继电器及继电保护装置可靠性基础知识讲座（连载四）

许昌继电器研究所　韩天行

七　指数分布的可靠性寿命的评价方法

确定一批产品的寿命，不能对全部产品进行寿命试验，通常采用从整批产品中抽取一部分样品进行抽样试验，能否从抽取的子样来推断总体，这就是用可靠性数学理论对产品可靠性寿命的估计问题，本文仅介绍产品寿命分布为指数分布时的可靠性寿命的评估。

1．点估计

（1）点估计的数学方法——极大似然估计法。

点估计采用的数学方法是极大似然估计法。

极大似然估计法：它根据试验结果，求得估计参数出现可能性最大的值。

（2）完全寿命的点估计

当总体的寿命分布为指数分布，抽取n个子样进行完全寿命试验。当子样试验到全部失效时，统计得到各子样的失效时间分别为t_1、$t_2\cdots t_n$，用极大似然法对失效率λ进行估计。

设总体分布为 $f=(t_1\lambda)=\lambda e^{-\lambda t}$　　（43）

似然函数 $L_1(\lambda)=f(t_1\lambda)\cdot f(t_2\lambda)\cdots f(t_n\lambda)$

$$=\lambda e^{-\lambda t_1}\cdot\lambda e^{-\lambda t_2}\cdots\lambda e^{-\lambda t_n}$$

$$=\lambda^n e^{-\lambda(t_1+t_2+t_n)}$$

$$=\lambda^n e-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i \qquad (44)$$

对（44）取对数得：

$$\ln L(\lambda)=n\ln\lambda-\lambda\sum_{i=1}^{n}t_i \qquad (45)$$

（45）式对失效率λ求导可得：

$$\frac{d\ln L(\lambda)}{d\lambda}=\frac{n}{\lambda}-\sum_{i=1}^{n}t_i=0$$

又 $\because \overline{\theta}=\frac{1}{\lambda}$

$$\therefore\hat{\theta}=\frac{\sum_{i=1}^{n}t_i}{n} \qquad (46)$$

式中 $\hat{\theta}$——平均寿命的点估计值。

（3）截尾寿命的点估计：

1）有替换定时截尾寿命试验的点估计：

在介绍截尾寿命试验时知道：截尾寿命试验分为四类，本节将着重介绍用极大似然法对有替换定时截尾寿命试验进行点估计。

设有替换定时截尾寿命试验的截尾时间为t_0，产品失效数为r。总体寿命分布为指数分布，$f(\lambda t)=\lambda e^{-\lambda t}$，r个产品试验时间各为$t_0$（因为是有替换）则r个失效产品在单位时间内总的失效概率为：

$$\underbrace{\lambda e^{-\lambda t_0}\cdot\lambda e^{-\lambda t_0}\cdots\lambda e^{-\lambda t_0}}_{r个}=\lambda^r e^{-\lambda r t_0}$$

$(n-r)$个不失效产品的试验时间也各为t_0，不失效产品在t_0时不失效概率$R(t_0)=e^{-\lambda t_0}$。

总不失效概率为：$\underbrace{e^{-\lambda t_0}\cdot e^{-\lambda t_0}\cdots e^{-\lambda t_0}}_{n-r个}=e^{-\lambda(n-r)t_0}$

似然函数 $L(\lambda)=\lambda^r e^{-\lambda r t_0}\cdot e^{-\lambda(n-r)t_0}$

$$=\lambda r\ e^{-\lambda n t_0}$$

$$\ln L(\lambda)=r\ln\lambda-\lambda n t_0$$

$$\frac{d\ln L(\lambda)}{d\lambda}=\frac{r}{\lambda}-nt_0=0$$

$$\hat{\lambda}=\frac{r}{nt_0} \qquad (47)$$

平均寿命：$\hat{\theta}=\frac{nt_0}{r}$ （48）

其余三类截尾寿命试验的点估计可按上述方法类推得出截尾寿命点估计的计算公式。

2）无替换定时截尾寿命点估计的计算公式：

$$\hat{\lambda}=\frac{r}{\sum_{i=1}^{r}t_i+(n-r)t_0},\quad \hat{\theta}=\frac{\sum_{i=1}^{r}t_i+(n-r)t_r}{r} \qquad (49)$$

