(\omega_c K \Delta t), -\sin(\omega_c K \Delta t)] \begin{bmatrix} x_{k1} \\ x_{k2} \end{bmatrix} + v_k$$

卡尔曼滤波的目的在于以极短的时间从含有非基波分量的暂态信号中，精确的估计出 x_{k1} 和 x_{k2} 。

以上所述不难看出，对于二状态电压模型，它的状态矩阵 Φ_k 和测量矩阵 H_k 可以表示为：

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_k = [\cos \omega_c K \Delta t, -\sin \omega_c K \Delta t]$$

由于电流信号存在较大的衰减直流分量，为了提高估计的精确度，再增设一个状态变量处理这个直流分量，这样，表示故障相电流信号的三状态卡尔曼滤波器为：

$$\text{状态方程: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\theta \Delta t} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_k \end{pmatrix}$$

$$\text{测量方程: } Z_k = [\cos(\omega_c K \Delta t), -\sin(\omega_c K \Delta t), 1] \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}_k + v_k$$

对于故障信号中的各次谐波分量，可以设立更多的状态来处理。每次谐波量设立两个状态，与处理基波情况类似，显然，这样处理将增加计算工作量。为了简化处理，将基波以外的所有各次谐波视为噪声，对于超高压输电线路，故障信号频谱十分复杂，其噪声

更接近于白噪声，更适合采用卡尔曼滤波技术。

2. 确定 \hat{x}_0 、 P_0 和 R_k

滤波器的最佳估计，是建立在对状态变量和误差（噪声）的协方差初始值 \hat{x}_0 、 P_0 的正确估计，以及设置出准确噪声方差模型的基础上。而这些具有统计特性的随机变量受许多因素影响，如电力系统结构，短路点的位置等。为了正确选择它们，采用EMTP程序，对山东邹县—潍坊500kV输电线，进行了故障暂态仿真运算。模拟系统图3所示。

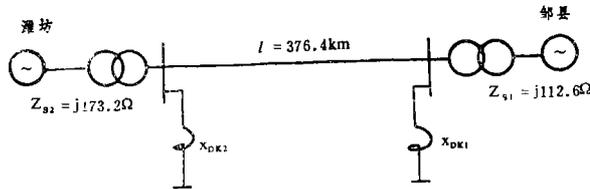


图 3

输电线路参数： $Z_1 = 9.81 + j108.10 \Omega$

$$Z_0 = 84.5 + j383.9 \Omega$$

$$C_1 = 0.0132 \mu\text{f}/\text{km}$$

$$C_0 = 0.009 \mu\text{f}/\text{km}$$

两侧电源的电势相位差 $\delta = 30^\circ$

假设短路电阻为 10Ω 。

在全长为376.4km的邹—潍坊真线路上，每隔37.64km均匀的设置一个短路点，使用EMTP程序，作出暂态信号及稳态信号曲线，以确定噪声信号的统计特性。由于噪声信号特征，受故障类型影响较小^[2]，又考虑到卡尔曼滤波的自适应性，所以噪声信号的统计特性，是根据单相接地故障的仿真运算确定的。

对 \hat{x}_0 的确定，考虑了四种方法：

- (1) 短路前的状态值；
- (2) 短路前状态值的0.7倍（电压滤波）；
- (3) 取过程均值为零；
- (4) 在故障前正弦曲线上，取两个采样值计算 \hat{x}_0 ，

$$\text{即} \begin{bmatrix} x_{10} \\ x_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0 \\ Z_{-xZ_2} \end{bmatrix}$$

仿真运算结果表明，采用后两种方法效果较好，考虑到运算简单起见，取第三种方法， $\hat{x}_0 = 0$ ，由于对系统作观察之前，因尚未对状态进行估计，因此取 $\hat{x}_0 = 0$ 也是合乎逻辑的。

噪声信号模型，采用衰减的直流形式表示^[2]，即 $R_k = R_0 e^{-k\Delta t/\tau}$ 。衰减时间常数 τ 的选择方法^[1]是，接地故障， $\tau = 0.3U^{0.79}$ ；相间故障， $\tau = 0.1U^{0.95}$ ，公式中的 U 代表电压等级（千伏）。 R_0 的选择要与初始协方差 P_0 综合考虑。根据卡尔曼滤波的性质，当 P_0 、 Q_{k-1} 、 R_k （ $K = 1, 2, \dots$ ）同乘以标量时，滤波增益 K_K 不变。由于负荷变化引起的动态噪声方差 Q_{k-1} 影响很小，如果不考虑它的影响，只要合理的选择 P_0 和 R_K 的比例关系，就可以得到良好的滤波性能。我们的做法是先固定 P_0 ，并取 $P_0 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 \\ 0 & 1.0 \end{bmatrix}$

