

# 利用映射原理快速表达任意组别的Y/△ 接线变压器的两侧电流

大连供电局 阎善志

## 摘 要

本文介绍的是如何利用映射原理快速写出任意组别的Y/△接线变压器两侧电流的关系式，并运用映射的概念论证其正确性。快速写出两侧电流关系式对分析继电器的动作行为是很有帮助的，此法的优点是迅速、简捷、便于记忆，不易出错，是分析计算Y/△变压器两侧短路电流的一种简便有力的工具。

继电保护工作中经常要分析各继电器的动作行为，不仅要计算流入到各继电器中的电流大小，有的还要判明各继电器中电流的相位。任意组别的Y/△变压器，当Y侧或者△侧任意的两相短路时，那么在△侧或Y侧短路电流是如何分配的呢？迄今为止是用两种方法，即序分量（全电流）与序分量（序电流）法来分析两侧的电流关系，这两种方法都从导出公式开始，无规律可循，接线组别一变，又需重推公式，使用很不方便。本文重点是谈如何快速写出两侧电流的关系，并找出普遍的规律，方法简单，便于记忆，使用方便。为便于比较起见，先将上述两法作一简介。

## 一 序分量（全电流）法

以Y/△—11降压变压器为例进行讨论。接线关系如图1所示， $\dot{I}_A^Y$ 、 $\dot{I}_B^Y$ 、 $\dot{I}_C^Y$ 与 $\dot{I}_A^\Delta$ 、 $\dot{I}_B^\Delta$ 、 $\dot{I}_C^\Delta$ 分别表示Y侧与△侧的线电流； $I_a$ 、 $I_b$ 、 $I_c$ 表示△侧的相电流， $W_Y$ 与 $W_\Delta$ 表示Y侧与△侧的匝数。为方便起见，文中是使用变压器两侧的线电流的相位关系来判断变压器的组别的，如图2所示。Y侧与△侧各相的线电流的下脚注分别用大写与小写字母表示，如 $\dot{I}_A^Y$ 与 $\dot{I}_a^\Delta$ 等。假定变比 $n_B = 1$ ，即：

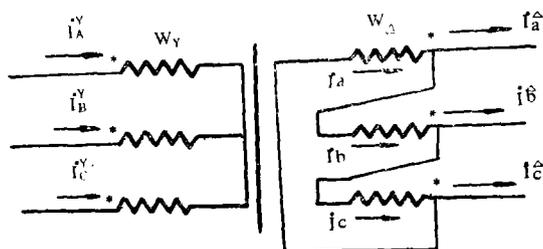


图1 Y/△—11变压器接线关系图

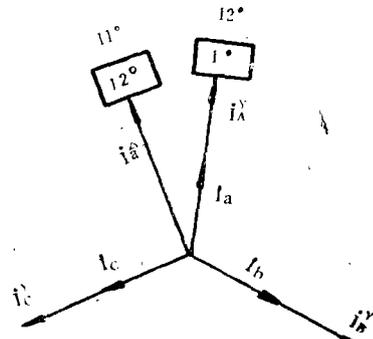


图2 Y/△—11变压器向量关系图

$$k_B = \frac{I_A^r}{I_A^\Delta} = \frac{U_{AB}}{U_{AB}} = \frac{\sqrt{3}U_A}{U_A} = \frac{\sqrt{3}W_r}{W_\Delta} = 1$$

由此得  $W_\Delta = \sqrt{3}W_r$ ，另一方面，根据每相磁势平衡条件，如A相有如下关系：

$$\dot{I}_A^r W_r = \dot{I}_A W_\Delta = \sqrt{3} \dot{I}_A W_r$$

B, C相也有同样关系。于是得：

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A &= \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_A^r \\ \dot{I}_B &= \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_B^r \\ \dot{I}_C &= \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_C^r \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

从图1的接线关系看出， $\dot{I}_A^\Delta = \dot{I}_A - \dot{I}_B = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{I}_A^r - \dot{I}_B^r)$ ，这样我们就可以写出Y/Δ-11