3）有替换定数截尾寿命试验点估计计算公式：

$$\hat{\lambda}=\frac{r}{nt_r},\qquad \hat{\theta}=\frac{nt_r}{r} \qquad (50)$$

4）无替换定数截尾寿命试验点估计计算公式：

$$\hat{\lambda}=\frac{r}{\sum_{i=1}^{r}t_i+(n-r)t_r},\quad \hat{\theta}=\frac{\sum_{i=1}^{r}t_i+(n-r)t_r}{r} \qquad (51)$$

2．区间估计：

（1）置信的区间：

在点估计中，没有考虑平均寿命θ这个未知数的估计精度，误差很大。区间估计就是对未知数θ给出一个估计的范围，但是区间估计中，未知数θ有可能在这区间内，也可能不在这区间内，该区间称为置信区间。

置信区间一般用$[\theta_L\cdot\theta_u]$表示，它包括未知数θ的概率叫做置信度或置信水平，记

为（1－α）。

区间中的ϑ_L称为置信下限；ϑ_N称为置信上限。若一个区间中既有上限，又有下限的置信区叫双边置信区间；若区间为[ϑ_L、∞]或[－∞、ϑ_u]叫ϑ的置信度为（1－α）的单边置信区。

（2）截尾寿命的试验区间估计的计算公式：

1）定数截尾寿命试验：

设总试验时间为T并服从指数分布，失效数为r，置信度为1－α。

双边置信区的置信下限与置信上限分别为：

$$\vartheta_L=\frac{2T}{\chi^2\left(1-\frac{\alpha}{2},2r\right)} \tag{52}$$

$$\vartheta_u=\frac{2T}{\chi^2\left(\frac{\alpha}{2},2r\right)} \tag{53}$$

置信区间为：

$$\left[\frac{2T}{\chi^2\left(1-\frac{\alpha}{2},2r\right)},\quad\frac{2T}{\chi^2\left(\frac{\alpha}{2},2r\right)}\right]$$

单边置信区的置信下限为：

$$\vartheta_L=\frac{2T}{\chi^2(1-\alpha,2r)} \tag{54}$$

置信区间为：

$$\left[\frac{2T}{\chi^2(1-\alpha,2r)},\ \infty\right]$$

2）定时截尾寿命试验：

双边置信区间的置信下限和置信上限分别为：

$$\vartheta_L=\frac{2T}{\chi^2\left(1-\frac{\alpha}{2},2r+2\right)} \tag{55}$$

$$\vartheta_u=\frac{2T}{\chi^2\left(\frac{\alpha}{2},2r\right)} \tag{56}$$

置信区间为：

$$\left[\frac{2T}{\chi^2\left(1-\frac{\alpha}{2},2r+2\right)},\quad\frac{2T}{\chi^2\left(\frac{\alpha}{2},2r\right)}\right]$$

单边置信区的置信下限为：

$$\vartheta_L=\frac{2T}{\chi^2(1-\alpha,2r+2)} \tag{57}$$

置信区间为：

$$\left[\frac{2T}{\chi^2(1-\alpha,2r+2)}\ \infty\right]$$

χ^2值可以查χ^2分布分位数表（表1）

当失效数为零时的θ估计值

单侧下限估计值可由下式计算

$$\theta_L=\frac{2T}{\chi^2(1-\alpha,2)} \tag{58}$$

当置信水平为90%时 $\theta_L=\frac{T}{2.3}$ (59)

当置信水平为60%时 $\theta_L=\frac{T}{0.917}$ (60)

根据以上计算公式，在已知n和r后，根据截尾寿命试验类型先计算出点估计ϑ，再按截尾时的失效数r和给定的置信水平$1-\alpha$，利用表1查出χ^2值，然后用(52)～(57)来计算ϑ的置信水平为$1-\alpha$的双侧置信上，下限ϑ_L和ϑ_u，单侧置信下限值。若要求与双侧置信区间下限相同的单侧置信下限，则相应的置信水平要适当增加。