(在二状态电压模型中), 或 $P_0 = \begin{bmatrix} 1.0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0 \end{bmatrix}$ (在三状态电流模型中), 然后通过仿真运算, 确定 R_0 。在维持 P_0 和 R_0 比例关系不变的前提下, 同时扩大或缩小某一个倍数, 来寻求最佳滤波参数。选择结果在下面一个问题里介绍。

二 卡尔曼滤波仿真实验结果

在仿真计算中, 采样速率采用32点/每周波, 程序框图如图4所示。

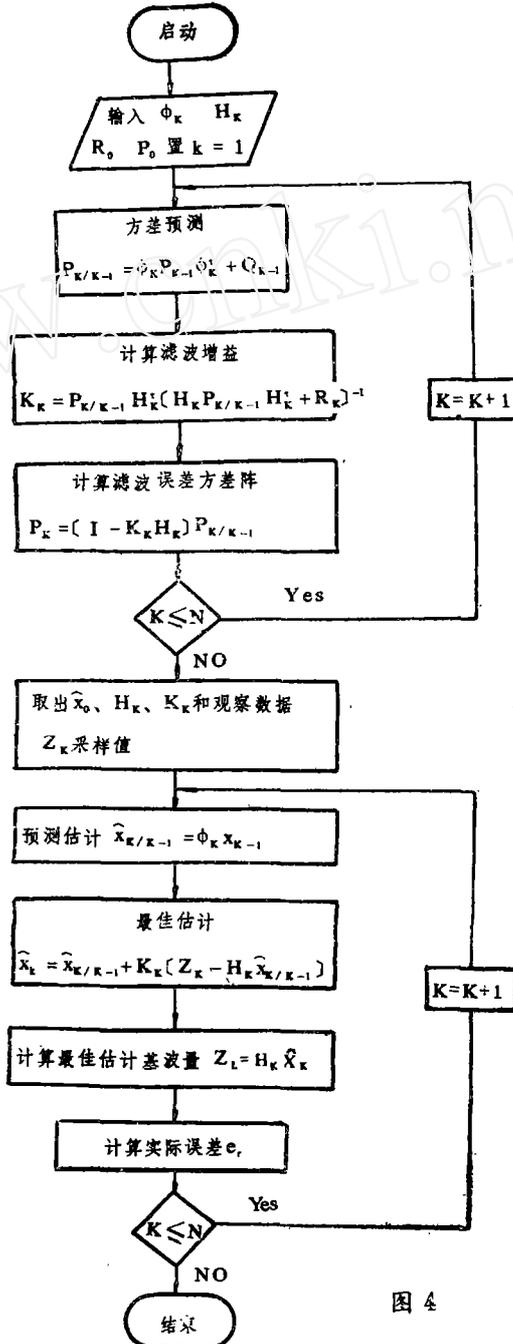


图 4

1. 三状态电流滤波:

实验条件是, 在电压过峰值和过零值时, 在线路全长的20%处、50%处和80%处进行了短路实验, 在已确定了一些滤波参数的基础上, 又重点考查了 R_s 和 β 对滤波性能的影响, 其结果如表2所示。

表2

| 滤波参数 | | 20%处 | | 50%处 | | 80%处 | | | | | | | |
|---------|-------|--------|-------------|--------|-------------|--------|-------------|------|-----|-------|-------|-------|------|
| | | 电压过零值 | 电压过峰值 | 电压过零值 | 电压过峰值 | 电压过零值 | 电压过峰值 | | | | | | |
| β | R_o | 收敛时间ms | e_{max} % | 收敛时间ms | e_{max} % | 收敛时间ms | e_{max} % | | | | | | |
| 90 | 0.25 | 9.375 | 3 | 9.375 | 2.3 | 8.75 | 2.7 | 10 | 1.5 | | | | |
| | 0.15 | | | 6.25 | 2.75 | 8.75 | 1.6 | 10 | 1.1 | | 9.375 | 4 | |
| | 0.05 | 8.75 | 2.29 | 10 | 2.93 | 8.2 | 0.9 | 10 | 2.7 | 9.375 | 3 | 9.375 | 5.1 |
| 80 | 0.25 | | | 6.25 | 3.39 | | | | | 7.25 | 5.3 | | |
| | 0.15 | 9.375 | 2.2 | 8.75 | 2.69 | 8.75 | 1.7 | 8.75 | 2.7 | 7.5 | 4.25 | 8.75 | 4.6 |
| | 0.05 | 8.75 | 2 | 8.75 | 2.8 | 8.1 | 0.7 | 8.2 | 1.2 | 9.37 | 2.8 | 8.75 | 2.95 |
| 70 | | | | 8.1 | 5 | | | 8.25 | 5.4 | | | | |
| | 0.15 | | | 8.125 | 4.2 | | | | | | | | |
| | 0.05 | 8.75 | 1.9 | 8.125 | 3.1 | 6.25 | 1.2 | 8.25 | 2.8 | 9.37 | 3.5 | 8.125 | 4.7 |

