

相关理论及其在数字保护中的应用

贵州工学院电机系 施怀瑾

内 容 提 要

本文首先介绍相关理论的概念,然后分析在数字保护领域中利用相关理论的可能性。提出了将相关法用于元件的差动保护、过流保护以及距离保护的方案。最后介绍了利用相关理论构成的数字式变压器差动保护的程序。该程序用BASIC语言编写,并在TRS—80微机上获得通过。

一 相关理论简介

随机数据分析中有一类广泛的工程应用,它是以确定两组或几组数据之间的线性相关为中心的。这些线性关系一般由相关函数或它的富氏变换——谱密度函数来表示的。通常叫做相关分析或谱分析。下面我们简单地综述一下相关理论的基本概念。

1. 随机变量与相关系数

在研究随机事件及随机试验中,我们引入了随机变量的概念。它实质上是一个在样本空间 $S = \{e\}$ 上定义的实值单值函数。通常用 $X(e)$ 来表示。引入了随机变量后,我们就可以用它来表示随机试验或随机事件。例如 $X = 1$, $X = 0$ 等等。

对于离散型的随机变量,我们用概率分布来说明它变化的统计规律。常见的有:(0—1)分布、二项分布、泊松分布。

对于非离散型的随机变量,则用分布函数来描述。对连续型的随机变量,其分布函数也将是一个连续函数。分布函数是一个普通的函数,通过它,我们就用数学分析的方法来研究随机变量。如果将随机变量 X 看成是数轴上随机点的坐标,那么分布函数 $F(x)$ 在 x 处的函数值就表示 X 落在区间 $(-\infty, x]$ 上的概率。

一般情况下,如果对于随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 存在非负的函数 $f(x)$,使得对于任意实数 x 有 $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$ 则称 X 为连续型随机变量,其中函数 $f(x)$ 称为 X 的概率密度函数。显然连续型随机变量的分布函数是连续函数。还可以证明,随机变量 X 的函数 $Y = g(x)$ 也是一个随机变量。

常用的连续型随机变量的分布函数有均匀分布与正态分布。前者的概率密度是常数，后者则有 $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ ， $-\infty < x < +\infty$ 。其中最常见的是当

$\mu = 0$ 、 $\sigma = 1$ 的状态，叫做标准正态分布。

对于多维的随机变量，我们用联合分布函数来研究。例如设 (X, Y) 为二维随机变量，当 x, y 为任意实数时，则有 $F(x, y) = P\{X \leq x, Y \leq y\}$ 称为二维随机变量 X 和 Y 的分布函数。或随机变量 X 和 Y 的联合分布函数。

在实际工程应用中，分布函数虽然能够完整地描述随机变量的统计特性，但是求随机变量的分布函数却不容易。因此我们常常只用一些数字特征如：数学期望、方差和矩来描述随机变量。

对于离散型的随机变量 X ，若其分布律为 $P\{X = x_k\} = p_k, k = 1, 2, 3, \dots$ 。当级数 $\sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k$ 绝对收敛， $E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} X_k p_k$ 就叫做变量 X 的数学期望。

对于连续型的随机变量 X ，若它的概率密度为 $f(x)$ ，则数学期望

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx.$$

数学期望也叫“均值”。为了说明随机变量 X 与其期望值 $E(X)$ 的偏离程度，我们用“方差” $D(X)$ 或“均方差” $\sigma(x)$ 来描述。它们分别定义为：

$D(X) = E\{[X - E(X)]^2\}$ ， $\sigma(X) = \sqrt{D(X)}$ 。对于连续型随机变量，则有 $D(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} [X - E(X)]^2 f(X) dx$ 对于离散型随机变量，则有

$$D(X) = \sum_{k=1}^{\infty} [x_k - E(X)]^2 p_k, \text{ 其中 } p_k = P\{X = x_k\}, k = 1, 2, \dots.$$