例1．设有20台电流继电器进行无替换寿命试验，试验到失效数$r=4$时停止试验。这4台失效的继电器发生的时间分别为：2.4×10^4时，4.8×10^4时，8.5×10^4时，1.25×10^4时，设已知该型号的继电器的寿命服从指数分布，试求该继电器的平均寿命的点估计值，和置信水平$1-\alpha=0.9$时平均寿命的双侧置信限和单侧置信限。

解：此试验为无替换定数截尾寿命试验。

其中：$n=20$，$r=4$，$t_r=12.5\times10^4$（时）

$T=(2.4+4.8+8.5+12.5)\times10^4+(20-4)\times12.5\times10^4$

$=228.2\times10^4$（时）

点估计值：$\vartheta=\frac{T}{r}=\frac{228.2\times10^4}{4}=5.705\times10^5$（时）

双侧置信区间下限值：

$$\vartheta_L=\frac{2T}{\chi^2\left(1-\frac{\alpha}{2},\ 2r\right)}=\frac{2\times228.2\times10^4}{\chi^2(0.95,8)}=\frac{456.4\times10^4}{15.5}=29.45\times10^4\text{（时）}$$

双侧置信区上限值：

$$\vartheta_u=\frac{2T}{\chi^2\left(\frac{\alpha}{2},\ 2r\right)}=\frac{2\times228.2\times10^4}{\chi^2(0.05,8)}=\frac{456.4\times10^4}{2.73}=167.18\times10^4\text{（时）}$$

单侧置信区间置信值：

$$\vartheta_L=\frac{2T}{\chi^2(1-\alpha,2r)}=\frac{2\times228.2\times10^4}{\chi^2(0.9,8)}=\frac{456.4\times10^4}{13.4}=34.06\times10^4\text{（时）}$$

例2：设有20台电压继电器进行无替换寿命试验，试验到10^5时停止试验。在试验期间共有3个电压继电器失效，失效发生的时间为：1.2×10^4（时）、4.8×10^4（时）、8.6×10^4（时）。设已知该型号电压继电器的寿命服从指数分布，试求其平均寿命的点估计值，和置信水平$1-\alpha=0.9$时的平均寿命的双侧置信限及单侧置信限。

解：此试验为无替换定时截尾寿命试验。

其$n=20$，$r=3$，$t_0=10^5$时

$$T=(1.2+4.8+8.6)\times10^4+(20-3)\times10^5$$
$$=14.6\times10^4+17\times15^5$$
$$=18.46\times10^5\text{（时）}$$

点估计值：$\hat{\theta}=\dfrac{T}{r}=\dfrac{18.46\times10^5}{3}=6.15\times10^5$时

双侧置信区的下限值：

$$\theta_L=\frac{2T}{\chi^2(1-\frac{\alpha}{2},2r+2)}=\frac{2\times18.46\times10^5}{\chi^2(0.95,8)}=\frac{36.92\times10^5}{15.51}$$
$$=2.38\times10^5\text{（时）}$$

双侧置信区的上限值：

$$Qu=\frac{2T}{\chi^2(\frac{\alpha}{2},\ 2r)}=\frac{2\times18.46\times10^5}{\chi^2(0.05,6)}=\frac{36.92\times10^5}{1.635}=22.58\times10^5\text{（时）}$$

单侧置信区间置信值：

$$Q'_L=\frac{2T}{\chi^2(1-\alpha,\ 2r+2)}=\frac{2\times18.46\times10^5}{\chi^2(0.9,8)}=\frac{36.92\times10^5}{12.36}=2.76\times10^5\text{（时）}$$

