

# 用“奇异子对”模型分析 运算放大器在继电保护中的应用

天津大学 宋从矩

## 摘 要

本文介绍理想运算放大器“奇异子对”模型的导出，以及利用“奇异子对”模型求解合运算放大器电路的一般方法。然后利用这种方法分析了继电保护中常用的典型含运算放大器的电路，以及某些引进保护中的复杂电路，给出了简单明确的结果。

系统地利用这种方法分析含运算放大器的集成电路继电保护，在山西省中调所举办的超高压线路继电保护研讨会上受到了欢迎。

## 一、理想运算放大器的“奇异子对”模型

运算放大器实际上是一个放大倍数 $A$ 很高的电压放大器。它的符号如图 1— $a$ 所示，其输出电压 $V_o$ 与输入电压 $V_i$ 成正比，即：

$$V_o = A V_i = A (V_2 - V_1) \quad (1)$$

输出特性如图 1— $b$ 所示。由于运算放大器的电源电压 $E_o$ 只有十几伏(例如一般为 $\pm 15V$ )，因此它的线性工作范围也只有 $\pm E_o$ 之内，并略低于 $E_o$ ，越过此范围的输出就达到饱和。因此 $-E_o < V_o < E_o$ ，其开环放大倍数 $A = E_o / \epsilon$ 。运算放大器的受控源模型如图 1— $c$ 所示， $R_i$ 和 $R_o$ 分别为其输入电阻和输出电阻。

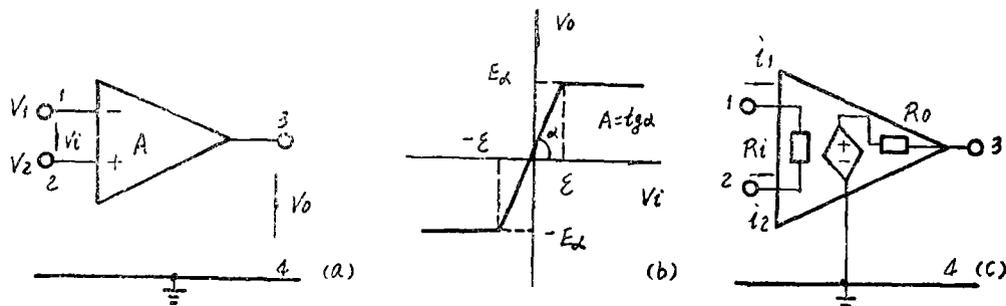


图 1

对于理想的运算放大器，认为它不从电路吸取能量，则应有 $i_1 = i_2 = 0$ ， $R_i = \infty$ ，并且开环放大倍数为其极限值 $A = \infty$ 。由于运算放大器在正常工作时，其输出电压 $V_o = A (V_2 - V_1)$ 应为有限值，若 $A = \infty$ ，则必须 $V_i = 0$ ，故理想运算放大器输入

端变量的代数表达式为：

$$i_1 = 0, i_2 = 0, V_2 - V_1 = 0$$

它的输入输出特性及其相应的模型如图 2—a 和 b 所示。

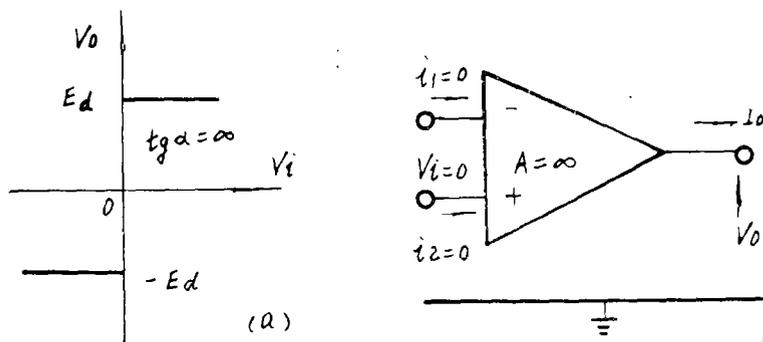


图 2

对理想运算放大器作了如上假定以后，当正常工作时，它的输出端电压和电流就不再受输入端  $V_i = V_2 - V_1$  的约束，破坏了图 1—b 中  $V_o = f(V_i)$  的约束关系，而使输出电压可以在  $\pm E_o$  之间取任意值。此结论从图 2—a 的特性曲线上，或者由  $V_o = A(V_2 - V_1)$ ，而  $A = \infty, V_2 - V_1 = 0$  的关系中，均可得出。这样输入端和输出端就可以分别用两个独立的一端口元件来表示，它们的端口变量约束关系分别为：

$$\begin{cases} V_i = 0 \\ I_i = 0 \end{cases} \quad (2)$$

和 
$$\begin{cases} V_o = \text{arby} \\ I_o = \text{arby} \end{cases} \quad (\text{为 arbitrary 的缩写即为任意值}) \quad (3)$$

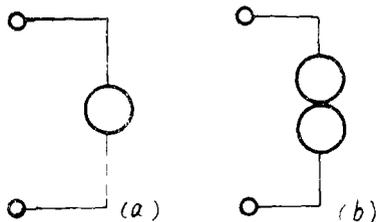


图 3

第一个元件由于端口变量都约束为零，故称为“零子”（Nullator），其符号如图 3—a 所示。第二个元件端口变量间互相没有约束，而主要由外接电路的参数决定，可取为任意值，故称为“任意子”（Norator），其符号如图 3—b 所示。“零子”在电子学中称为“虚短路”，因为它与短路的约束关系  $V = 0, I = \text{arby}$  相比较， $V_i = 0$  是相符的，但是“零子”的  $I_i = 0$  而不是短路电流的数值，故它不是真正的短路。如从电流的观点来看，

它又像是开路，故也可以称它为“虚开路”，但开路电压为零。

“零子”和“任意子”与一般的二端无源元件不同，而被称为“奇异网络元件”。它们与电阻元件相似，也可以被定义在  $V-I$  平面上。“零子”的约束关系，由  $V-I$  平面上的原点一个点组成，如图 4—a；“任意子”的约束关系，由  $V-I$  平面的整个平面组成，如图 4—b。一个理想的运算放大器的模型，可用一个“零子”和一个“任意子”一对奇异元件组成，我们称它为“奇异子对”模型，如图 5 所示。这种模型在分析

含运算放大器的电路时，是非常有用的。应该提请注意，“零子”和“任意子”的模型，在电路中必须成对出现。

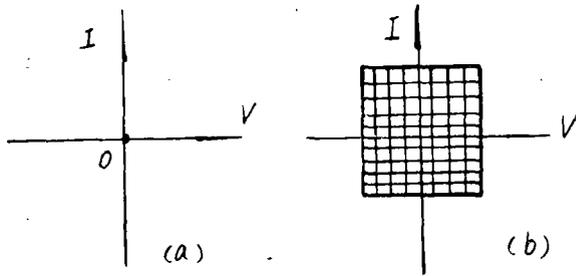


图 4

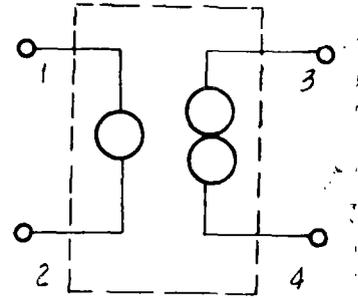


图 5

## 二、利用“奇异子对”模型求解含运算放大器电路的一般方法

这种方法是将理想运算放大器用奇异子对模型代替，然后讨论零子和任意子在列写节点电压法和回路电流法的方程中应如何处理，最后得出求解电路变量的足够的方程数。这对求解含有多个运算放大器的复杂电路是很方便的。以下以节点电压法为例分析之。