对于二维随机变量 (X, Y) ，我们还必须讨论描述这两个变量 X 与 Y 之间的相互关系的数学特征。如果这两个变量是互相独立的，或者说互不相关的，那么就有

$$E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\} = 0$$

反之，当 $E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\} = \text{Cov}(X, Y)$ 不为零时，则我们称它们相互有关。我们称 $\text{Cov}(X, Y)$ 叫 X, Y 的协方差。而又令

$$r_{XY} = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)}\sqrt{D(Y)}}$$

叫做随机变量 X 与 Y 的相关系数。

相关系数 r_{XY} 具有以下一些性质：

- (1) 当 $r_{XY} = 0$ 时， X 与 Y 不相关。
- (2) $|r_{XY}| \leq 1$ 。
- (3) $|r_{XY}| = 1$ 的充要条件是 X 与 Y 依概率 1 线性相关。即 $P\{Y = ax + b\} = 1$ ， a, b 是常数。

这样，当两个随机变量 X 与 Y 互相独立时，它们必定不相关。但是互不相关的随机

变量却不一定是相互独立的。

2. 随机过程与相关函数

随机过程是指在随时间变化时没有确定变化形式的一类过程。或者说随机过程 $X(t)$ 是依赖于时间 t 的一族随机变量。在某个确定的时刻 t_1 , 则 $X(t_1)$ 就是随机过程 $X(t)$ 在 $t=t_1$ 时的“状态”。

随机过程依其状态也可以分为连续型随机过程与离散型随机过程。随机过程可以利用随机变量的统计特性来描述。

设 $X(t)$ 是随机过程, 那么在 t_1 时刻, $X(t_1)$ 是一随机变量, 它的分布函数就叫做随机过程 $X(t)$ 的一维分布函数。记作

$$F_1(x_1, t_1) = P\{X(t_1) \leq x_1\}$$

如果存在二元函数 $f_1(x_1, t_1)$ 能使

$$F_1(x_1, t_1) = \int_{-\infty}^{x_1} f_1(x_1, t_1) dx_1$$

成立, 则称 $f_1(x_1, t_1)$ 为随机过程 $X(t)$ 的一维概率密度。

当时间 t 取任意 n 个数值 t_1, t_2, \dots, t_n 时, n 维随机变量 $(X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n))$ 的分布函数记为:

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) \\ = P\{X(t_1) \leq x_1, X(t_2) \leq x_2, \dots, X(t_n) \leq x_n\}$$

称为随机过程 $X(t)$ 的 n 维分布函数。如果存在函数 $f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n)$ 使

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) \\ = \int_{-\infty}^{x_1} \int_{-\infty}^{x_2} \dots \int_{-\infty}^{x_n} f_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) dx_n \dots dx_2 dx_1$$
 成

立, 则称 f_n 为随机过程 $X(t)$ 的 n 维概率密度。 n 维分布函数能够近似地描述随机过程 $X(t)$ 的统计特性, 而且 n 取得越大, 则 n 维分布函数描述随机过程的特性也愈完善。但是在实际应用中要确定随机过程的分布函数族并加以分析往往比较困难, 甚至是不可能的。因而也象对随机变量那样引入随机过程的一些基本数字特征。

设 $X(t)$ 是一随机过程, 固定 t_1 , $X(t_1)$ 是一个随机变量, 它的均值或数学期望一般与 t_1 有关, 记为:

$$\mu_x(t_1) = E[X(t_1)] = \int_{-\infty}^{\infty} x_1 f_1(x_1, t_1) dx$$

其中, $f_1(x_1, t_1)$ 是 $X(t)$ 的一维概率密度, 均值 $\mu_x(t)$ 表示了随机过程 $X(t)$ 在各个时刻的摆动中心。类似于随机变量, 将

$\sigma^2_x(t) = D[X(t)] = E\{[x(t) - \mu_x(t)]^2\}$ 称为随机过程 $x(t)$ 的“方差”。方差的平方根 $\sigma_x(t)$ 称为随机过程 $X(t)$ 的“均方差”, 它表示随机过程 $X(t)$ 在时刻 t 对于均值 $\mu_x(t)$ 的偏离程度。