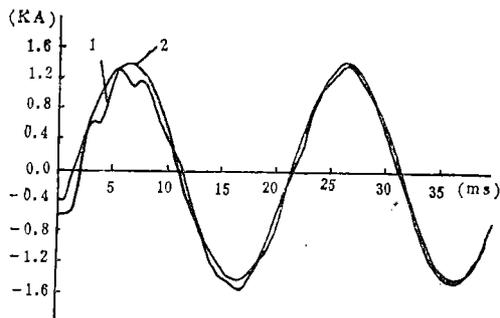
由表中所列数据看出, $R_s = 0.05$, $\beta = 80$, 滤波效果最好。结合前面已确定的滤波参数, 可以得到一套完整的三状态电流滤波的最佳参数为:

$$P_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \hat{x}_0 = 0, Q_{k-1} = 0.01$$

$$\tau = 35\text{ms}, R_s = 0.05, \beta = 80.$$

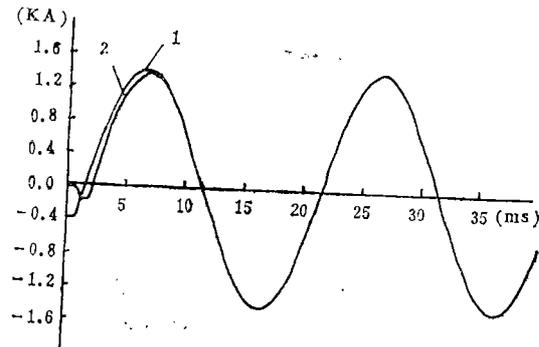
由这套滤波参数, 可以得到如下的电流滤波曲线。

图5~图8为电压过零值, 50%处短路时的电流滤波曲线。



1. 暂态电流曲线; 2. 稳态电流曲线

图5 短路电流曲线



1. 稳态短路电流曲线; 2. 滤波电流曲线。

图6 电流滤波曲线

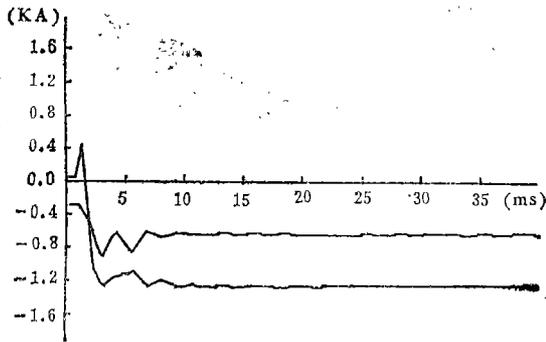


图7 滤波电流的实部和虚部

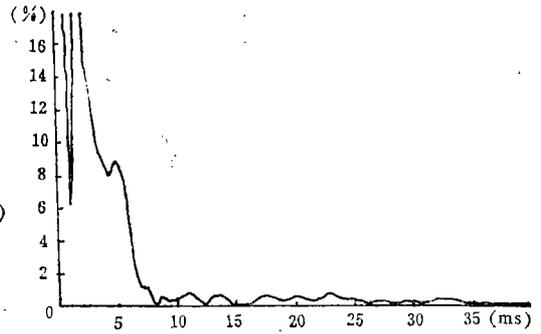
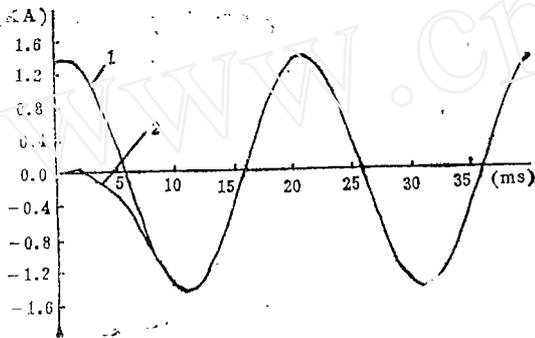


