

# 计算机继电保护算法讨论

山东工业大学 于九祥

计算机继电保护的思想萌芽是从60年代中期开始产生的。经过先行者们的努力，特别是随着第四代微处理器的问世及硬件价格的大幅度下降，计算机继电保护实际应用的时机成熟了。由于它有许多独特的优点，因此引起了各国继电保护工作者的极大兴趣，一个在继电保护中使用计算机的研究热潮已经在国际上出现，我们国家在这方面也做了大量的工作。

计算机继电保护的硬件结构，可以用图1方框图表示。

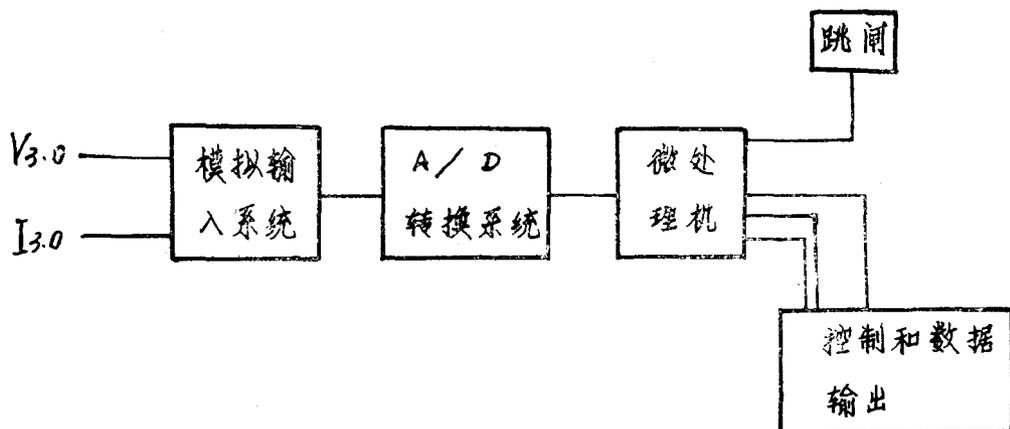


图 1

模拟输入系统从电力系统变换器中接受三相交流量并转换为大小适应A/D转换器要求的模拟量。通过A/D转换器将输入的连续模拟量变为数字信号送入计算机中。计算机按照一定的数学模型和不同程序完成继电保护的任任务。同常规继电器不同，计算机继电保护是以软件来实现保护功能的。因此，在很大范围内不同原理的继电器的硬件可以是一样的，换以不同的程序即可改变继电器功能。

在微处理机的存储器里存放着一个精心编制的程序，它是识别和判断被保护元件是否发生故障的关键。而计算机程序的核心又是对采样值进行运算的方法，或计算方程，它是用输入的原始采样数值进行操作，最后提供一个有效的输出量如：电流、电压幅值和相角，故障点离保护安装处的视在阻抗或计算出电抗和电阻值。

下面讨论一下计算机继电保护的一些算法：

## (一) 基频分量计算法

### 1、正弦量幅值计算法

正弦量幅值计算法是计算机继电保护中最基本的算法。已在有关文献中提出了多种运算方法, 这些算法大体可以分为两类, 一类是经过三角函数的恒等变换推导出结果, 另一类是利用差分公式代替微分运算求出结果。本文只介绍两种算法以提供简单的分析方法。

算法 1

设采样值  $V_{-1}$ ,  $V_0$

$$V_{-1} = V_p \sin(-\omega_0 \Delta T + \theta_v)$$

$$V_0 = V_p \sin(\theta_v)$$

$$\text{则 } V_{-1} = V_p \sin(-\omega_0 \Delta T + \theta_v) = (V_p \sin \theta_v) \cos(\omega_0 \Delta T) - (V_p \cos \theta_v) \sin(\omega_0 \Delta T)$$

$$\text{整理 } V_p \cos \theta_v = \frac{V_0 \cos(\omega_0 \Delta T) - V_{-1}}{\sin(\omega_0 \Delta T)}$$

$$\begin{aligned} \therefore V^2_p &= V^2_0 + \left[ \frac{V_0 \cos(\omega_0 \Delta T) - V_{-1}}{\sin(\omega_0 \Delta T)} \right]^2 \\ &= \frac{V^2_0 + V^2_{-1} - 2V_0 V_{-1} \cos(\omega_0 \Delta T)}{\sin^2(\omega_0 \Delta T)} \end{aligned}$$

$$\theta_v = \arctg \frac{V_0 \sin(\omega_0 \Delta T)}{V_0 \cos(\omega_0 \Delta T) - V_{-1}}$$