节点电压法实质上是用各节点的电压作为变量，列出各节点的电流方程。此时可认为零子是一个电流为零而电压也为零的特殊电流源，任意子的电流可按理想电压源的支路，设一个电流 $I_N$ 。设所求解的电路如图6—*a*，对应的奇异子对模型电路如图6—*b*，则可列出电路的节点方程如下：

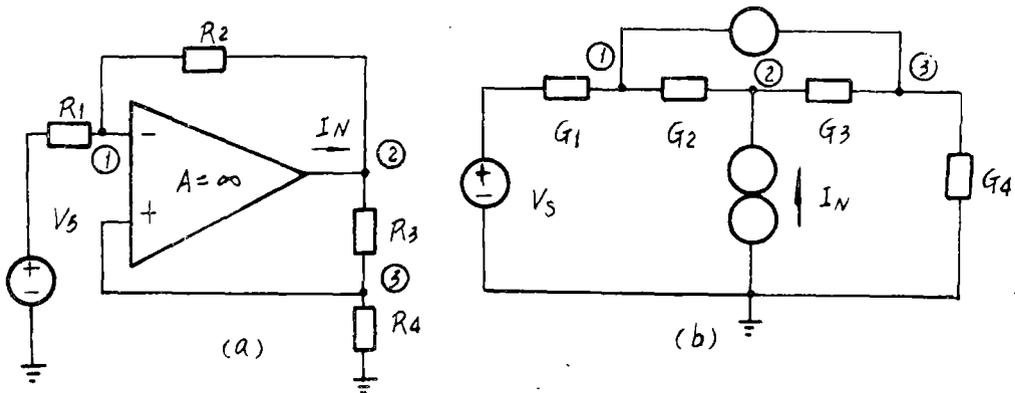


图 6

$$\text{节点①: } V_1(G_1 + G_2) - V_2G_2 = V_sG_1 \quad (4)$$

$$\text{节点②: } V_2(G_2 + G_3) - V_1G_2 - V_3G_3 = I_N \quad (5)$$

$$\text{节点③: } V_3(G_3 + G_4) - V_2G_3 = 0 \quad (6)$$

在以上三个方程中有四个未知数 $V_1$ 、 $V_2$ 、 $V_3$ 和 $I_N$ ，因此还必须补充一个方程才能解出

各量。由于零子两端的电压永远为零，因此在图 6—b 中必有：

$$V_1 - V_3 = 0 \quad (7)$$

补充这个约束条件以后，即可由 (4) ~ (7) 式求解电路。

对含有理想运算放大器的电路，由于零子和任意子总是成对的出现，因此，对任意子支路设了一个未知的电流  $I_N$ ，多了一个变量，则必定有一个零子支路约束了两个节点的电压相等，从而又减少了一个要求解的变量，故结果总是能解出电路的。

进一步分析可以看出，所设的电流  $I_N$  只出现在与任意子有关的节点②的方程中，由于实际上只需要求出各节点的电压，而不一定要求出  $I_N$ ，因此就可以不必列出节点②的方程。如在图 6—b 中，只要列出如下两个节点方程和一个约束方程就可以了：

$$V_1 (G_1 + G_2) - V_2 G_2 = V_3 G_1$$

$$V_3 (G_3 + G_4) - V_2 G_3 = 0$$

$$V_1 - V_3 = 0$$

总结以上分析可以看出，用节点电压法列写含理想运算放大器电路的步骤如下：  
 (1) 将理想运算放大器画成奇异子对模型电路；(2) 把零子看成电流为零的电流源，然后按节点电压法列写出除与任意子有关节点以外的节点电压方程；(3) 列出每个零子所联接的节点之间的约束关系，再将这些关系代入以上所列方程，经整理后消去不需要的变量。

### 三、静态继电保护中常用的运算电路

1. 反相输入的电压放大器：电路接线如图 7—a，其奇异子对模型电路示于图 7—b。根据上节分析，只需列出节点①和零子的约束方程如下：

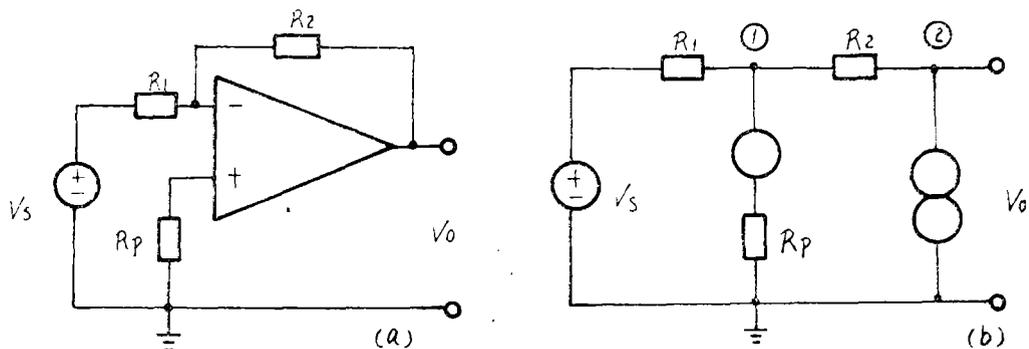


图 7

$$V_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{V_0}{R_2} = \frac{V_S}{R_1} \quad (8)$$

$$V_1 = 0 \quad (9)$$

$$\therefore -\frac{V_0}{R_2} = \frac{V_S}{R_1} \quad (10)$$

此电路的电压放大倍数为：

$$K = \frac{V_o}{V_s} = -\frac{R_2}{R_1} \quad (11)$$

由图 7—b 可见, 在理想情况下, 电阻  $R_p$  的取值并不影响整个电路的工作, 有些书中常取  $R_p = 0$ , 将同相输入端直接接地。但实际上, 为了保证电路具有平衡对称的结构, 它的值应选为:

$$R_p = R_1 // R_2 \quad (12)$$

这是因为当外加电压源短接时, 从反相输入端向外看的等值阻抗为  $R_1 // R_2$ , 因此为保证电路的平衡对称, 应选取  $R_p = R_1 // R_2$ 。一般情况下, 当有多路输入时(例如图 8—a 所示的电路), 则应选取:

$$R_p = \frac{1}{\frac{1}{R_F} + \sum_n \frac{1}{R_n}} \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad (13)$$

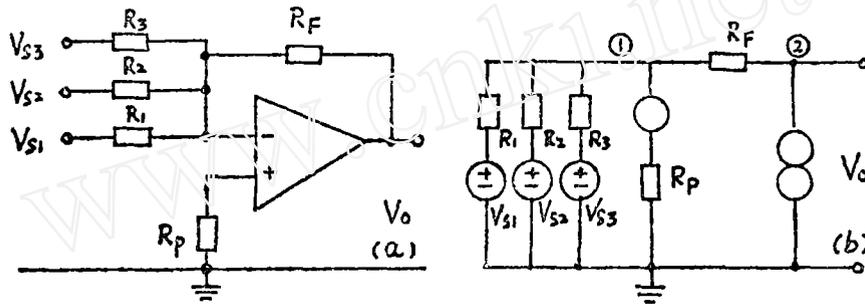


图 8

2. 反相加法运算放大器电路: 如图 8—a 和 b 所示。列出节点①和零子的约束方程, 可得:

$$\begin{aligned} V_1 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_F} \right) - \frac{V_o}{R_F} \\ = \frac{V_{s1}}{R_1} + \frac{V_{s2}}{R_2} + \frac{V_{s3}}{R_3} \end{aligned} \quad (14)$$

$$V_1 = 0 \quad (15)$$

$$\therefore V_o = -R_F \left( \frac{V_{s1}}{R_1} + \frac{V_{s2}}{R_2} + \frac{V_{s3}}{R_3} \right) \quad (16)$$