变压器Δ侧电流用Y侧电流表示的关系式如下：

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A^\Delta &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{I}_A^r - \dot{I}_B^r) \\ \dot{I}_B^\Delta &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{I}_B^r - \dot{I}_C^r) \\ \dot{I}_C^\Delta &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{I}_C^r - \dot{I}_A^r) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

利用(2)式又可以得出Y/Δ-11变压器Y侧电流用Δ侧电流表示的关系式如下：

$$\left. \begin{aligned} \dot{I}_A^r &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{I}_A^\Delta - \dot{I}_B^\Delta) \\ \dot{I}_B^r &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{I}_B^\Delta - \dot{I}_C^\Delta) \\ \dot{I}_C^r &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{I}_C^\Delta - \dot{I}_A^\Delta) \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

至此应用序分量法导出变压器两侧电流关系式已告结束，要注意，是在三相对称的情况下导出的。当Δ侧任意两相如ab两相短路时，求Y侧电流，只要把短路点的边界条件代入即可， $\dot{I}_A^\Delta = 0$ ， $\dot{I}_B^\Delta = -\dot{I}_C^\Delta$ ，代入(3)得  $\dot{I}_A^r = \dot{I}_C^r = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_A^\Delta = -\frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_B^\Delta$ ， $\dot{I}_B^r = \frac{2}{\sqrt{3}} \dot{I}_A^\Delta$ 。

Y侧任意两相短路求Δ侧短路电流，亦可用同样方法算得(见后面例题)。

## 二 序分量(序电流)法

众所周知，三相对称时，是没有负序与零序分量的，此时序分量即等于正序分量。因此利用此法导出Y/Δ-11变压器两侧电流关系式时，必须考虑具体短路相别，仍以Δ侧ab两相短路时求Y侧电流为例讨论之。

分别用下脚注0, 1, 2表示零序、正序与负序分量， $a = e^{j120^\circ}$ 表示相因子，序全

量用序分量表示的矩阵形式如下:

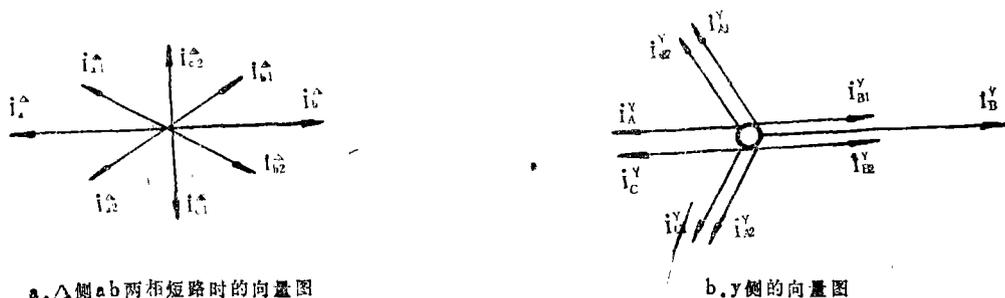
$$\begin{bmatrix} \dot{i}_a^\Delta \\ \dot{i}_b^\Delta \\ \dot{i}_c^\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_0^\Delta \\ \dot{i}_1^\Delta \\ \dot{i}_2^\Delta \end{bmatrix} \quad (4)$$

令  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$ ,  $A$  为非奇异(满秩)矩阵, 不难求出其逆矩阵为:

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix}, \text{ 由此得序分量用序分量表示的矩阵形式为:}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_0^\Delta \\ \dot{i}_1^\Delta \\ \dot{i}_2^\Delta \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} \dot{i}_a^\Delta \\ \dot{i}_b^\Delta \\ \dot{i}_c^\Delta \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_a^\Delta \\ \dot{i}_b^\Delta \\ \dot{i}_c^\Delta \end{bmatrix} \quad (5)$$