这种算法是利用两个连续的采样值算出某相电压的幅值和相角。对于系统频率为  $f = 50\text{Hz}$  时, 采样频率取  $f_s = 600\text{Hz}$ 。可以得到比较简单的结果。

$$\omega_0 = 100\pi \text{ rad/s}$$

$$\Delta T = \frac{1}{f_s} = \frac{1}{600} \text{ s}$$

$$\omega_0 \Delta T = \frac{100\pi}{600} = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

$$\sin(\omega_0 \Delta T) = 0.5$$

$$\cos(\omega_0 \Delta T) = 0.866$$

$$\text{故得: } V^2_p = \frac{V^2_0 + V^2_{-1} - 1.732V_0 V_{-1}}{0.25}$$

$$\theta_v = \arctg \frac{0.5V_0}{0.866V_0 - V_{-1}}$$

本算法的计算量是正弦量幅值计算法中比较大的一种。由于它是从正弦函数恒等变换推导而来, 故无计算误差。

当信号中含有与基波幅值相等的直流分量时, 有

$$V_0 = V_p (1 + \sin \theta_v)$$

$$V_{-1} = V_p [1 + \sin(-\omega_0 T \Delta + \theta_v)]$$

代入算法得:

$$V_{PC}^2 = V_P^2 \{ (1 + \sin\theta_V)^2 + [1 + \sin(-\omega_0\Delta T + \theta_V)]^2 - 2(1 + \sin\theta_V)[1 + \sin(-\omega_0\Delta T + \theta_V)] \cdot \cos(\omega_0\Delta T) \} / \sin^2(\omega_0\Delta T)$$

化简后得:

$$V_{PC}^2 = V_P^2 \left\{ 1 + \frac{1 + 2\cos\frac{\omega_0\Delta T}{2} \sin\left(-\frac{\omega_0\Delta T}{2} + \theta_V\right)}{\cos^2\left(\frac{\omega_0\Delta T}{2}\right)} \right\}$$

当系统频率为50Hz, 采样频率为600Hz时

$$\cos\left(\frac{\omega_0\Delta T}{2}\right) \approx 1$$

上式可简化为:

$$V_{PC}^2 = 2V_P^2 [1 + \sin\left(-\frac{\omega_0\Delta T}{2} + \theta_V\right)]$$

式中:  $V_{PC}$ 为计算值。  $V_P$ 为实际值。

由计算结果看出, 本算法受直流影响相当严重。当信号中含有与基频相等的直流分量时, 计算结果将在  $0 \sim 4V_P^2$  之间随时间正弦变化, 因此, 在故障初始阶段, 由于直流暂态分量的影响, 用本算法计算电压(或电流)基波幅值时, 将出现很大误差, 并且计算结果大幅度的波动。

#### 算法2

本算法是采用一、二阶差分公式代替微分运算。

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_{t=0} \approx \frac{V_{+1} - V_{-1}}{2\Delta T}$$

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_{t=-\frac{\Delta T}{2}} \approx \frac{V_0 - V_{-1}}{\Delta T}$$

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_{t=\frac{\Delta T}{2}} \approx \frac{V_{+1} - V_0}{\Delta T}$$

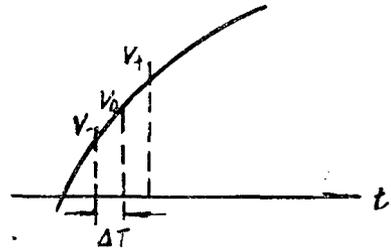


图2

$$\left. \frac{d^2V}{dt^2} \right|_{t=0} = \frac{\left. \frac{dV}{dt} \right|_{t=\frac{\Delta T}{2}} - \left. \frac{dV}{dt} \right|_{t=-\frac{\Delta T}{2}}}{\Delta T}$$

$$\left. \frac{d^2V}{dt^2} \right|_{t=0} = \frac{V_{+1} - 2V_0 + V_{-1}}{(\Delta T)^2}$$