八　可靠性抽样检验

在一批数量为N的产品中，抽取n个样品经检验n个样品的质量情况来判断该批产品质量是否合格，这种检验方法称为抽样检验。

1．抽样检验的分类

（1）按抽样方式分：

1）计数抽样检验：它是根据产品技术标准按检验的结果只将单位产品以不合格数来区分合格品和不合格品的一种抽样检验。

2）计量抽样检验：它是指单位产品以某个定量指标（如平均寿命来衡量，以区分合格品和不合格品的抽样检验。

3）可靠性抽样检验：它是将产品质量指标以可靠性特征量（如失效率、平均寿命）来衡量以区分合格与不合格的抽样检验。

（2）按抽样程序分：

1）一次抽样检验。它是在批中只抽取一个单位样本，来判断产品批是否合格的抽

样检验。

2）二次抽样检验。它是二次抽样，第二次是否要抽样，取决于第一次检查的结果。二次抽样检验的两次抽样必须是在同一批产品中抽取。

3）多次抽样检验。它是采用多次抽样，其中第i次是否要抽样，取决于i－1次检查的结果。多次抽样检验的样品也是在同一批产品中抽取。

4）序贯抽样检验。它是每次只从批中抽取一个单位产品，当抽取了K次后（k＝1、2…）其中包含的不合格品r_K个（$r_K=0$、1、2…k），则合格品个数为$n-r_K$个。计算该批产品的不合格品率。$p=p_0$和$p=p_1$时的这个抽验结果的概率比L，并和判断界限比较，作出接收、拒收或继续试验的结果，按此规则一直做下去，直到可作出产品是合格或不合格的判据为止。

2）抽样检验的有关名词术语：

1）生产方风险α：由于抽样的原因，把本来应该是合格的一批产品误判为不合格产品批而加以拒收，从而导致生产方受到损失，称为犯第一类错误，犯第一类错误的概率又称为生产方风险，一般用α表示。

2）使用方风险，由于抽样的原因，把本来是不合格品的一批产品作为合格的产品给予接收，从而导致使用方受到损失，称为犯第二类错误，犯第二类错误的概率又称为使用方风险β，一般用β表示。

3）合格判定数C，是予先规定产品判断合格与否的产品失效数。

4）接收概率　在一批为N个产品抽取任n个样品经发现有r个不合格品，当r不超过合格判定数C时接收这批产品，所以事件"$r\leqslant c$"的概率p称为接收概率。

5）抽样特性曲线：产品的接收概率P是不合品率P的函数，当P越大时，p越小，反之，P越小时，P越大。即接收概率P（$r\leqslant c$）是p的减函数。记为：$L(p)=P(r\leqslant c)$

称函数L（p）在抽样检验中为抽样特性函数，简称"OC"函数。

L（p）在以p为横坐标；L（p）为纵坐标的坐标平面上所对应的曲线称为抽样特性曲线，又称OC曲线，如图19所示。

从图19所知，当P＝0时，L（p）＝1

（3）指数分布下的失效率抽样检验：

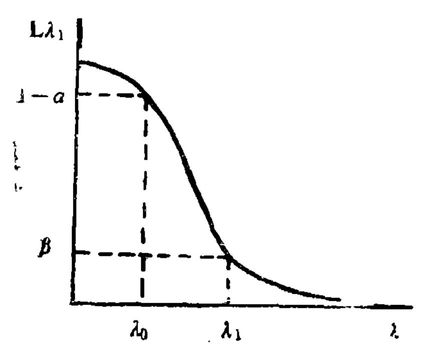

图19　OC曲线

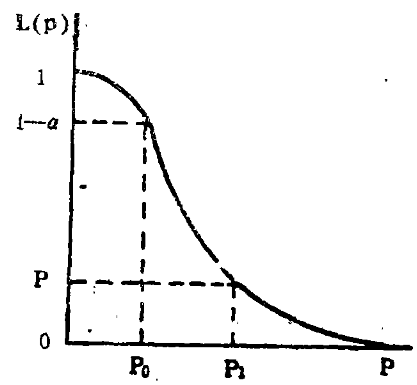

图20　失效率抽验OC曲线

1）特点

在不可修复产品中考核的可靠性指标主要是失效率，其OC曲线如图20所示。

其失效率抽样检验的特点：

a）先假定失效时间的分布后，再制定抽样方案。

b）考虑试验时间，

c）规定质量水平。

可接收的失效率λ_0。记作AFR，其含义为，当产品批失效率$\lambda \leqslant \lambda_0$时，产品是符合要求的。应该以高概率接收。即要求$L(\lambda_0)=1-\alpha$；$\lambda \leqslant \lambda_0$时$L(\lambda) \geqslant L(\lambda_0)=1-\alpha$。