$\Delta$  侧  $ab$  两相短路时, 由于两相短路是不对称短路系统, 但它又是平衡系统, 由序分量理论可知, 平衡系统是没有零序分量的, 故  $\dot{i}_0^\Delta = \dot{i}_0^Y = \dot{i}_0 = \dot{i}_0 = 0$ , 现在利用(5)式计算  $\Delta$  侧正序与负序电流, 向量图如图 3 a 所示。



a.  $\Delta$  侧  $ab$  两相短路时的向量图

b.  $Y$  侧的向量图

图 3 Y/ $\Delta$ -11 变压器  $\Delta$  侧  $ab$  两相短路时变压器两侧电流向量图

$$\begin{aligned} \dot{i}_{a1}^\Delta &= \frac{1}{3} (\dot{i}_a^\Delta + a \dot{i}_b^\Delta + a^2 \dot{i}_c^\Delta) = \frac{\sqrt{3}}{3} \dot{i}_a^\Delta e^{-j30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{i}_a^\Delta e^{-j30^\circ} \\ \dot{i}_{a2}^\Delta &= \frac{1}{3} (\dot{i}_a^\Delta + a^2 \dot{i}_b^\Delta + a \dot{i}_c^\Delta) = \frac{\sqrt{3}}{3} \dot{i}_a^\Delta e^{j30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{i}_a^\Delta e^{j30^\circ} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_{A1}^{\Delta} = \dot{I}_{A1}^{\Delta} e^{j240^{\circ}}$$

$$\dot{I}_{B2}^{\Delta} = \dot{I}_{A2}^{\Delta} e^{j120^{\circ}}$$

$$\dot{I}_{C1}^{\Delta} = \dot{I}_{A1}^{\Delta} e^{j120^{\circ}}$$

$$\dot{I}_{C2}^{\Delta} = \dot{I}_{A2}^{\Delta} e^{j240^{\circ}}$$

再计算Y侧序分量电流:

$$\dot{I}_{A1}^Y = \dot{I}_{A1}^{\Delta} e^{-j30^{\circ}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_a^{\Delta} e^{-j60^{\circ}}$$

$$\dot{I}_{A2}^Y = \dot{I}_{A2}^{\Delta} e^{j30^{\circ}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_a^{\Delta} e^{j60^{\circ}}$$

$$\dot{I}_{B1}^Y = \dot{I}_{A1}^Y e^{j240^{\circ}}$$

$$\dot{I}_{B2}^Y = \dot{I}_{A2}^Y e^{j120^{\circ}}$$

$$\dot{I}_{C1}^Y = \dot{I}_{A1}^Y e^{j120^{\circ}}$$

$$\dot{I}_{C2}^Y = \dot{I}_{A2}^Y e^{j240^{\circ}}$$

利用公式(4)求Y侧的序分量电流:

$$\dot{I}_A^Y = \dot{I}_{A1}^Y + \dot{I}_{A2}^Y = \dot{I}_{A1}^{\Delta} e^{-j30^{\circ}} + \dot{I}_{A2}^{\Delta} e^{j30^{\circ}} = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{I}_a^{\Delta} e^{-j60^{\circ}} + \dot{I}_a^{\Delta} e^{j60^{\circ}})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_a^{\Delta} = -\frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_b^{\Delta}$$

$$\dot{I}_B^Y = \dot{I}_{B1}^Y + \dot{I}_{B2}^Y = a^2 \dot{I}_{A1}^Y + a \dot{I}_{A2}^Y = \dot{I}_{A1}^Y e^{j240^{\circ}} + \dot{I}_{A2}^Y e^{j120^{\circ}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \dot{I}_a^{\Delta}$$

$$\dot{I}_C^Y = \dot{I}_{C1}^Y + \dot{I}_{C2}^Y = a \dot{I}_{A1}^Y + a^2 \dot{I}_{A2}^Y = \dot{I}_{A1}^Y e^{j120^{\circ}} + \dot{I}_{A2}^Y e^{j240^{\circ}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_a^{\Delta}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{3}} \dot{I}_b^{\Delta}$$