根据  $\frac{dV}{dt} = \omega_0 V_P \cos(\omega_0 t + \theta_V)$

$$\frac{d^2V}{dt^2} = -\omega_0^2 V_P \sin(\omega_0 t + \theta_V)$$

$$\text{则 } V_P \sin \theta_V = - \frac{V_{+1} - 2V_0 + V_{-1}}{(\omega_0 \Delta T)^2}$$

$$V_P \cos \theta_V = \frac{V_{+1} - V_{-1}}{2\omega_0 \Delta T}$$

故得:

$$V_P^2 = \frac{(V_{+1} - V_{-1})^2}{(2\omega_0 \Delta T)^2} + \frac{(V_{+1} - 2V_0 + V_{-1})^2}{(\omega_0 \Delta T)^4}$$

本算法由于同时用到一阶和二阶差分公式,故存在着计算误差。利用三角函数的等值变换可推导出误差项为:

$$e = V_P \left\{ 1 - \left( \frac{\sin \omega_0 \Delta T}{\omega_0 \Delta T} \right)^2 + \left[ \left( \frac{\sin \omega_0 \Delta T}{\omega_0 \Delta T} \right)^2 - \left( \frac{2 \sin \omega_0 \Delta T / 2}{\omega_0 \Delta T} \right)^4 \right] \sin^2 \theta_V \right\}$$

本算法的两项均为差分公式,因此不受直流分量的影响,当信号中含有直流暂态成分时,用本算法仍能较准确地算出基波幅值,这是这一算法的最大优点。

## 2、乘积法:

设计算电压过零点后 $t_1$ 时的采样值 $V_1$ 和落后电压 $\theta$ 角的电流采样值 $i_1$

$$V_1 = V_m \sin \omega t_1$$

$$i_1 = I_m \sin (\omega t_1 - \theta)$$

$t_2 = t_1 + \Delta T$ 的采样值为:

$$V_2 = V_m \sin (\omega t_1 + \omega \Delta T)$$

$$i_2 = I_m \sin (\omega t_1 + \omega \Delta T - \theta)$$

$t_3 = t_1 + 2\Delta T$ 的采样值为:

$$V_3 = V_m \sin (\omega t_1 + 2\omega \Delta T)$$

$$i_3 = I_m \sin (\omega t_1 + 2\omega \Delta T - \theta)$$

取两采样值(例如 $V_1$ 、 $i_1$ )的乘积

$$V_1 i_1 = V_m I_m \sin \omega t_1 \cdot \sin (\omega t_1 - \theta) = \frac{V_m I_m}{2} \left[ \cos \theta - \cos (2\omega t_1 - \theta) \right] \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{同理 } V_2 i_2 = \frac{V_m I_m}{2} \left[ \cos \theta - \cos (2\omega t_1 + 2\omega \Delta T - \theta) \right] \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$V_1 i_2 = \frac{V_m I_m}{2} \left[ \cos (\theta - \omega \Delta T) - \cos (2\omega t_1 + \omega \Delta T - \theta) \right] \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$V_2 i_1 = \frac{V_m I_m}{2} \left[ \cos (\theta + \omega \Delta T) - \cos (2\omega t_1 + \omega \Delta T - \theta) \right] \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$V_3 i_3 = \frac{V_m I_m}{2} \left[ \cos \theta - \cos (2\omega t_1 + 4\omega \Delta T - \theta) \right]$$

利用上述乘积的结果进行加、减运算，消去含有 $t_1$ 的项，便可由采样数值算出其幅值 $V_m$ 、 $I_m$ 及功率、阻抗等。

由 $V_1 i_2 - V_2 i_1$ 消去 $\omega t_1$ 项得：

$$V_m I_m \sin \theta = \frac{V_1 i_2 - V_2 i_1}{\sin \omega \Delta T} \quad \dots\dots (6)$$