图8 相对误差曲线

图9~图11为电压过峰值, 50%处短路时, 电流滤波曲线。



1. 稳态短路电流曲线 2. 滤波电流曲线

图9 滤波电流曲线

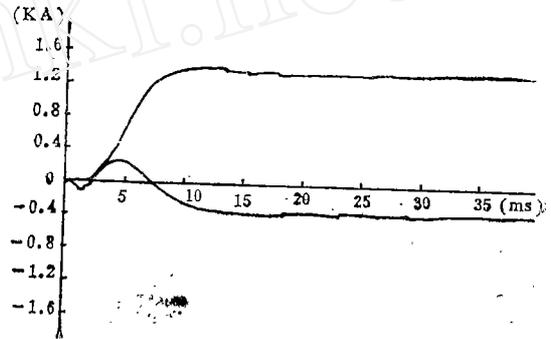


图10 滤波电流的实部和虚部

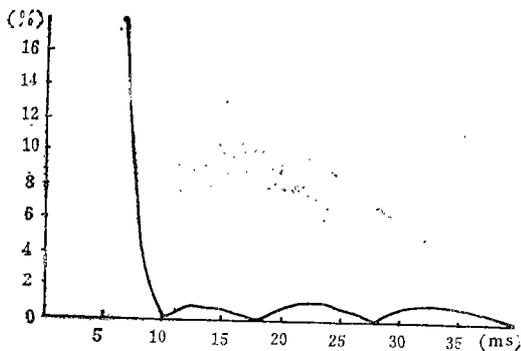
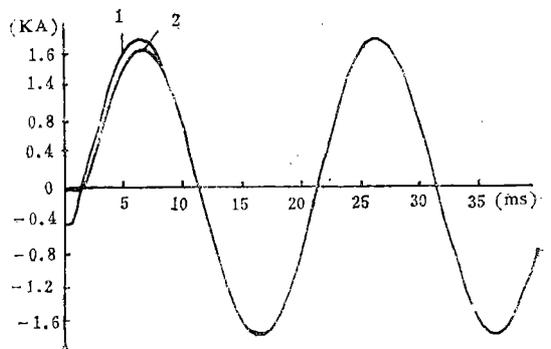


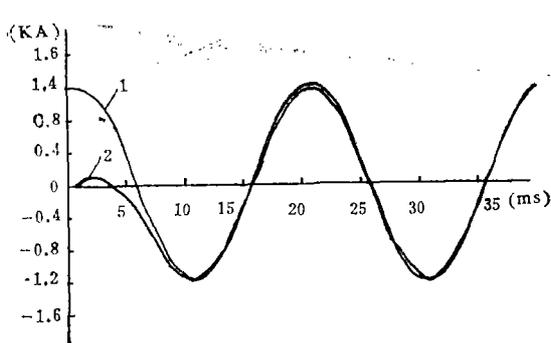
图11 滤波电流的相对误差曲线



1. 稳态短路电流曲线

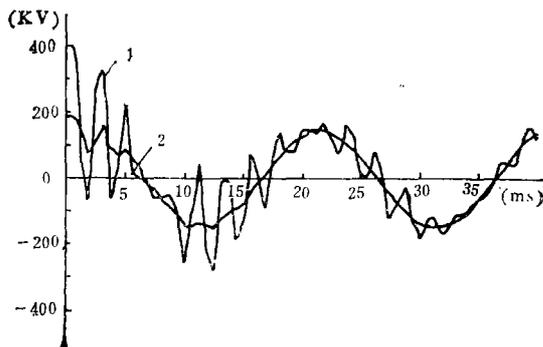
2. 滤波电流曲线

图12 电压过零点 20%处短路时
滤波电流曲线



1. 稳态短路电流曲线;
2. 滤波电流曲线。

图13 电压过峰值, 80%处短路时, 滤波电流曲线。



1. 暂态电压曲线;
2. 滤波电压曲线。

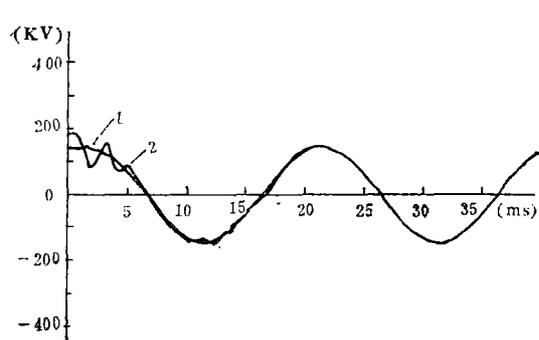
图14 短路电压曲线

2. 二状态电压滤波:

在邹县—潍坊仿真线路上, 每隔10%的长度均匀的设置短路点, 进行仿真运算, 综合实验结果, 得出最佳滤波参数为:

$$P_0 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad \hat{X}_0 = 0 \quad \tau = 35ms \quad R_0 = 0.6$$

根据这套参数, 得到的电压滤波曲线如图14~16所示, 为了节省篇幅, 只介绍在40%处短路的实验结果。



1. 稳态电压曲线
 2. 滤波电压曲线
- 图15 滤波电压曲线

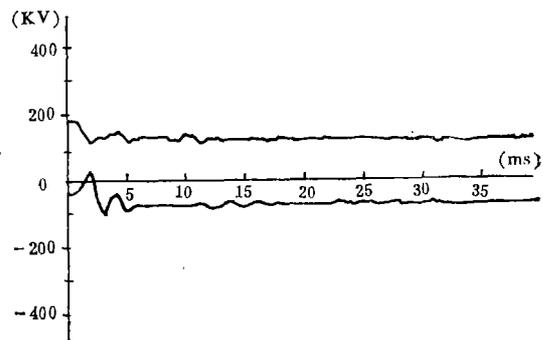


图16 滤波电压的实部和虚部。

三 结 论

1. 卡尔曼二状态电压滤波和三状态电流滤波, 对故障噪声中的低次及高次谐波均有很强的抑制能力, 一般在故障后8~9毫秒即可收敛于精确值, 最大误差小于3%。

2. 对电压过峰值和过零点时发生短路的仿真运算表明, 不同电压初相位下发生短

路,对滤波结果影响不大。

3. 实验表明,影响卡尔曼滤波收敛时间和精确度的主要噪声参数是 P_0 和 R_0 ,其他参数影响不大。

4. 由卡尔曼滤波性质得出,不同的噪声参数能够求得相同的增益系数,使噪声参数的选择比较容易而且省时。

5. 实验结果表明,三状态的电流滤波较二状态的电压滤波效果更好一些,这说明扩大状态量,可以进一步提高滤波精度和收敛速度。

参考文献

1. "Апериодические Составляющие Токов Короткого Замыкания В Сетях Сверхвысокого Напряжения"《Электричество》 No. 9. 1987
2. "Application of Kalman filtering in Computer relaying" IEEE Vol pas—100 No7. 1981
3. Kalman filtering applied to power system measurements for relaying" IEEE vol pas—104, No. 12. 1985
4. "Application of adaptive Kalman filtering in fault classification distance protection, and fault location using microprocessor" IEEE pas—107 No. 1. 1988
5. "现代控制理论基础"王照林等编 国防工业出版社,1981、2
6. "最佳控制的数学方法及其应用"钟翥编编:江苏科学技术出版社,1982、6

~~~~~

上接36页

2. 采用空间分集技术。空间分集就是使用高低不同位置的天线,利用不同的微波直线传输路径,而两条直线传输的衰落情况不同,可择优选用。

3. 采用频率分集技术,即两条微波直线传输的频率不同,衰落不同。

以上这些措施保证了本工程微波电路的质量,大大地改善了收讯的效果。

附带指出,微波电路的建设主要为了通话,全电路从沙角电厂至中调所,有很多微波站,而线路微波保护只复用其中一段,这一段比只有通话段要求更高。本工程采取上述措施使沙角至中山段,沙角至番禺段具有更好的效果,提高了收讯电平,减少了误码率,这就为微波保护的可靠运行提供了微波通道的良好条件。

## 七 结 语

220kV 电力电缆架空线混合线路的保护可用微波保护。由于220kV 电力电缆的重要性,装设两套微波保护,其中一套进口,一套国产。在我国,只要定型生产音频保护接口装置,则微波允许超程方向距离零序电流保护大有作为,将为我国电力事业发挥应有的作用。