所得结果与第一法完全相同,至此用序分量法导出两侧电流关系式已告结束。但是当短路相别变化时,又需重新推演公式,无规律可循。

现在将此二法总结如下:

1. 序分量法——可以导出Y/Δ变压器两侧电流关系式,当接线组别变化时,又需重新推演公式,无规律可循,易出错,且又繁杂。

2. 序分量法——必须就具体短路相别推演公式,适用面窄,计算繁杂,工作量大,一不小心,易出错。短路相别一变,又需重新推演公式,无规律可循。

### 三 如何运用映射原理快速写出任意组别的Y/Δ变压器 两侧电流的表达式。

先抛开上述两法的概念,从变压器的理论可知,  $W_{\Delta} = \sqrt{3} W_Y$ ,  $n_B = 1$ , 两侧电流

的模量关系为  $I_A^Y = I_A^\Delta = \sqrt{3} I_{A0}$ 。为了叙述方便起见，引入映射的概念，设Y侧或△侧的电流为原电流，因为变压器的一、二次电流不是直通电流，二者是磁耦合关系。我们仍以两侧的线电流为讨论对象，Y/△接线变压器两侧电流的传变过程可以认为是映射，以A相为例，可以把Y侧的  $\dot{i}_A^Y$  看成原电流，△侧的电流  $\dot{i}_a^\Delta$  称为  $\dot{i}_A^Y$  在△侧的映射电流，反之亦然。如果变压器的接线组别确定，这种映射是一一对应的。一般取Y侧电流为原电流即参考量较为方便。映射好比照像一样，也就是说  $\dot{i}_A^Y$  在△侧的成像就是  $\dot{i}_a^\Delta$ ， $\dot{i}_A^Y$  映射成  $\dot{i}_a^\Delta$ ，只要一次映射即可完成，如果二次映射能变回原电流，则称此二次映射为还原映射或简称还原。有了上述概念以后，我们可以径直迅速地写出Y/△接线变压器两侧的电流关系式。仍以Y/△-11变压器为例讨论之，通过特例找出普遍规律。我们审视一下图1与图2的Y/△-11变压器的接线关系图与向量关系图，以A相为例，从接线关系图可明显看出  $\dot{i}_a^\Delta = \dot{i}_a - \dot{i}_b$ ，从向量图可明显地看出向量  $\dot{i}_a^\Delta$  在向量  $\dot{i}_A^Y$  左30°，以  $\dot{i}_A^Y$  为参考量或参考钟点12°，则  $\dot{i}_a^\Delta$  就是11°，图中  $\dot{i}_a$  与  $\dot{i}_A^Y$  同相位，这是因为现在的变压器都是减极性。  $\dot{i}_a^\Delta = (\dot{i}_a - \dot{i}_b) = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{i}_A^Y - \dot{i}_B^Y)$  明显地反映接线关系，其中的  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  称为映射系数，关于  $\sqrt{3}$  已在开头部分说明，在写公式时直接代入即可。从

向量图还可以看到，如果以  $\dot{i}_a^\Delta$  为参考钟点12°，则  $\dot{i}_A^Y$  在  $\dot{i}_a^\Delta$  右30°，那么  $\dot{i}_A^Y$  就是1°，为与前者区别起见，特标以方框□，如果把表盘上的12°至6°的连线当作中心线或中性线，可知11°与1°互为映射点。由此可以得出结论，Y/△-11接线（其它任意组别接线可类推）的变压器的△侧电流直接按给定的组别11°接线关系写方程，Y侧电流按给定组别的映射点即1°接线关系写方程。上面的结论就是根据映射的概念得到的，而且要注意的是，以Y/△-11为例，Y侧电流虽按1°接线关系写出，恰恰反映的是Y/△-11接线关系，岂不玄乎！非也。兹根据映射原理证明如下：