极限失效率λ_1，记作LFR，其含义是当产品批失效率$\lambda \geqslant \lambda_1$时，产品是不符合要求的，应该以低概率接收。即要求$L(\lambda_1)=\beta$；$\lambda \geqslant \lambda_1$时$L(\lambda)<L(\lambda_1)=\beta$

α、β、λ_0、λ_1通常根据生产方的可能和使用方的需要来确定，一般α取0.05、β取0.10，λ_0可取同类产品中较先进的水平，并且估计生产方能达到的，λ_1的选择根据产品在使用中可重要性来确定，是关健性的产品。λ_1应与λ_0比较接近，$\frac{\lambda_0}{\lambda_1}$可选$\frac{1}{3}\sim\frac{1}{2}$一般可取$\frac{1}{5}\sim\frac{1}{10}$。

2）制定抽检方案的原理：

a）根据质量指标建立假设。

当$\lambda \leqslant \lambda_0$时，认为产品是好的。

当$\lambda > \lambda_1$时，认为产品是不好的。

b）确定抽样规则。

从一批产品中任抽几个样品进行寿命试验，到事先规定的截止时间t时停止试验，如在时间〔0、t〕内有r个产品失效，则规定：

当$r \leqslant c$时，认为产品失效率符合要求，可以接收该批产品。当$r > c$时认为产品失效率不符合要求。拒收该批产品。

c）计算接收概率：

一个产品在〔0、t〕内的失效概率为$P(T<t)=F(t)$.而在〔0、t〕内不失效的概率为$R(t)=1-F(t)$。因而n个产品进行寿命试验在〔0、t〕内失效r个的概率为：

$$P(x=r)=\binom{n}{r}[F(t)]^r[R(t)]^{n-r}$$

设产品的寿命失效分布为指数分布时，接收概率为：

$$L(\lambda)=P(r \leqslant C;\lambda)=\sum_{r=0}^{C}\binom{n}{r}(1-e^{-\lambda t})^r(e^{-\lambda t})^{n-r} \cdots (61)$$

d）建立接收概率方程组：

根据失效率抽验OC曲线，建立满足给定参数的接收概率方程组即：

$$\begin{cases} L(\lambda_0)=1-\alpha & (62) \\ L(\lambda_1)=\beta & (63) \end{cases}$$

当$T=nt$时，则式（62）、（63）可写为：

$$L(\lambda_0)=P(\chi^2(2c+2)\geqslant 2\lambda_0 T)=1-\alpha$$

$$L(\lambda_1)=P(\chi^2(2c+2)\geqslant 2\lambda_1 T)=\beta$$

由χ^2分布分位数定义得到：

$$\begin{cases} T=\dfrac{1}{2\lambda_0}\chi^2(\alpha,\ 2c+2) & (64) \\ T=\dfrac{1}{2\lambda_1}\chi^2(1-\beta,\ 2c+2) & (65) \end{cases}$$

由给定α、β、λ_0、λ_1解方程组可求得抽样方案（T、C）。

如果为了保证使用方的要求，仅控制使用方风险β及极限失效率λ_1，在满足$L(\lambda_1)=\beta$的前提下，考虑用尽可能少的抽样量及试验时间，并适当照顾到生产方风险α，这样可根据（65）式求得：

$$n\approx\frac{\chi^2(1-\beta,\ 2c+2)}{2\lambda_1 t} \qquad (66)$$

对应于$c=0$、1、2…可求出相应的n值。

根据这样的原则制定的失效率抽验方案称为LFR方案（又称TER方案）。

（4）指数分布下的平均寿命抽样检验：

1）特点：

平均寿命抽样检验的特点与失效率抽样验检相同。

可接收的平均寿命ϑ_0是指当产品批平均寿命$\vartheta>\vartheta_0$时，产品是符合要求的，可以以高概率接收。即要求$L(\vartheta_0)=1-\alpha$；于是当$\theta\geqslant\vartheta_0$时，$L(\vartheta)\geqslant L(\vartheta_0)=1-\alpha$。

极限平均寿命ϑ_1是指当产品批平均寿命$\vartheta\leqslant\vartheta_1$时，产品是不符合要求、应该以低概率接收，即要求$L(\vartheta_1)=\beta$，于是$\vartheta\leqslant\vartheta_1$时，$L(\vartheta)\leqslant L(\vartheta_1)=\beta$。