如选取  $R_1 = R_2 = R_3 = R$ , 则:

$$V_o = -\frac{R_F}{R} (V_{s1} + V_{s2} + V_{s3}) \quad (17)$$

利用 (16) 式的关系可以实现比例相加, 利用 (17) 式的关系, 则为直接相加。

3. 加减法综合运算放大器电路: 如图 9—a 和 b 所示。列出节点①、②和零子的约束方程, 可得:

$$V_1 (G_1 + G_2 + G_F) - V_o G_F = V_{s1} G_1 + V_{s2} G_2 \quad (18)$$

$$V_2 (G_3 + G_4 + G_5) = V_{s3} G_3 + V_{s4} G_4 \quad (19)$$

$$V_1 = V_2 \quad (20)$$

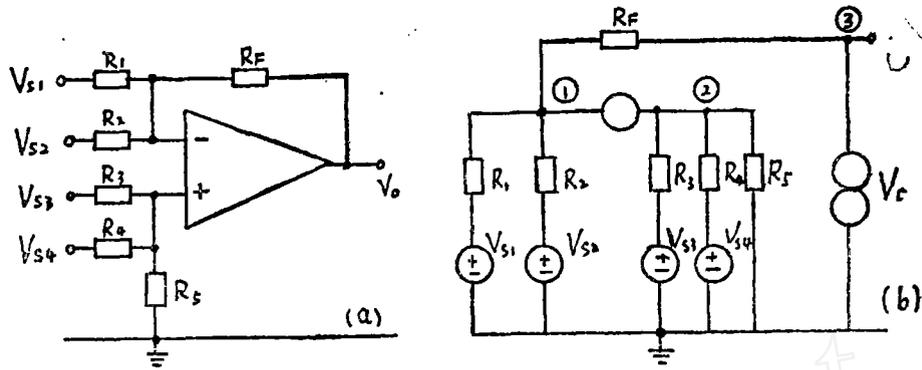


图 9

由 (19) 式求出  $V_2$ ，代入 (18) 式化简后可得：

$$V_0 = R_F \left[ \left( \frac{V_{s3}}{R_3} + \frac{V_{s4}}{R_4} \right) \left( -\frac{G_1 + G_2 + G_F}{G_3 + G_4 + G_5} \right) - \frac{V_{s1}}{R_1} - \frac{V_{s2}}{R_2} \right] \quad (21)$$

式中  $G$  为相应电阻的倒数。如取  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4$  及  $R_5 = R_F$ ，则 (21) 式可化简为：

$$V_0 = \frac{R_F}{R_1} (V_{s3} + V_{s4} - V_{s1} - V_{s2}) \quad (22)$$

利用 (22) 和 (21) 式，可以进行多个电压的加、减或比例加、减运算，以组合成继电保护元件中所需要的电压分量，并能调节定值。

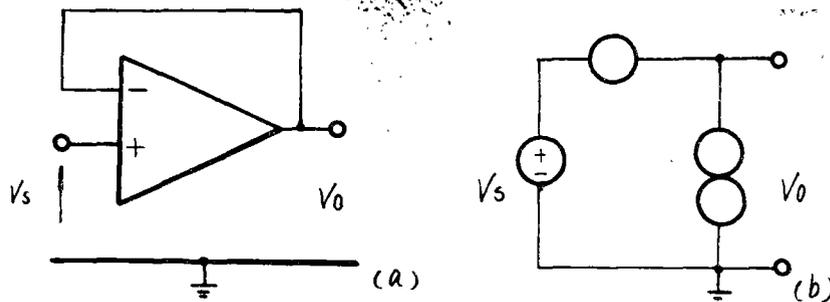


图 10

4. 电压跟随器电路：如图 10—*a* 和 *b* 所示，由于零子中的电流和两端的电压降均为零，因此直接可得出：

$$V_0 = V_s \quad (23)$$

输出电压与输入电压的大小相等，相位（或极性）相同。此电路具有极高的输入阻抗和极低的输出阻抗，在电路中常用作隔离或缓冲级。

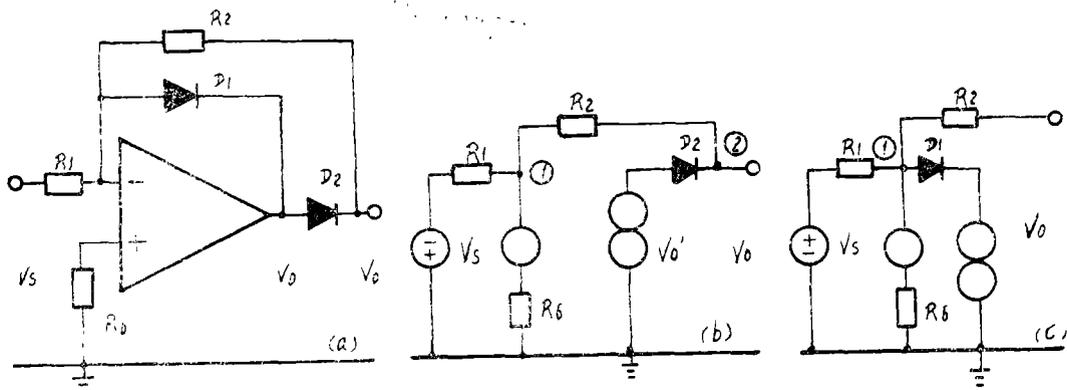


图11

#### 四、整流电路

1. 半波整流电路：其原理接线如图11-a所示，当 $V_s$ 为负半周时， $D_2$ 正向导通， $D_1$ 截止，其奇异子对模型电路如图11-b所示，此时列出节点①和零子的约束方程为：

$$V_1 \left( -\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{V_0}{R_2} = \frac{V_s}{R_1} \quad (24)$$

$$V_1 = 0 \quad (25)$$

$$\therefore V_0 = -\frac{R_2}{R_1} V_s \quad (26)$$

即输出电压正比于输入电压，且相位相反。

如果考虑运算放大器的实际情况， $V_1 \neq 0$ ，设其开环放大倍数为 $A_0$ ，

则 $V_1 = -\frac{V_0'}{A_0}$ ，此时：

$$\frac{V_s - V_1}{R_1} = \frac{V_1 - V_0}{R_2}$$

则

$$V_1 = V_s \frac{R_2}{R_1 + R_2} + V_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = -\frac{V_0'}{A_0} = -\frac{V_0 + V_{D2}}{A_0}$$

式中 $V_{D2}$ 表示 $D_2$ 的正向压降。由此可解出：

$$V_0 = \frac{-\frac{R_2}{R_1 + R_2} V_s - \frac{V_{D2}}{A_0}}{\frac{1}{A_0} + \frac{R_1}{R_1 + R_2}} \quad (27)$$

考虑到 $\frac{R_1}{R_1 + R_2} \gg \frac{1}{A_0}$ ，代入上式可得：

$$V_0 = -\frac{R_2}{R_1} V_s - \frac{R_1 + R_{D2}}{R_1 A_0} V_{D2} \quad (28)$$

上式第1项与(26)式相同，是理想整流器的输出，第2项是由 $D_2$ 引起的失真。此

时与一般二极管相比较，其管压降对输出电压的影响减小了  $\frac{R_1 + R_2}{R_1 A_0}$  倍，其数值基本为零。

当  $V_s$  为正半周时， $D_1$  正向导通， $D_2$  截止，其奇异子对模型电路如图11—C所示，由于①点电位被约束为零，因此  $V_0 = 0$ 。