Y侧电流按1°接线关系有下述方程

$$\begin{aligned} \dot{i}_A^Y &= \frac{\text{一次映射}}{\text{1°接线}} (\dot{i}_a^\Delta - \dot{i}_b^\Delta) = \frac{\text{二次映射}}{\text{11°接线}} [(\dot{i}_a - \dot{i}_b) - (\dot{i}_c - \dot{i}_a)] \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} [2\dot{i}_a - \dot{i}_b - \dot{i}_c] = \frac{1}{\sqrt{3}} [3\dot{i}_a] = \sqrt{3} \dot{i}_a = \overset{\text{还原}}{\dot{i}_A^Y} \end{aligned}$$

有了上述结论，我们可以径直快速写出任意组别的Y/△变压器两侧的电流关系式，如特殊一点，写出Y/△-3接线变压器两侧电流关系式。

△侧电流按给定组别3°写方程：

$$\begin{cases} \dot{i}_A^\Delta = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{i}_B^Y - \dot{i}_C^Y) \\ \dot{i}_B^\Delta = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{i}_C^Y - \dot{i}_A^Y) \\ \dot{i}_C^\Delta = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{i}_A^Y - \dot{i}_B^Y) \end{cases}$$

Y侧电流按给定组别的映射点即按9°接线写方程:

$$\begin{cases} \dot{i}_A^Y = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{i}_C^\Delta - \dot{i}_A^\Delta) \\ \dot{i}_B^Y = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{i}_A^\Delta - \dot{i}_B^\Delta) \\ \dot{i}_C^Y = \frac{1}{\sqrt{3}} (\dot{i}_B^\Delta - \dot{i}_C^\Delta) \end{cases}$$

计算举例

1. 有Y/△-1降压变压器一台, △侧bc两相短路电流为5098安,  $n_B = 66/11\text{kV}$ , Y侧装有如图所示的保护, 继电器定值为5安, 电流互感器LH的变比 $n_L = 50/5$ , 试利用映射原理快速写出Y侧短路电流方程并分析各继电器的动作行为。

解: 给定组别为Y/△-1, Y侧电流应按给定组别的映射点即11°接线关系写出方程如下。

$$\begin{aligned} \text{以 } \dot{i}_C^\Delta (= -\dot{i}_C^Y) \text{ 为参考量} \quad \dot{i}_A^Y &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{n_B} (\dot{i}_C^\Delta - \dot{i}_A^\Delta) \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{66/11} (-\dot{i}_C^Y) \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{6} \dot{i}_C^Y e^{j180^\circ} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{6} 5098 e^{j180^\circ} \\ &= 50 e^{j180^\circ} \text{ 安} \end{aligned}$$

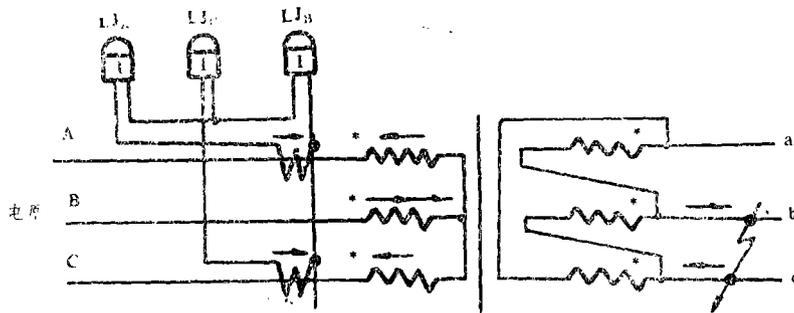


图3 Y/△-1接线变压器△侧bc两相短路时, 各继电器中电流计算说明图

$$\dot{i}_B^Y = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{n_B} (\dot{i}_A^\Delta - \dot{i}_B^\Delta) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{6} 2 \dot{i}_C^\Delta = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{6} 5098 = 100 \text{ 安}$$

$$\begin{aligned} \dot{i}_C^Y &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{n_B} (\dot{i}_C^\Delta - \dot{i}_A^\Delta) = -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{6} \dot{i}_C^\Delta = -\frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{6} \dot{i}_C^\Delta e^{j180^\circ} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{6} 5098 e^{j180^\circ} = 50 e^{j180^\circ} \text{ 安} \end{aligned}$$