α、β、ϑ_0、ϑ_1通常根据生产方的可能及使用方的要求协商决定。

2）定时截尾寿命试验抽样方案：

从一批产品中任取n个样品进行寿命试验，试验到规定的截止时间t停止，如在[0、t]这段时间内共有r个样品失效，若规定合格判定数为c，当$r\leqslant c$时，认为该批产品合格，接收该批产品；当$r>c$时，认为该批产品不合格，拒收。

在给定试验截止时间t、抽验量n，合格判定数c下，定时截尾寿命试验下平均寿命的接收概率。

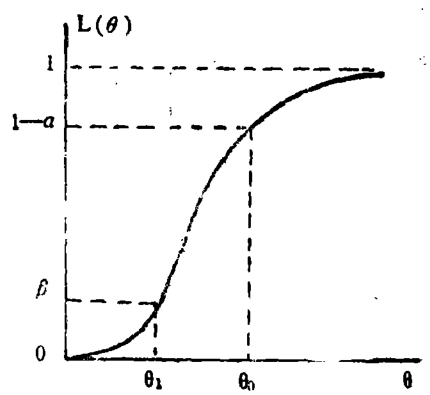

图21　平均寿命抽样OC曲线

$$L(\vartheta)=P(r\leqslant c,\ \vartheta)=\sum_{r=0}^{c}\frac{\left(\frac{nt}{\vartheta}\right)^r}{r!}e^{-\frac{nt}{\vartheta}}=\int_{\frac{2nt}{\vartheta}}^{\infty}f(\chi^2,\ 2c+2)\,d\chi$$