为了描述随机过程在两个不同时刻状态之间的联系, 我们引入了自相关函数的概

念。设 $X(t_1)$ 和 $X(t_2)$ 是随机过程 $X(t)$ 在任意二个时刻 t_1 和 t_2 时的状态, $f_2(x_1, x_2; t_1, t_2)$ 是相应的二维概率密度, 那么

$$R_{XX}(t_1, t_2) = E [X(t_1) X(t_2)] \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 f_2(x_1, x_2; t_1, t_2) dx_1 dx_2$$

叫做随机过程 $X(t)$ 的自相关函数。

对于两个或两个以上的随机过程, 我们则可定义互相关函数。设 $X(t)$ 及 $Y(t)$ 分别为两个随机过程, 则将

$$R_{XY}(t_1, t_2) = E [X(t_1) Y(t_2)] \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} xy f_{12}(x, t_1; y, t_2) dx dy$$

叫做随机过程 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 的互相关函数。

可以证明, 如果两个随机过程 $X(t)$ 与 $Y(t)$ 是不相关的。那么就有

$$C_{XY}(t_1, t_2) = E \{ [X(t_1) - \mu_X(t_1)] [Y(t_2) - \mu_Y(t_2)] \} = 0$$

可以推得:

$$R_{XY}(t_1, t_2) = \mu_X(t_1) \mu_Y(t_2)$$

或, $E [X(t_1) Y(t_2)] = E [X(t_1)] E [Y(t_2)]$

可以看出, 两个随机过程如果是互相独立的, 则它们必然不相关, 但是从不相关一般并不能断定是相互独立的。

3. 平稳随机过程的相关分析

随机过程按其分布函数可以分为若干种类型, 如: 独立随机过程、马尔柯夫过程、独立增量过程以及平稳随机过程等。其中在工程实际中很多过程都可以看成平稳随机过程。它的特点是: 过程的统计特性不随时间的平移而变化 (或者说不随时间原点的选取而变化。)

平稳过程的 n 维分布函数对任意实数 τ 应满足关系式:

$$F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1, t_2, \dots, t_n) \\ = F_n(x_1, x_2, \dots, x_n; t_1 + \tau, t_2 + \tau, \dots, t_n + \tau),$$

$n = 1, 2, \dots$ 。

平稳过程的数字特征是: 均值为常数, 自相关函数为单变量 ($\tau = t_2 - t_1$) 的函数。也就是

$$R_X(\tau) = E [X(t) X(t + \tau)] \\ = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} x_1 x_2 f_2(x_1, x_2; \tau) dx_1 dx_2$$

在工程实际中, 我们经常遇到的问题是根据实验记录来确定平稳过程的均值与自相关函数。如果对某过程进行大量的观测, 那么就可以有

$$\mu_X \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1)$$

$$\text{及 } R_X(t_2 - t_1) \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) x_k(t_2) \quad (t_1)$$

如果一个平稳随机过程 $X(t)$ 满足各态历经性, 即

$$\langle X(t) \rangle = E[X(t)] = \mu_X$$

$$\text{及 } \langle X(t) X(t+\tau) \rangle = E[X(t) X(t+\tau)] = R_X(\tau)$$

那末就可以用一个样本函数来求得它的均值与自相关函数。这在工程上是非常有用的。

$$\text{因此就可以有 } \mu_X = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

$$R_X(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t+\tau) dt$$

如果试验记录 $X(t)$ 只在时间区间 $[0, T]$ 上给出, 则相应地可以有以下的近似估计式, 即

$$\mu_X \approx \hat{\mu}_X = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt$$

$$R_X(\tau) \approx \hat{R}_X(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \int_0^{T-\tau} x(t) x(t+\tau) dt$$