$V_1 i_1 + V_3 i_3$ 再与式(2)经过适当的组合便可消去 $\omega t_1$ 项得：

$$V_m I_m \cos \theta = \frac{V_1 i_1 + V_3 i_3 - 2 V_2 i_2 \cos 2 \omega \Delta T}{2 \sin^2 \omega \Delta T} \quad \dots\dots (7)$$

当 $i(t)$ 用 $V(t)$ 代替时，即令 $I_m$ 代以 $V_m$ ， $\theta = 0^\circ$ 则有

$$V_m^2 = \frac{V_1^2 + V_3^2 - 2 V_2^2 \cos 2 \omega \Delta T}{2 \sin^2 \omega \Delta T} \quad \dots\dots (8)$$

同理

$$I_m^2 = \frac{i_1^2 + i_3^2 - 2 i_2^2 \cos 2 \omega \Delta T}{2 \sin^2 \omega \Delta T} \quad \dots\dots (9)$$

当采样频率取600Hz， $\omega \Delta T = 30^\circ$ 时，则式(6)~(9)可简化为：

$$V_m I_m \sin \theta = 2 (V_1 i_2 - V_2 i_1)$$

$$V_m I_m \cos \theta = 2 (V_1 i_1 + V_3 i_3 - V_2 i_2)$$

$$V_m^2 = 2 (V_1^2 + V_3^2 - V_2^2)$$

$$I_m^2 = 2 (i_1^2 + i_3^2 - i_2^2)$$

根据以上四式还可得出：

$$R = \frac{V_m}{I_m} \cos \theta = \frac{V_1 i_1 + V_3 i_3 - V_2 i_2}{i_1^2 + i_3^2 - i_2^2}$$

$$X = \frac{V_m}{I_m} \sin \theta = \frac{V_1 i_2 - V_2 i_1}{i_1^2 + i_3^2 - i_2^2}$$

依照前述同样的方法，可以求得Z值和 $\theta$ 值

以上讨论的算法均属于短数据窗的算法（可理解为所需取用的采样点较少）。采样两、三次就可以计算出结果，因此它的时间响应比较快，计算量少。但这几种算法都是一种理论性的方法，它是从正弦波的假想条件下推算出来的。这个假定在系统发生故障的实际情况下是不成立的。这时直流分量和各种谐波的影响将导致不能接受的误差。为此发展了一些改进的方法。

## (二)相关函数法：（即正交函数法）

这种算法是采用某一正交函数组作为样品函数。将这一正交样品函数组与待分析的时变函数进行相应的积分变换，以求出与样品函数频率相同的分量的实部和虚部的系数，进而可以求出待分析的时变函数中该频率的谐波分量的模值和相位。换句话说，这种算法是利用参考量同被测量的相关计算，可求得被测量的相应分量。在计算机保护中广泛应用的正交函数族为付里叶级数（三角函数）和沃什（Walsh）函数。

### 1. 全周波付氏算法

它是数据窗最大的一种典型理论上的算法，它需要在整个周波的所有采样点都完毕之后才能算出理论上的结果。设输入继电器的电流*i*(*t*)和电压*V*(*t*)包含着直流分量和各种谐波，

$$i(t) = I_0 + I_{1m} \sin(\omega t + \delta_1) + I_{2m} \sin(2\omega t + \delta_2) + \dots$$

$$V(t) = V_0 + V_{1m} \sin(\omega t + \delta_1 + \varphi_1) + V_{2m} \sin(2\omega t + \delta_2 + \varphi_2) + \dots$$

各次谐波都可以分成正弦和余弦项，例如基波分量可写成：

$$I_{1m} \sin(\omega t + \delta_1) = A_i \sin \omega t + B_i \cos \omega t$$

$$V_{1m} \sin(\omega t + \delta_1 + \varphi_1) = A_v \sin \omega t + B_v \cos \omega t$$

给*i*(*t*)和*V*(*t*)乘以sin*ωt*或cos*ωt*，然后从任一瞬间*t*<sub>0</sub>积分一个基波周期即可消去直流分量和各种谐波。最后得：

$$A_v = -\frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} V(t) \sin \omega t d(\omega t);$$

$$B_v = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} V(t) \cos \omega t d(\omega t);$$

$$A_i = -\frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i(t) \sin \omega t d(\omega t);$$

$$B_i = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i(t) \cos \omega t d(\omega t)。$$