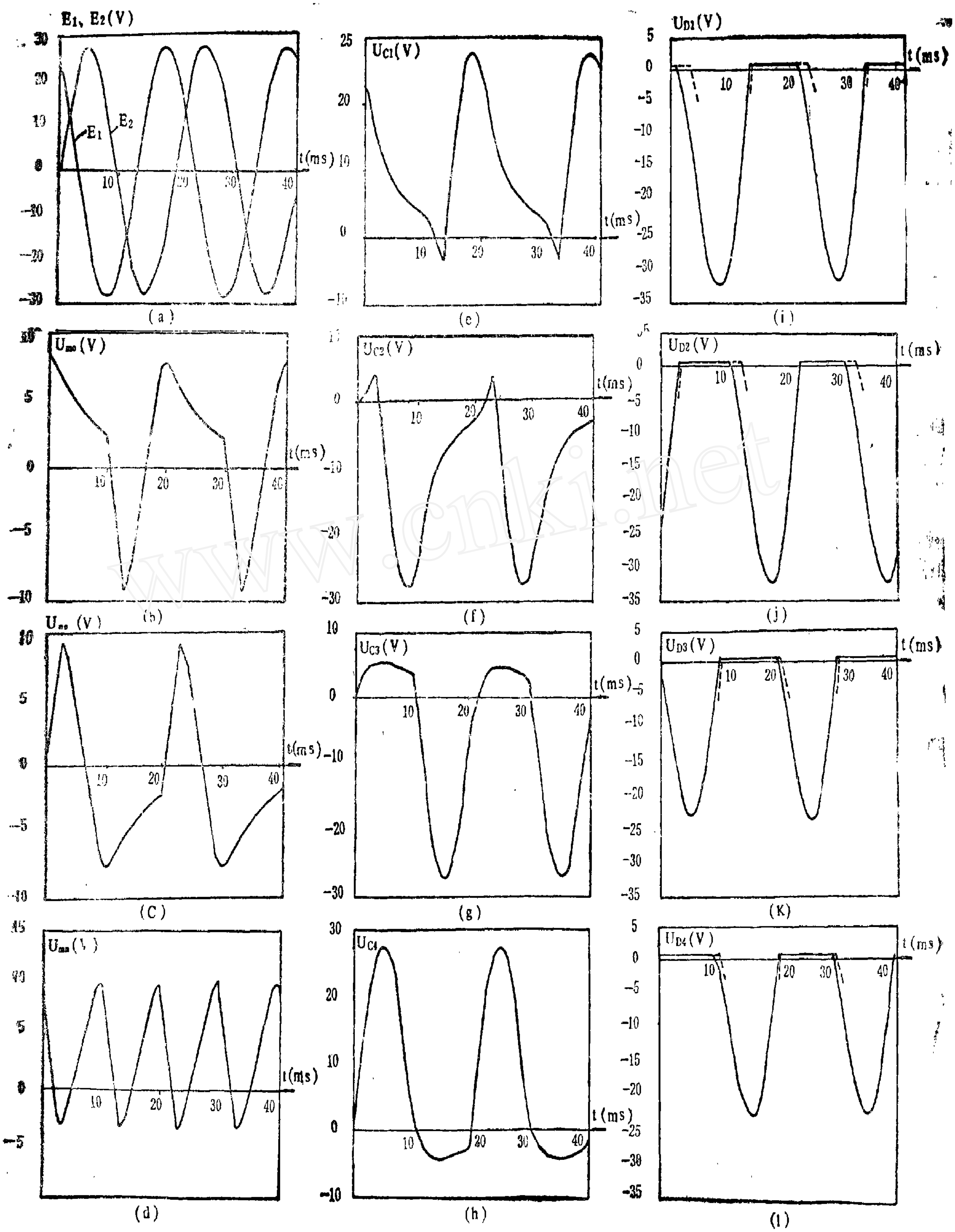

图4 计算机仿真计算所得相敏电路中各滤波电容、二极管与输出电压的波形图

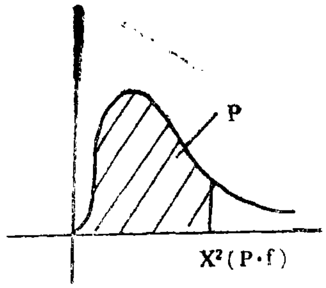

表1　χ²分布分位数表

给出自由度f和概率p面积，求χ²（p·f）

p / f	0.01	0.02	0.05	0.10	0.20	0.30	0.50	0.70	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99	0.999
1	0.03157	0.03628	0.02398	0.0158	0.0642	0.148	0.455	1.074	1.642	2.706	3.841	5.412	6.635	10.828
2	0.0201	0.0404	0.103	0.211	0.446	0.713	1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.824	9.210	13.816
3	0.115	0.185	0.352	0.584	1.005	1.424	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.837	11.345	16.266
4	0.297	0.429	0.711	1.064	1.649	2.195	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.668	12.277	18.467
5	0.554	0.752	1.145	1.610	2.343	3.000	4.315	6.064	7.289	9.236	11.070	13.388	15.068	20.515
6	0.872	1.134	1.635	2.204	3.070	3.828	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	15.033	16.812	22.458
7	1.239	1.564	2.167	2.833	3.822	4.671	6.346	8.383	9.803	12.017	14.067	16.622	18.475	24.322
8	1.646	2.032	2.733	3.490	4.594	5.527	7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	18.168	20.090	26.125
9	2.088	2.532	3.325	4.168	5.380	6.393	8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	19.679	21.666	27.877
10	2.558	3.059	3.940	4.865	6.179	7.267	9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	21.161	23.209	29.588
11	3.053	3.609	4.575	5.578	6.989	8.148	10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	22.618	24.725	31.264
12	3.571	4.178	5.226	6.304	7.807	9.034	11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	24.054	26.217	32.909
13	4.107	4.765	5.892	7.042	8.634	9.926	12.340	15.119	16.985	19.812	22.362	25.472	27.688	34.528
14	4.660	5.368	6.571	7.790	9.467	10.821	13.339	16.222	18.151	21.064	23.685	26.873	29.141	36.123
15	5.229	5.985	7.261	8.547	10.307	11.721	14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	28.259	30.578	34.697
16	5.812	6.614	7.962	9.312	11.152	12.624	15.338	18.418	20.465	23.542	26.296	29.638	32.000	39.252
17	6.408	7.255	8.672	10.085	12.002	13.531	16.338	19.511	21.615	24.769	27.587	30.995	33.409	40.790
18	7.015	7.906	9.390	10.865	12.857	14.440	17.338	20.601	22.760	25.989	28.869	32.346	34.805	42.312
19	7.633	8.567	10.117	11.651	13.716	15.352	18.338	21.639	23.900	27.204	30.144	33.687	36.191	43.820
20	8.260	9.237	10.851	12.443	14.578	16.266	19.337	22.775	25.038	28.412	31.410	35.020	37.566	45.315
21	8.897	9.915	11.591	13.240	15.445	17.182	20.337	23.858	26.171	29.615	32.671	36.343	38.932	46.797
22	9.542	10.600	12.338	14.041	16.314	18.101	21.337	24.939	27.301	30.813	33.924	37.659	40.289	48.268
23	10.196	11.293	13.091	14.848	17.187	19.021	22.337	26.018	28.429	32.007	35.172	38.968	41.638	49.728
24	10.856	11.992	13.848	15.659	18.062	19.943	23.337	27.096	29.553	33.196	36.415	40.270	42.980	51.179
25	11.524	12.697	14.611	16.473	18.940	20.867	24.337	28.172	30.675	34.382	37.652	41.566	44.314	52.618
26	12.198	13.409	15.379	17.292	19.820	21.792	25.336	29.246	31.395	35.563	38.885	42.856	45.642	54.052
27	12.879	14.125	16.151	18.114	20.703	22.719	26.336	30.319	32.912	36.741	40.113	44.140	46.963	55.476
28	13.565	14.847	16.928	18.939	21.588	23.647	27.336	31.391	34.027	37.910	41.337	45.419	48.278	56.893
29	14.256	15.574	17.708	19.768	22.475	24.577	28.336	32.461	35.139	39.087	42.557	46.693	49.588	58.301
30	14.952	16.306	18.493	20.599	23.364	25.508	29.336	33.530	36.250	40.256	43.773	47.962	50.892	59.703