综上所述，当输入为正弦交流电压时（图12—a），其输出的电压关系如图12—b所示，即实现了半波整流的要求，同时输出电压不受二极管压降的影响。

如果同时改变  $D_1$  和  $D_2$  的接入方向，则在同样的输入电压作用下，输出的电压关系如图12—c所示。

2、全波整流电路：其原理接线如图13所示。其中第一个运算放大器  $A_1$  用作为半波整流，第二个运算放大器  $A_2$  用作为反相加法器。当  $V_s$  为正半周时，如上分析  $V_{01} = 0$ ，因此加法器的输出为：

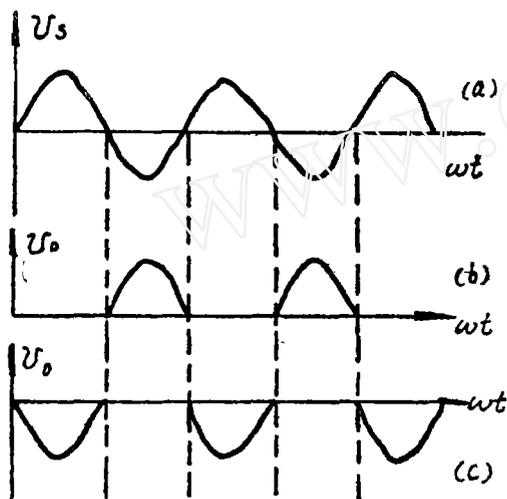


图12

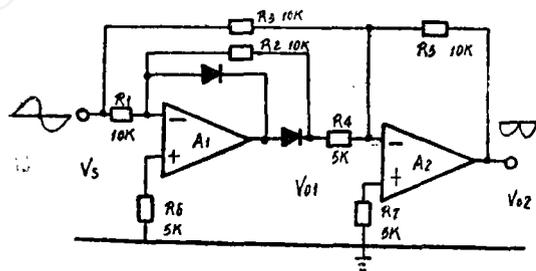


图13

$$V_{02} = -\frac{R_5}{R_3} V_s \quad (29)$$

当  $V_s$  为负半周时， $V_{01} = -\frac{R_2}{R_1} V_s$ ，因此加法器的输出为：

$$V_{02} = -\left(\frac{R_5}{R_3} V + \frac{R_5}{R_4} V_{01}\right) = \left(-\frac{R_5}{R_3} + \frac{R_5 R_2}{R_4 R_1}\right) V_s \quad (30)$$

若选取  $R_1 = R_2 = R_3 = R_5 = 2R_4$ ，则其总的传输特性为：

$$\left. \begin{aligned} \text{当 } V_s > 0 \text{ 时 } & V_{02} = -V_s \\ \text{当 } V_s < 0 \text{ 时 } & V_{02} = V_s \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

结果如图14所示，实现了全波整流的要求。

## 五、移相电路

1. 利用R—C元件构成移相电路：如图15所示：为反相后向超前方向移相  $0 \sim 90^\circ$  的接线。参照图7—b的模型电路及(10)式的分析，设取  $Z_1 = R_1 - j\frac{1}{\omega c}$ ，则：

$$\dot{V}_0 = -\frac{R_F}{Z} \dot{V}_s = -\frac{R_F \omega c}{\sqrt{1 + (\omega c R_1)^2}} \dot{V}_s \angle \text{tg}^{-1} \frac{1}{\omega c R_1} \quad (32)$$

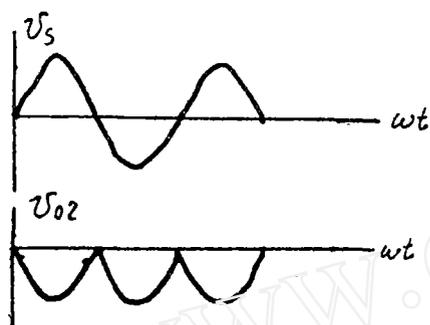


图14

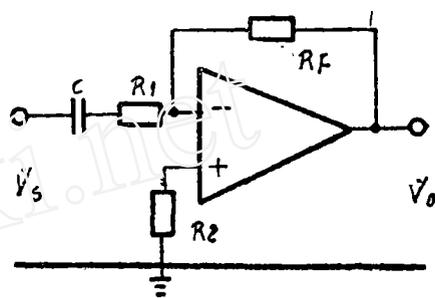


图15

当取  $R_F = |Z_1|$  时，上式可简化为：

$$\dot{V}_0 = -\dot{V}_s \angle \text{tg}^{-1} \frac{1}{\omega c R_1} = \dot{V}_s \angle (180^\circ + \text{tg}^{-1} \frac{1}{\omega c R_1}) \quad (33)$$

即输出电压为输入电压反相后又向超前方向移动  $\text{tg}^{-1} \frac{1}{\omega c R_1}$  的角度，亦可认为是输出电压较输入电压向超前方向移动  $180^\circ + \text{tg}^{-1} \frac{1}{\omega c R_1}$  的角度。改变  $R_1$  和  $C$  的数值，可以调节此角度的大小。增大  $R_F$  还可以具有放大输出电压的作用。

例如在引进西德的7SL32距离保护中， $\dot{V}_s = \dot{I}_K R_{S_k}$ （为从中间变流器付边电阻上取得的电压）， $C = 0.15 \mu\text{f}$ ， $R_1 = 3.57 \text{k}\Omega + (0 \sim 2.2) \text{k}\Omega$ （电位器），则移相角度为  $74.6^\circ \sim 80.5^\circ$ 。根据构成四边形阻抗继电器的需要，输出电压被调节到  $\dot{V}_0 = -\dot{I}_K R_{S_k} e^{i 78.8^\circ}$ 。

如果将R—C元件置于反馈回路，如图16所示，则为反相后向滞后方向移相  $0 \sim 90^\circ$  的接线。同上分析可得：

$$\dot{V}_0 = -\frac{\sqrt{1 + (\omega c R_F)^2}}{R_1 \omega c} \dot{V}_s \angle -\text{tg}^{-1} \frac{1}{\omega c R_F} \quad (34)$$

当取  $R_1 = |Z_F|$  时，上式可简化为：

$$\dot{V}_0 = -\dot{V}_s \angle -\text{tg}^{-1} \frac{1}{\omega c R} = \dot{V}_s \angle (180^\circ - \text{tg}^{-1} \frac{1}{\omega c R_F}) \quad (35)$$

因此也可以认为是输出电压较输入电压向超前方向移动  $180^\circ - \text{tg}^{-1} \frac{1}{\omega c R_F}$  的角度。

2. 利用加法器使不同相位的两个电压相加构成移相回路：这种方法在7SL32距离保护中得到广泛应用。例如在该保护中，为了构成偏移四边形特性的阻抗继电器，需要合成  $\dot{I}_K R_{SA} e^{i78.8^\circ}$ 、 $\dot{I}_K R_{SA} e^{i80.6^\circ}$ 、 $\dot{I}_K R_{SA} e^{i38.4^\circ}$ 、 $\dot{I}_K R_{SA} e^{i24.5^\circ}$  等的电压分量，此时比较简单的方法就是利用已有的  $-\dot{I}_K R_{Sh}$  与图15所获得的  $-\dot{I}_K R_{Sh} e^{i78.8^\circ}$  按不同的比例相加，即可合成各种电压分量。以合成  $\dot{I}_K R_{SA} e^{i80.6^\circ}$  为例，其原理接线如图17所示，参照(17)式的分析，输出电压应为：