这种算法在计算机上实现时，是对离散的采样值进行运算。如果每一周波采样*n*次，则可用*n*个采样值总和代替上述积分运算。计算出*A<sub>v</sub>*、*B<sub>v</sub>*、*A<sub>i</sub>*和*B<sub>i</sub>*。从而得到基波分量。

这时可写成（对采样点*K*）：

$$A_v = \frac{2}{n} \sum_{j=-1}^n V_{K-n+j} \sin(2\pi j/n)$$

$$B_v = \frac{1}{n} [V_{K-n} + V_{K+2} + 2 \cdot \sum_{j=-1}^n V_{K-n+j} \cos(2\pi j/n)]$$

这里*V<sub>j</sub>*是电压采样值，*n*为每一基波周期所取的采样次数。*A<sub>i</sub>*和*B<sub>i</sub>*也可按同样方法写出。由此可以建立阻抗继电器的数字模型。保护安装处到故障点的阻抗为：

$$\text{直角坐标系: } Z = R + jx = \frac{A_i A_v + B_v B_i}{A_i^2 + B_i^2} + j \frac{B_v A_i - A_v B_i}{A_i^2 + B_i^2}$$

$$\text{极坐标系: } Z = \sqrt{\frac{A_v^2 + B_v^2}{A_i^2 + B_i^2}}$$

$$Q = \arctg(A_i/B_i) - \arctg(A_v/B_v)$$

这种方法是每当得到一个新的采样值便加入到*A<sub>v</sub>*和*B<sub>v</sub>*中去得到新的近似值。这样不断抛弃旧值。得到新值，即可将*R*和*X*逐步接近真实值的趋势描绘出来。要准确地求得需要的系数。整个周期内的采样都要用到。这当然要延长了保护的動作时间。为此，可以这样处理。每取一个采样值计算一次，这样求出的计算阻抗便是跳跃式地接近于它的真

实值。我们主要是判断是否发生了故障，并不拘泥于求得真实值，所以只要计算阻抗值能够进入动作区就可以了。采样点可以不要很多。为了可靠起见，连续计算三次如果它们的计算结果都在动作区内即可发出跳闸信号。

这种方法的特点如下：

- (1) 有效地抑制各次谐波，有强烈的滤波作用，但基波保持原来的大小不变。
- (2) 降低噪音和各种输入干扰的影响。
- (3) 对不衰减的直流分量可以完全消除，对衰减的直流分量影响比较小，比短数据窗的计算法要好。
- (4) 对暂态的响应比短数据窗要慢一些。

## 2. 沃什函数法

用正弦函数作为样品函数进行计算。其精度比较高。但是需要作多次乘法、平方、开方运算，要占用很多的时间（按目前一般小型计算机一次乘法运算需20微秒以上，一次除法运算需100微秒以上，而一次加法运算则在1微秒左右）。所以现在除研究快速付氏变换方法外，还研究用沃什函数，它的计算基本上是用加法。

沃什函数族为幅值是±1，单位时间过零点数目不同的方波构成的正交函数族。当横轴取周期 $T=1$ 时，满足

$$\int_0^1 \text{Wal}(n, t) \text{Wal}(m, t) dt = \begin{cases} 0 & m \neq n \\ 1 & m = n \end{cases}$$