其中：$f(\chi^2, 2c+2)$是自由度为$2c+2$的χ^2分布的密度函数。

在有替换情况下，$nt=T$，T为总试验时间，则有：

$$L(\vartheta)=\sum_{r=0}^{c}\left(\frac{T}{\vartheta}\right)^r\frac{e^{-\frac{T}{\vartheta}}}{r!}$$

对于指数分布，在定时截尾寿命试验的抽样方案中，如果一个产品需要试验的时间为T，则n个产品试验截止时间就只要T的$\frac{1}{n}$倍，即$t=\frac{T}{n}$。

对于给定α、β、ϑ_0、ϑ_1可建立接收概率方程组。

$$L(\vartheta_0)=\sum_{r=0}^{c}\frac{\left(\frac{T}{\vartheta_0}\right)^r}{r!}e^{-\frac{2T}{\theta 0}}=\int_{\frac{2T}{\theta 0}}^{\infty}f(\chi^2;2c+2)\,d\chi^2=1-\alpha$$

$$L(\vartheta_1)=\sum_{r=0}^{c}\frac{\left(\frac{T}{\vartheta_1}\right)^r}{r!}e^{-\frac{T}{\theta 1}}=\int_{\frac{2T}{\theta 1}}^{\infty}f(\chi^2,2c+2)\,d\chi^2=\beta$$

由χ^2分布分位数的定义得到：

$$\frac{2T}{\vartheta_0}=\chi^2(\alpha,2c+2) \tag{67}$$

$$\frac{2T}{\vartheta_1}=\chi^2(1-\beta,2c+2) \tag{68}$$

鉴别比：$D_m=\frac{\vartheta_0}{\vartheta_1}=\frac{\chi^2(1-\beta,2c+2)}{\chi^2(\alpha,2c+2)}$ （69）

利用χ^2分位表，可由（67）、（69）式解出T和c，根据$T=nt$可确定抽样量n和试验截止时间t。

《继电器》 1989年第3期 总第67期 季 刊 定价：1.20元

主办单位：机械电子部许昌继电器研究所　印　刷：许昌市第一印刷厂
编辑出版：《继电器》编辑部　出版日期：每季末月25日出版
地　址：河南省许昌市建设路77号　国内统一刊号：CN41—1121号