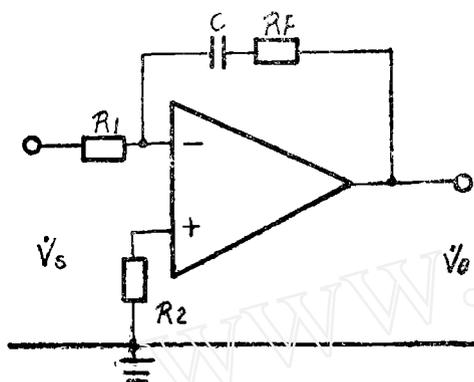


图16

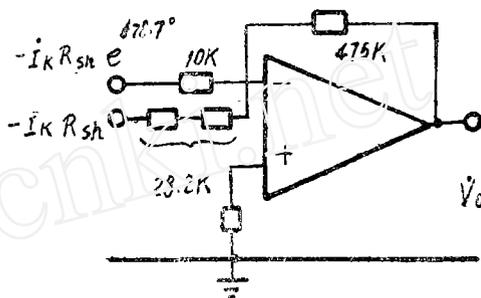


图17

$$\begin{aligned} \dot{V}_o &= - \left[ -\dot{I}_K R_{SA} e^{i78.8^\circ} \times \frac{475}{10} - \dot{I}_K R_{SA} \times \frac{475}{28.2} \right] \\ &= 53.3 \dot{I}_K R_{SA} e^{i80.6^\circ} \end{aligned}$$

其中53.3倍表示经运算放大器后的增益，而输出电压的相位则较  $\dot{I}_K R_{SA}$  前移  $60.6^\circ$ 。

3. 利用减法器使两个不同相位的电压相减构成移相回路：这种方法在引进美国的SLYP—SLCN保护中被采用，在正序距离继电器里其有关的原理接线如图18—a和b所示。设各电阻元件均以相应的电导表示，列出节点①、②和零子的约束方程如下：

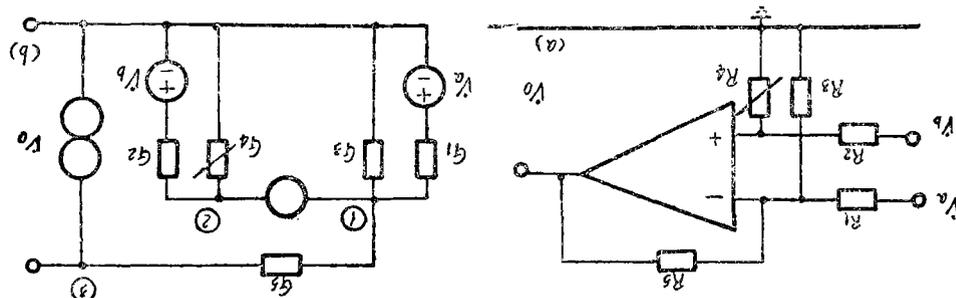


图18

$$\dot{V}_1 (G_1 + G_3 + G_5) - \dot{V}_0 G_5 = \dot{V}_a G_1 \quad (36)$$

$$\dot{V}_2 (G_2 + G_4) = \dot{V}_b G_2 \quad (37)$$

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 \quad (38)$$

解之可得：

$$\begin{aligned} \dot{V}_0 &= \frac{1}{G_5} \left[ \frac{G_2 (G_1 + G_3 + G_5)}{G_2 + G_4} \dot{V}_b - G_1 \dot{V}_a \right] \\ &= \frac{G_1}{G_5} \left[ \frac{G_2 (G_1 + G_3 + G_5)}{G_1 (G_2 + G_4)} \dot{V}_b - \dot{V}_a \right] \\ &= \frac{R_5}{R_1} \left[ k \dot{V}_b - \dot{V}_a \right] \end{aligned}$$

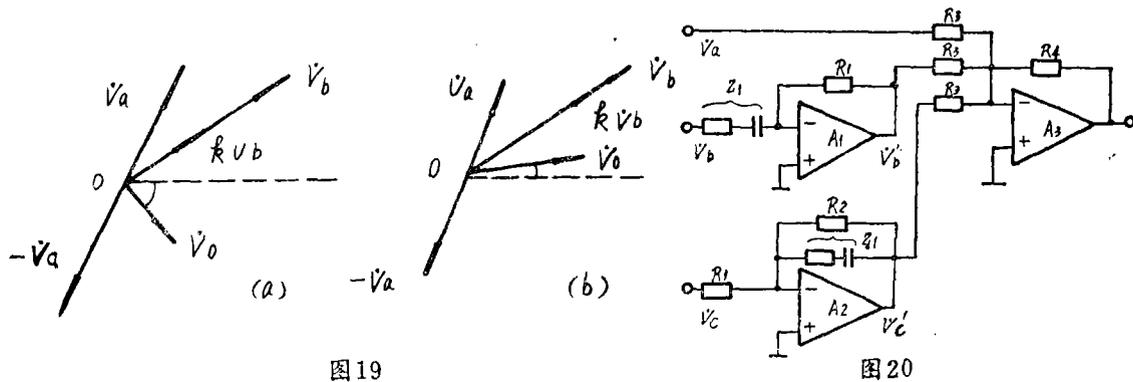
由此可见，调节 $R_4$ 的大小，就可以改变 $k$ 的数值，即可使 $\dot{V}_0$ 移相。当 $R_4$ 减小时， $k$ 值减小， $\dot{V}_0$ 的相角为负，相量图如图19—*a*所示，而当 $R_4$ 增大时， $k$ 值增大， $\dot{V}_0$ 的相角为正，如图19—*b*所示。

## 六、对称分量过滤器

1. 负序电压过滤器：众所周知，负序电压与三相电压的关系为：

$$\dot{V}_{2a} = \frac{1}{3} (\dot{V}_a + a^2 \dot{V}_b + a \dot{V}_c) \quad (40)$$

按此关系构成的负序电压过滤器的原理接线如图20所示。运算放大器 $A_1$ 将电压 $\dot{V}_b$ 向超前方向移相 $240^\circ$ ，参见图15及(33)式的分析，当选用 $Z_1 = R_1 e^{i 80^\circ}$ 时，则：



$$\dot{V}'_b = \dot{V}_b e^{i 240^\circ} = a^2 \dot{V}_b \quad (41)$$

运算放大器 $A_2$ 将电压 $\dot{V}_c$ 向超前方向移相 $120^\circ$ ，参见图16及(35)式的分析， $R_1$ 、 $Z_1$ 采用同上参数，则：

$$\dot{V}'_c = \dot{V}_c e^{i 120^\circ} = a \dot{V}_c \quad (42)$$

在 $Z_1$ 上并联数值很大的电阻 $R_2$  ( $R_2 \gg |Z_1|$ ), 是为了防止在直流电压的作用下,  $A_2$ 变为开环运行, 以减小失调电压和温度漂移的影响。顺便指出, 如果将反馈回路改接为R与C并联的方式, 并具有与串联时相等的阻抗关系, 则防止以上影响的效果更佳。

运算放大器 $A_3$ 是一个反相加法器, 其输出电压为:

$$\begin{aligned}\dot{V}_0 &= -\frac{R_4}{R_3} (\dot{V}_a + \dot{V}'_b + \dot{V}'_c) \\ &= -\frac{R_4}{R_3} (\dot{V}_a + a^2 \dot{V}_b + a \dot{V}_c) = -\frac{3R_4}{R_3} \dot{V}_{2a}\end{aligned}\quad (43)$$

即输出电压与三相输入电压中的负序分量成正比。显然当输入三相正序电压或零序电压时, 其输出电压均为零。

2. 用于SLYP-SLCN保护中的负序电压过滤器: 其原理接线及等效电路如图21-a和b所示, 是很简单的。根据图b列出节点①、②和零子的约束方程如下:

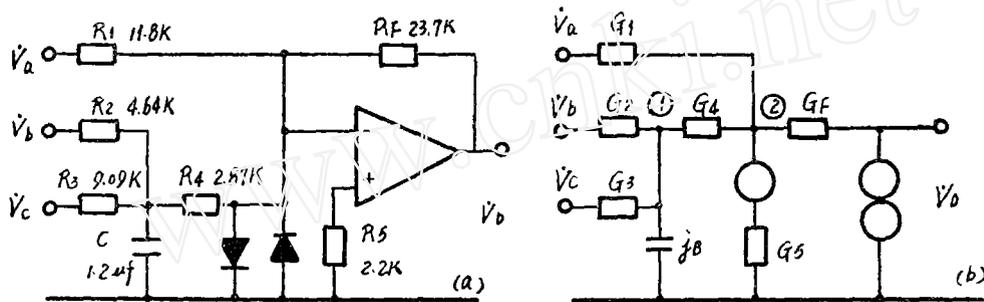


图 21

$$\dot{V}_1 (G_2 + G_3 + G_4 + jB) - \dot{V}_2 G_4 = \dot{V}_b G_2 + \dot{V}_c G_3 \quad (43)$$

$$\dot{V}_2 (G_1 + G_4 + G_F) - \dot{V}_1 G_4 - \dot{V}_0 G_F = \dot{V}_a G_1 \quad (44)$$

$$\dot{V}_2 = 0 \quad (45)$$

由(43)式可得:

$$\dot{V}_1 = \frac{\dot{V}_b G_2 + \dot{V}_c G_3}{G_2 + G_3 + G_4 + jB} = \frac{\dot{V}_b G_2 + \dot{V}_c G_3}{Y}$$

式中  $Y = G_2 + G_3 + G_4 + jB$  (46)

代入(44)式化简后可得:

$$\dot{V}_0 = -\frac{G_1}{G_F} \left( \dot{V}_a + \frac{G_2 G_4}{G_1 Y} \dot{V}_b + \frac{G_3 G_4}{G_1 Y} \dot{V}_c \right) \quad (47)$$

现对其参数选择问题讨论如下。当加入正序电压时, 为使输出电压 $\dot{V}_{0(1)} = 0$ , 在此采用了将 $\dot{V}_b$ 和 $\dot{V}_c$ 均向滞后方向移相 $30^\circ$ , 然后使 $\left( \frac{G_2 G_4}{G_1 Y} \dot{V}_{b1} + \frac{G_3 G_4}{G_1 Y} \dot{V}_{c1} \right)$

$= -\dot{V}_{a1}$ , 其相量关系如图22所示。为满足以上要求, 当以电阻 $R_2$ 为基准时, 则应选取:

$$\left. \begin{aligned}
 R_3 &= 2R_2 \\
 R_4 &= kR_2 \text{ (k值待设定)} \\
 Y &= \frac{1}{R_2} \left( \frac{3}{2} + \frac{1}{k} \right) + j\omega C = |Y| e^{j30^\circ} \\
 \omega C &= \sqrt{\frac{1}{3}} \cdot \frac{1}{R_2} \left( \frac{3}{2} + \frac{1}{k} \right) \\
 R_1 &= \left( 2k + \frac{4}{3} \right) R_2
 \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

设取  $k = \frac{2}{3}$ ,  $C = 1.2\mu\text{f}$ , 则可算出  $R_2 = 4.6\text{k}\Omega$ ,  $R_3 = 9.2\text{k}\Omega$ ,  $R_4 = 3.06\text{k}\Omega$ ,

$R_1 = 12.27\text{k}\Omega$ 。与图21中所标出的实测参数十分相近。

按以上要求选好参数后, 当输入为负序电压时, 则如图23所示, 输出电压为:

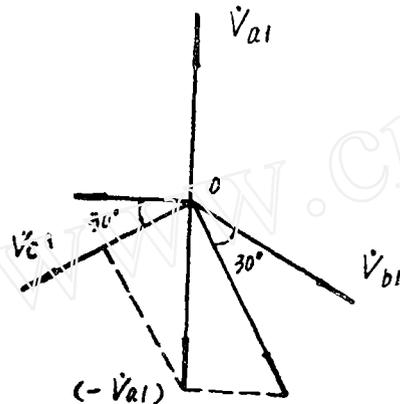


图 22

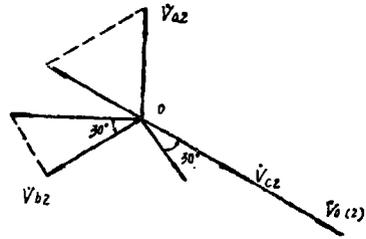


图 23

$$\dot{V}_{o(2)} = -\frac{R_F}{R_1} (\dot{V}_{a2} + \dot{V}_{b2}) = \frac{R_F}{R_1} \dot{V}_{c2} \quad (49)$$

当选取  $R_F = 2R_1$  时, 则:

$$\dot{V}_{o(2)} = 2 \dot{V}_{a2} e^{j240^\circ} \quad (50)$$

当输入为零序电压时,  $\dot{V}_a = \dot{V}_b = \dot{V}_c = V_{o0}$ , 代入(47)式化简后可得输出电压,

$$\dot{V}_{o(0)} = -2(1 + \sqrt{3}e^{-j30^\circ}) \dot{V}_{a0}$$

此式表明, 这种过滤器本身不能消除零序电压的影响, 因此在使用中, 必须使三相输入电压为三个相间电压。

3. 负序电流过滤器: 由于在静态继电保护的电流回路中, 都是首先利用中间变流器或电抗互感器将电流变换成电压, 因此将这些变换后的电压按要求加入图20或图21的接线, 即可使输出电压正比于负序电流, 构成负序电流过滤器。

### 七、有源滤波器

有源滤波器是指滤波器回路中除了使用R、C等无源元件外, 还应用了运算放大器等有源元件组成。

1. 用于7SL—32保护中的带通有源滤波器，其原理接线及等效电路如图24—a和b所示。列出节点①、②和零子的约束方程如下：

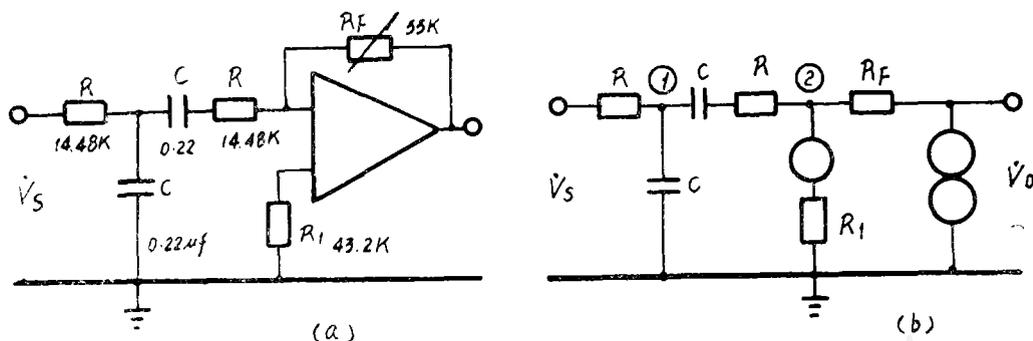


图 24

$$\dot{V}_1 \left( \frac{1}{R} + j\omega c + \frac{\omega c}{\omega c R - j1} \right) - \dot{V}_2 \frac{\omega c}{\omega c R - j1} = \frac{\dot{V}_s}{R} \quad (51)$$

$$\dot{V}_2 \left( \frac{1}{R_F} + \frac{\omega c}{\omega c R - j1} \right) - \frac{\dot{V}_0}{R_F} - \dot{V}_1 \frac{\omega c}{\omega c R - j1} = 0 \quad (52)$$

$$\dot{V}_2 = 0 \quad (53)$$

解之可得：

$$\begin{aligned} \frac{\dot{V}_0}{\dot{V}_s} &= -\frac{R_F}{R} \left[ \frac{1}{\left( \frac{1}{R} + j\omega c + \frac{\omega c}{\omega c R - j1} \right) \left( \frac{\omega c R - j1}{\omega c} \right)} \right] \\ &= -\frac{R_F}{R} \left[ \frac{1}{3 - j \left( \frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0} \right)} \right] \end{aligned} \quad (54)$$