图3为0阶到3阶沃什函数 $\text{Wal}(K, t)$ 的波形。与付氏级数相似。周期性电流或电压波形 $X(t)$ 可以分解为无穷项沃什函数之和。

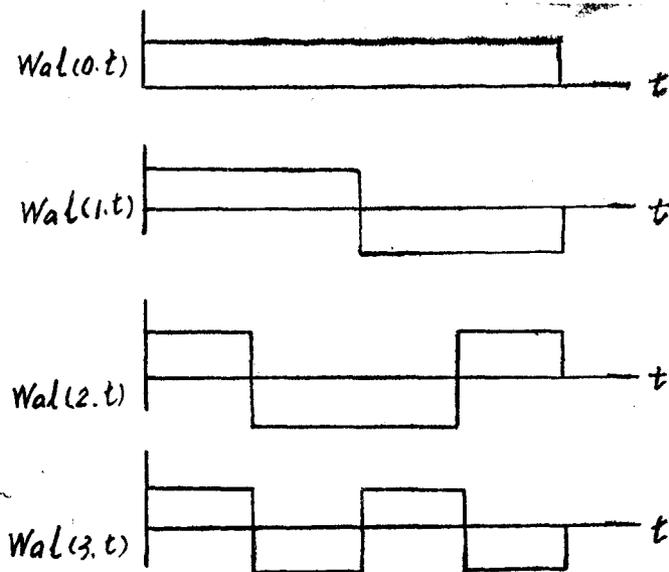


图3

$$X(t) = W_0 + W_1 \text{Wal}(1, t) + W_2 \text{Wal}(2, t) + W_3 \text{Wal}(3, t)$$

$$+W_4\text{Wal}(4, t) + \dots$$

$$\text{即: } X(t) = \sum_{k=0}^{\infty} W_k \text{Wal}(K, t)$$

用各阶沃什函数作为标准参考信号, 即可用相关计算求出相应的 $W_k$  (与付氏算法中求系数 $A_n$ 、 $B_n$ 、 $A_i$ 、 $B_i$ 相类似) 再由变换矩阵 $A$  (现成的) 算出对应的付里叶级数各项的系数, 从而算出 $X(t)$ 的幅值和相角 (也可直接由 $W_k$ 算出 $X(t)$ 的幅值和相角)。

这种算法的优点是不反应高次谐波和直流分量 (对不衰减的直流分量可以完全消除)。由于它是由数值为 $\pm 1$ 的方波构成。计算时基本上用的是加法, 大大加快了运算速度。但这种算法也存在缺点, 暂态响应时间比短数据窗要慢, 这点与全周波付氏算法相同。另外这种算法分解的精度较差。为了达到同样的精度, 与付氏级数相比, 要求采样速度快及阶数多。

### (三) 最小二乘法算法

在测量工作和各种科学实验中, 常用最小二乘法进行数据处理。这种方法的目的是求一条给定函数图形的近似曲线。这类问题称为求曲线拟合的问题。它与插值法不同, 它不要求曲线完全通过所有已知点, 只要求得出近似曲线能反映数据的基本趋势。这种方法是用来解矛盾方程组的一种常用方法。它的目的是寻求各未知数的一组取值, 使各方程式误差的平方和达到最小值, 这也就是最小二乘法准则。最小二乘法可以用到计算机继电保护中, 利用保护安装处的电压和电流的采样数值, 计算阻抗。

在故障时, 由衰减直流分量和各次谐波组成的电压波形可以用下式表示:

$$V(t_1) = K_1 e^{-(t_1/\tau)} + \sum_{n=1}^N K_{2n} \sin(n\omega_0 t_1 + \theta_n) \quad (1)$$

式中:  $V(t_1)$ :  $t_1$ 时的瞬时电压值;

$\tau$ : 直流分量衰减时间常数;

$N$ : 电压中的最高次谐波次数;

$\omega_0$ : 系统的基波角频率;

$K_1$ :  $t=0$ 时, 直流分量的大小;

$K_{2n}$ : 第 $n$ 次谐波分量的峰值;

$\theta_n$ : 第 $n$ 次谐波分量的相角。

利用泰勒级数 $e^{-\frac{t_1}{\tau}}$ 可以分解成下式:

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{t_1}{\tau} + \frac{1}{2!} \left(\frac{t_1}{\tau}\right)^2 - \frac{1}{3!} \left(\frac{t_1}{\tau}\right)^3 + \dots \quad (2)$$

取前三项表示 $e^{-\frac{t}{\tau}}$ 并假定输入量中无偶次谐波和高次谐波被滤掉, 则在 $t_1$ 被取样的电

压可以表示为:

$$V(t_1) = K_1 - \frac{K_1}{\tau} t_1 + \frac{K_1}{2\tau^2} t_1^2 + K_{21} \sin(\omega_0 t_1 + \theta_1) + K_{23} \sin(3\omega_0 t_1 + \theta_3)$$