流过各继电器中的电流

$$\dot{i}_{LJA} = \frac{1}{n_L} \dot{i}_A^Y = \frac{1}{10} 50 e^{j180^\circ} = 5 e^{j180^\circ} \text{ 安}$$

$$\dot{i}_{LJC} = \frac{1}{n_L} \dot{i}_C^Y = \frac{1}{10} 50 e^{j180^\circ} = 5 e^{j180^\circ} \text{ 安}$$

$$\dot{i}_{LJB} = \dot{i}_{LJA} + \dot{i}_{LJC} = 5 e^{j180^\circ} + 5 e^{j180^\circ} = 2 \times 5 e^{j180^\circ} = 10 e^{j180^\circ} \text{ 安}$$

A、B、C相继电器均动作，且各继电器中电流相位相同，B相继电器的灵敏度为A、C相的2倍。

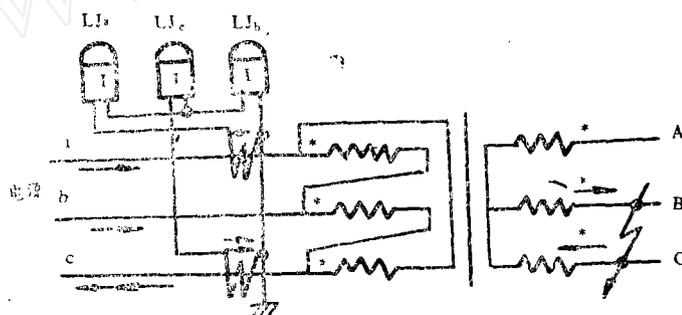


图4 Y/Δ-1接线变压器Y侧B、C两相短路时，各继电器中电流计算说明图

2. 有Y/Δ-1升压变压器一台， $n_B = 66/11\text{kV}$ ，BC两相短路电流为50安，Δ侧（电源侧）装有如图所示的保护， $n_L = 500/5$ ，继电器定值为3安，试利用映射原理快速写出Δ侧短路电流方程并分析各继电器的动作行为。

解：由于给定组别为Y/Δ-1，故Δ侧直接按给定组别即按 $1^\circ$ 写方程，以 $\dot{i}_B^Y (= -\dot{i}_C^Y)$ 为参考量。

$$\begin{aligned} \dot{i}_A^\Delta &= \frac{1}{\sqrt{3}} n_B (\dot{i}_A^Y - \dot{i}_C^Y) = \frac{1}{\sqrt{3}} \times 66/11 (-\dot{i}_C^Y) = \frac{6}{\sqrt{3}} \dot{i}_B^Y = \frac{6}{\sqrt{3}} 50 \\ &= 173 \text{ 安} \end{aligned}$$

$$\dot{i}_B^\Delta = \frac{1}{\sqrt{3}} n_B (\dot{i}_B^Y - \dot{i}_A^Y) = \frac{6}{\sqrt{3}} \dot{i}_B^Y = 173 \text{ 安}$$

$$\dot{i}_C^\Delta = \frac{1}{\sqrt{3}} n_B (\dot{i}_C^Y - \dot{i}_B^Y) = \frac{6}{\sqrt{3}} (-2 \dot{i}_B^Y) = \frac{6}{\sqrt{3}} 2 \dot{i}_B^Y e^{j180^\circ} = 346 e^{j180^\circ} \text{ 安}$$

流过各继电器中的电流

$$\dot{i}_{LJA} = \frac{\dot{i}_A^\Delta}{n_L} = \frac{173}{500/5} = 1.73 \text{ 安}, \quad \dot{i}_{LJB} = \frac{\dot{i}_B^\Delta}{n_L} = \frac{173}{500/5} e^{j180^\circ} = 1.73 e^{j180^\circ} \text{ 安}$$