式中：  $\omega_0 = \frac{1}{Rc}$  或  $R = \frac{1}{\omega_0 c}$

$\omega_0$ 是滤波器的中心频率。当调谐参数使 $\omega_0 = \omega$ （系统频率）时，输出电压幅值最大，

$V_{0max} = \frac{R_F}{3R} V_s$ ，相位与输入电压相差 $180^\circ$ 。

绘出其幅频特性如图25所示。

以 $\omega_0$ 为中心，当 $\frac{V_0}{V_{0max}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时所对

应的两个角频率分别为 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ ，称为滤波

器的截止频率，以 $B = \omega_2 - \omega_1$ 表示滤波器的带宽。显然， $B$ 越窄时，滤波器的效果越好。为此，定义滤波器的品质因数 $Q$ 为：

$$Q = \frac{\omega_0}{B} = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1} \quad (56)$$

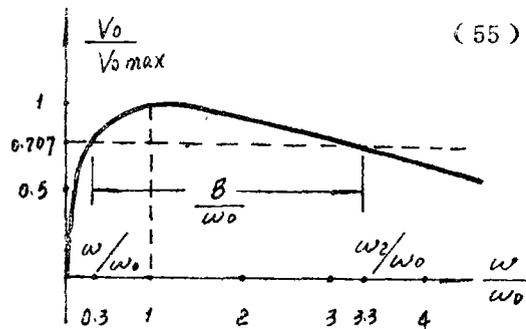


图 25

由(54)式可见, 当分母中的实部与虚部相等时, 输出电压的幅值恰为 $V_{0max}$ 的 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ , 对应此时的两个角频率即为 $\omega_1$ 和 $\omega_2$ , 故有:

$$\frac{\omega_0}{\omega_1} - \frac{\omega_1}{\omega_0} = 3 \text{ 或 } \omega_1^2 + 3\omega_0\omega_1 - \omega_0^2 = 0 \quad (57)$$

$$\text{和 } \frac{\omega_2}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega_2} = 3 \text{ 或 } \omega_2^2 - 3\omega_0\omega_2 - \omega_0^2 = 0 \quad (58)$$

解之可得:

$$\omega_1 = \frac{1}{2} (-3\omega_0 + \sqrt{9\omega_0^2 + 4\omega_0^2})$$

$$\omega_2 = \frac{1}{2} (3\omega_0 + \sqrt{9\omega_0^2 + 4\omega_0^2})$$

$$B = \omega_2 - \omega_1 = 3\omega_0 \quad (59)$$

$$Q = \frac{\omega_0}{B} = \frac{1}{3} = \frac{1}{\left[ 3 - j\left(\frac{\omega_0}{\omega} - \frac{\omega}{\omega_0}\right) \right]_{\text{实部}}} \quad (60)$$

即Q值为(54)式分母中实数部分的倒数。

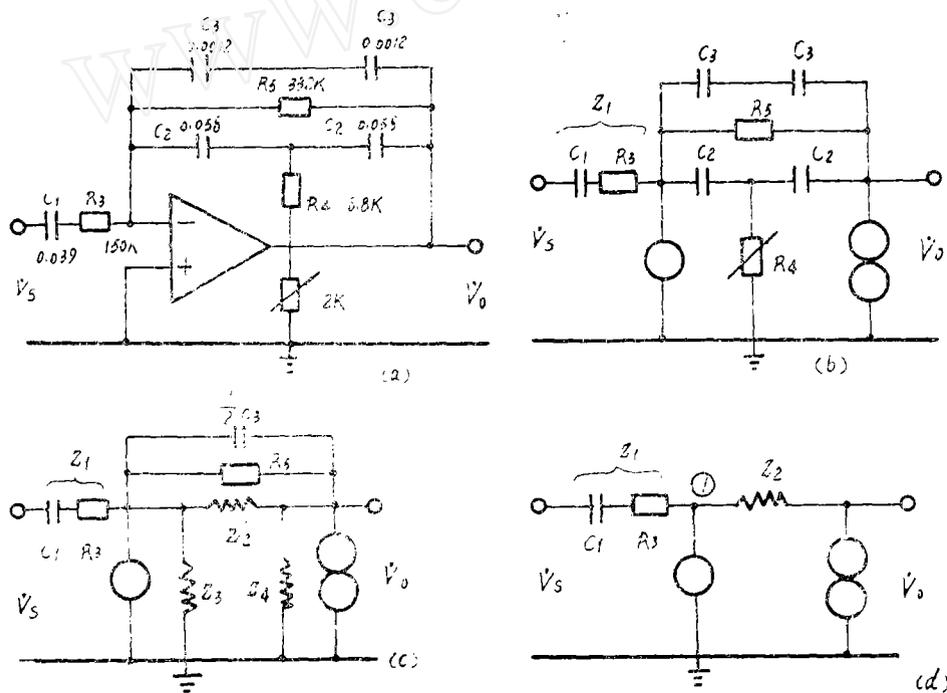


图 26

2. 用于SLYP—SLCN保护中的带通有源滤波器, 则原理接线和等效电路如图26-a和b所示。将图b中的 $C_2$ 、 $C_2$ 、 $R_4$ 支路由Y型变为 $\Delta$ 型, 则等效电路如图26-c,

其中 $Z_3$ 支路与零子并联,可略去不计, $Z_4$ 支路与任意子并联,可计入负荷阻抗中考虑,因此只需计算出 $Z_2$ 如下:

$$Z_2' = \frac{\left(\frac{1}{j\omega c_2}\right)^2 + \frac{R_4}{j\omega c_2} + \frac{R_4}{j\omega c_2}}{R_4} = -\frac{1 + 2j\omega c_2 R_4}{R_4(\omega c_2)^2} \quad (61)$$

再将 $Z_2'$ 、 $R_5$ 与 $\frac{1}{2}C_3$ 并联成 $Z_2$ ,等效电路化简为图26—d,此时:

$$Z_1 = R_3 + \frac{1}{j\omega c_1}$$

$$Z_2 = Z_2' // R_5 // \left(\frac{1}{j\frac{1}{2}\omega c_3}\right)$$

如果选用 $2R_4C_2 = R_3C_1$ ,则根据图26—d可直接求出:

$$\frac{V_0}{V_s} = -\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{-R_5C_1}{\left(\frac{1}{2}R_5C_3 + 2R_4C_2\right) + j\omega R_4R_5C_2(C_2 + C_3) - j\frac{1}{\omega}} \quad (62)$$

当上式分母中的虚部为零时,输出电压最大,

$$\dot{V}_{0max} = \frac{-R_5C_1}{\frac{1}{2}R_5C_3 + 2R_4C_2} \dot{V}_s \quad (63)$$

中心频率为:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_4R_5C_2(C_2 + C_3)}} \quad (64)$$