展开 $\sin(\omega_0 t_1 + \theta_1)$ 和 $\sin(3\omega_0 t_1 + \theta_3)$ 得

$$V(t_1) = K_1 - \frac{K_1}{\tau} t_1 + \frac{K_1}{2\tau^2} t_1^2 + (K_{21} \cos\theta_1) \sin\omega_0 t_1 + (K_{21} \sin\theta_1) \cos\omega_0 t_1 + (K_{23} \cos\theta_3) \sin 3\omega_0 t_1 + (K_{23} \sin\theta_3) \cos 3\omega_0 t_1 \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{设: } x_1 &= K_1 & x_2 &= K_{21} \cos\theta_1 & x_3 &= K_{21} \sin\theta_1 \\ & & x_4 &= K_{23} \cos\theta_3 & x_5 &= K_{23} \sin\theta_3 \\ & & x_6 &= -K_1/\tau & x_7 &= K_1/2\tau^2 \\ a_{11} &= 1; & a_{12} &= \sin(\omega_0 t_1) & a_{13} &= \cos(\omega_0 t_1) \\ & & a_{14} &= \sin(3\omega_0 t_1) & a_{15} &= \cos(3\omega_0 t_1) \\ & & a_{16} &= t_1 & a_{17} &= t_1^2 \end{aligned} \quad (5)$$

$$V(t_1) = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + a_{15}x_5 + a_{16}x_6 + a_{17}x_7 \quad (6)$$

$t_2(t_1 + \Delta t)$  瞬间电压的采样值可用类似的方程式表示如下:

$$V(t_2) = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + a_{24}x_4 + a_{25}x_5 + a_{26}x_6 + a_{27}x_7 \quad (7)$$

式中 $a_{21} = 1$ ;  $a_{22} = \sin(\omega_0 t_2)$ ;  $a_{23} = \cos(\omega_0 t_2)$  等等,如果参考时间取 $t = 0$ ,根据电压的取样速度 $\Delta t$ 可以确定方程式(6)和(7)的系数“a”。采样电压 $V(t_1)$ 和 $V(t_2)$ 是已知的,因此由 $m$ 个电压取样值可以建立 $m$ 个方程式,写成矩阵的形式如下:

$$\begin{matrix} [A] & [x] & = & [V] \\ m \times 7 & 7 \times 1 & m \times 1 \end{matrix} \quad (8)$$

根据参考时间和取样速度,矩阵 $[A]$ 中的各元素能够用离线方式确定。方程式(8)中的7个未知数至少需要7个电压采样值。一般情况下 $m > 7$ 。利用伪逆矩阵(Pseudo-inverse)概念可以提供未知数的解如下:

$$[x] = [A]^+ [V] \quad (9)$$

$$\begin{matrix} 7 \times 1 & 7 \times m & m \times 1 \end{matrix}$$

式中 $[A]^+$ 是 $[A]$ 的伪逆矩阵

$$[A]^+ = [ [A]^T [A]^{-1} [A]^T ]$$

$$\begin{matrix} 7 \times m & 7 \times m & m \times 7 & 7 \times m \end{matrix}$$

伪逆矩阵的应用提供了最小二乘法的解。

利用方程式(9),可以计算出[x]向量中的所有元素,其中 $x_2$ 和 $x_3$ (基频电压向量的实数和虚数部分)对计算阻抗是有用处的。

同样从电流的采样值中,按照上面的方法可以确定基频电流向量中的实数和虚数部分。

$$\text{即: } x_{2V} = V_p \cos \theta_V; \quad x_{3V} = V_p \sin \theta_V \\ x_{2i} = I_p \cos \theta_i; \quad x_{3i} = I_p \sin \theta_i$$

有了这些值就可以计算出保护安装处至故障点的阻抗。

$$R = R_e \left\{ \frac{V}{I} \right\} = \frac{x_{2V}x_{2i} + x_{3V}x_{3i}}{x_{2i}x_{2i} + x_{3i}x_{3i}} \\ x = I_m \left\{ \frac{V}{I} \right\} = \frac{x_{3V}x_{2i} - x_{2V}x_{3i}}{x_{2i}x_{2i} + x_{3i}x_{3i}}$$

这种算法的特点:

1. 可以自由选择数据窗的大小,如果能与采样频率正确的配合可以减小输入噪音的影响。
2. 可以自由选择信号模型,允许把一定的谐波成份考虑到条件方程中去,并求出其值的大小这一点在变压器差动保护中很有用处。
3. 这种算法考虑了故障电压和电流中的衰减直流分量,使计算精度得到很大改善。

这种算法也存在缺点,它的计算量很大,乘法计算多。如果能正确选择参考时间,可以减少计算工作量。对于720Hz采样频率,9个采样点的情况下,取参考时间( $t=0$ )同第二个采样点重合,则[A]<sup>+</sup>矩阵中的第二行和第三行数值是对称的,减少了计算的工作量。

#### (四)解微分方程法:

这种方法是假定被保护线路分布电容可以忽略。于是短路后保护安装处电压和电流应满足下列微分方程:

$$V = L \frac{di}{dt} + Ri$$

式中L及R分别为从保护安装处到故障点线路的电感和电阻。V和i则应理解为故障回路的电压和电流。如果用两个不同时刻电流和电压的两组采样值 $i_1, V_1, i_2, V_2$ ,即可得二个独立的方程式而解出二个未知数L和R。在具体计算时仍需考虑消除谐波的影响。否则引起误差也是不能容忍的。可以采用分段积分法消除某些谐波的影响。当然想要消去的谐波越多。需要在时间上做更多的牺牲。应用比较多的是利用差分法解微分方程。它是用算术平均值计算两个采样周期内电流,电压平均值从而将微分方程式转化为代数方程式以求解R、L即:

采用两个取样周期 $t_0-t_1, t_1-t_2$ 测出 $V_0, V_1, V_2, i_0, i_1$ 和 $i_2$

$$\text{令 } i_A = \frac{i_0 + i_1}{2}, \quad i_B = \frac{i_1 + i_2}{2}, \quad V_A = \frac{V_0 + V_1}{2},$$

$$V_B = \frac{V_1 + V_2}{2}, \quad \frac{di_A}{dt} = \frac{i_1 - i_0}{t_1 - t_0}, \quad \frac{di_B}{dt} = \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1}$$

则

$$V_A = Ri_A + L \frac{i_1 - i_0}{t_1 - t_0}$$

$$V_B = Ri_B + L \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1}$$

$$R = \frac{V_A \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1} - V_B \frac{i_1 - i_0}{t_1 - t_0}}{i_A \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1} - i_B \frac{i_1 - i_0}{t_1 - t_0}}$$

$$L = \frac{i_A V_B - i_B V_A}{i_A \frac{i_2 - i_1}{t_2 - t_1} - i_B \frac{i_1 - i_0}{t_1 - t_0}}$$

这种算法的优点是不需要滤掉电流中衰减的直流分量。直流分量在微分方程中是一个隐含的因素，它不引起计算上的误差。实际的输电线路，由于存在分布电容，与R、L模拟电路有些不同。分布电容会引起高频暂态分量，带来误差，可以采用低通滤波器来抑制。

### 后记

本文对计算机继电保护的算法作了系统扼要的分析，综合了国外的一些研究成果并顺便谈了一些粗浅的看法。计算机继电保护具有独特的优点，因此数字计算机在继电保护中的应用无疑会把继电保护技术推向一个更新更高的阶段。我国计算机继电保护方面的研制工作起步较晚，微处理机及其接口部件硬件技术也还处在开发阶段。作为继电保护工作者来讲，对软件技术的应用和开发更为重要。从目前情况来看，计算机保护基本上是用软件模仿执行常规保护功能，但用数字方式操作，把所有的保护功能编写好了软件包，将模拟保护装置的功能转换为数字形式。因此加强微机保护算法的研究，及数字滤波理论的应用和开发将是重要的一环。

### 参考文献

1. J.G.Gilbert, E.A.Udren and M.sackin. "Evaluation of Algorithms for Computer Relaying" IEEE PES Summer Meeting, Mexico City July 1977.
2. M.S.Sachdev and M.A.Baribeau "A New Algorithm for Digital Impedance Relays", IEEE 1979
3. "电力系统继电保护原理与运行" 华中工学院
4. "大型变压器的计算机保护" 重庆大学 叶一麟等