代回(62)式可得:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{V}_0}{\dot{V}_s} &= \frac{-R_5C_1}{\left(\frac{1}{2}R_5C_3 + 2R_4C_2\right) + j\left(\frac{\omega}{\omega_0^2} - \frac{1}{\omega}\right)} \\ &= \frac{-R_5C_1\omega_0}{\omega_0\left(\frac{1}{2}R_5C_3 + 2R_4C_2\right) + j\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \end{aligned} \quad (65)$$

$$\therefore Q = \frac{1}{\omega_0\left(\frac{1}{2}R_5C_3 + 2R_4C_2\right)}$$

将实际参数代入后,可求得: $\omega_0 = 323.5$ ,  $Q = 2.68$ 。

3. 用于SLYP—SLCN保护正序距离继电器中极化电压的记忆回路,其原理接线和等效电路如图27—a和b所示。根据各节点上所标示的电压和零子的约束条件,可列出以下方程:

$$\dot{V}_c\left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{KR}\right) - \frac{\dot{V}_b}{KR} = \frac{\dot{V}_s}{Z_1} \quad (66)$$

$$\dot{V}_b\left(\frac{1}{KR} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R}\right) - \frac{\dot{V}_a}{R} - \frac{\dot{V}_s}{R} - \frac{\dot{V}_c}{KR} = 0 \quad (67)$$

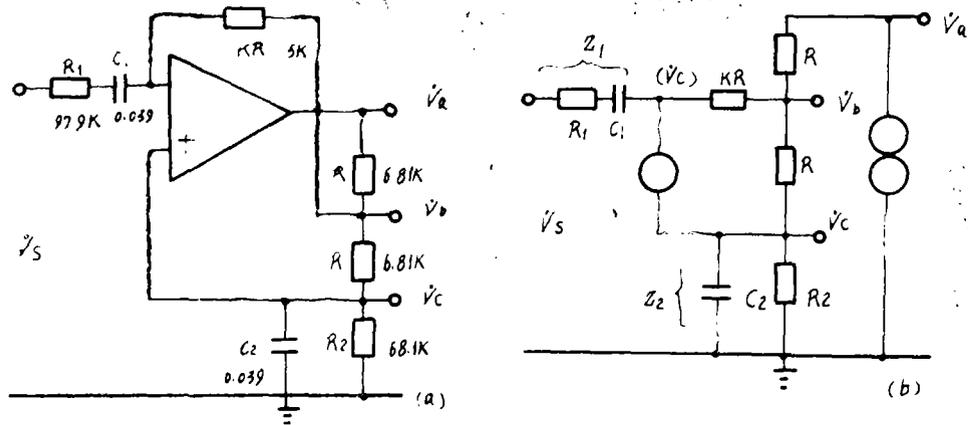


图 27

$$\dot{V}_c \left( \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{R} \right) - \frac{\dot{V}_b}{R} = 0 \quad (68)$$

将(68)代入(66)式可得:

$$\frac{\dot{V}_c}{\dot{V}_s} = \frac{1}{Z_1 \left( \frac{1}{Z_1} - \frac{1}{KZ_2} \right) \left( 1 - \frac{Z_1}{KZ_2} \right)} \quad (69)$$

由于  $Z_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1}$ ,  $Z_2 = R_2 // \left( \frac{1}{j\omega C_2} \right) = \frac{R_2}{1 + j\omega C_2 R_2}$ , 代入(69)后可得:

$$\frac{\dot{V}_c}{\dot{V}_s} = \frac{-KC_1 R_2}{(C_1 R_1 + C_2 R_2 - KC_1 R_2) - j \left( \omega C_1 R_1 C_2 R_2 - \frac{1}{\omega} \right)} \quad (70)$$

令(70)式分母中的虚部为零, 可求得中心频率为:

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 C_1 R_2 C_2}} \quad (71)$$

$$\frac{\dot{V}_c}{\dot{V}_s} = \frac{-K\omega_0 C_1 R_2}{\omega_0 (C_1 R_1 + C_2 R_2 - KC_1 R_2) + j \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)} \quad (72)$$

$$\therefore Q = \frac{1}{\omega_0 (C_1 R_1 + C_2 R_2 - KC_1 R_2)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{C_1 R_1} + \sqrt{C_2 R_2} - K \sqrt{C_1 R_2}} \quad (73)$$

将实际参数代入后可求得:  $\omega_0 = 314$ ,  $Q = 5.05$ ,  $V_{C_{max}} = 9.26 V_s$ . 再将(72)式代入(68)和(67)式, 可分别求出:

$$\frac{\dot{V}_b}{\dot{V}_s} = \left( 1 + \frac{R}{Z_2} \right) \frac{\dot{V}_c}{\dot{V}_s} \quad (74)$$

$$\frac{\dot{V}_a}{\dot{V}_s} = \left[ \frac{(1 + 2K)(Z_2 + R)}{KZ_2} - \frac{K + 1}{K} \right] \frac{\dot{V}_c}{\dot{V}_s} \quad (75)$$

# 用故障录波图进行精确故障定位的研究

湖北省电力中心调度所 杨志刚

## 摘 要

利用故障录波图进行精确故障定位,可分为故障线路两端均录波与一端有录波两种情况,而每一种又可分为接地故障和相间故障两种。我们采用了过零技术。

对于仅一端有录波的情况,进行精确故障定位难度更大。

对于单相接地短路,利用公式(Ⅱ)和(Ⅲ-1)进行计算。

$$X = \frac{\alpha}{k_i} \cdot \frac{U_{\beta}|_{i_{0\beta}=0}}{V|_{i_{0\beta}=0}} \quad (\text{Ⅲ})$$

$$a = \frac{\sin \varphi_L}{\omega L} \quad (\text{Ⅲ-1})$$

式中,  $X$  为故障点至  $\beta$  侧母线的公里数;  $k_i$  为电流互感器变化;  $U_{\beta}|_{i_{0\beta}=0}$  为在  $\beta$  侧的零序电流过零瞬间故障相相电压的瞬时值;  $V|_{i_{0\beta}=0}$  为相应瞬间在假想模拟阻抗上的压降瞬时值;  $\varphi_L$  为线路正序阻抗角;  $\omega L$  为线路每公里长的电抗值。

步骤:

(1) 用故障录波图上本线路  $3i_0$  过零点向滞后方向移动  $\varphi_L$  角度时所对应的故障相电流一次值的瞬时值, 加上  $3i_0$  过零点向后移  $\varphi_L$  角度时所对应的  $3i_0$  一次值的瞬时值的  $k$  倍, 就是我们欲求的  $V|_{i_{0\beta}=0}$ ,  $k$  为零序补偿度,  $k = \frac{1}{3}(k'_0 - 1)$ ;

(2) 在录波图上求取  $3i_0$  过零时故障相电压的一次瞬时值, 即  $U_{\beta}|_{i_{0\beta}=0}$  的值;

(3) 用  $3i_0$  的上峰值连线与下峰值连线距离的一半画水平线(平行线), 与  $3i_0$  曲线的交点即为  $3i_0$  的过零点;

(4) 用线路正序阻抗角的正弦, 除以线路每公里长的电抗, 其商即为  $a$  值;

$\dot{V}_1$  和  $\dot{V}_2$  均超前于  $\dot{V}_0$ , 它们的输出可接入如图18-a所示的移相电路, 以改变输出电压的相位。

## 参考文献

1. 《电路基础》天津大学电工原理教研室编 1985年6月
2. 《SLYP-SLGN方向高频保护技术说明》水电部南京自动化研究所 教学安 1985年
3. 《7SL52型高压远距离保护装置》华北电管局五十万办公室 1984年3月