$$= \frac{1}{T-\tau} \int_{\tau}^T x(t) x(t-\tau) dt, \quad 0 \leq \tau < T$$

但是实际上一般不可能给出 $x(t)$ 的表达式, 因而通常是通过模拟方法或数字方法来测量或估算得出。利用数字方法时, 我们将 $[0, T]$ 区间等分为 N 个长为 $\Delta T = \frac{T}{N}$ 的小区间, 然后在时刻 $t_k = (k - \frac{1}{2}) \Delta t, k = 1, 2, \dots, N$ 对 $x(t)$ 采样, 得到 N 个函数值 $x_k = x(t_k), k = 1, 2, \dots, N$ 。这样原来的积分式就可以表达为:

$$\hat{\mu}_X = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^N x_k \Delta t = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k$$

$$\text{及 } \hat{R}_X(\tau) = \frac{1}{T-\tau} \sum_{k=1}^{N-\tau} x_k x_{k+\tau} \Delta t$$

$$= \frac{1}{N-\tau} \sum_{k=1}^{N-\tau} x_k x_{k+\tau}$$

$$r = 0, 1, 2, \dots, m, m < N$$

这在应用数字计算机技术时是十分有用的。同样的, 对于两个互相有关的平稳随机过程 $X(t)$ 及 $Y(t)$, 如果它们都是各态历经性的, 那么也可以有:

$$R_{XY}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T X(t) Y(t+\tau) dt$$

及相应的近似估计式

$$\hat{R}_{xy}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{k=1}^{N-\tau} x_k y_{k+\tau}, \quad r=0, 1, 2, \dots, m, m < N$$

相关函数具有某些特性，这些特性使其在随机数据分析中得到了广泛的应用。其中主要的有以下几点：

(1) 当 $\tau=0$ 时， $R_{xx}(0) = E[X^2(t)] = \sigma^2 \geq 0$ ，它表示平稳过程 $X(t)$ 的“平均功率。”

(2) $R_{xx}(\tau) \leq R_{xx}(0)$ 以及 $|R_{xy}(\tau)|^2 \geq R_x(0)R_y(0)$

(3) $R_{xx}(-\tau) = R_{xx}(\tau)$ ，即自相关函数是 τ 的偶函数。而互相关函数既不是奇函数也不是偶函数，但满足 $R_{xy}(-\tau) = R_{yx}(\tau)$ 。根据这个性质，在实际问题中只需计算或测量 $R_x(\tau)$ ， $R_y(\tau)$ ， $R_{xy}(\tau)$ 和 $R_{yx}(\tau)$ 在 $\tau \geq 0$ 的值。

(4) 如果平稳过程满足 $X(t) = X(t+T)$ ，叫做周期平稳过程。它的自相关函数也一定是周期函数，而且周期与过程的周期相同。

如 $X(t) = A \sin(\omega t + \theta) + X_1(t)$

$$\text{则 } R_{xx}(\tau) = \frac{A^2}{2} \cos \omega \tau + \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X_1(t) X_1(t+\tau) dt$$

这个结果表明自相关函数中信号的相位不起作用。这一特性在检出信号中的周期成份特别有用。

4. 相关分析与谱分析

相关函数的讨论是在时域中进行的，如果经富氏变换将其转入频域来分析，那么就引入了“功率谱密度”的概念。

对于随机信号 $X(t)$ ，存在着自相关函数 $R_{xx}(\tau)$ ，而且符合狄氏条件，存在着富氏变换对 $S_{xx}(\omega)$ ，那么有：

$$S_{xx}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

$S_{xx}(\omega)$ 是 ω 的实的，非负的偶函数。上式还可以改写为：

$$\begin{aligned} S_{xx}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau) (\cos \omega\tau - j \sin \omega\tau) d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} R_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau \\ &= 2 \int_0^{\infty} R_{xx}(\tau) \cos \omega\tau d\tau \end{aligned}$$

$S_{xx}(\omega)$ 就称为信号 $X(t)$ 的功率谱密度或谱密度，同时也存在着：

$$\begin{aligned} R_{xx}(\tau) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{xx}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \\ &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} S_{xx}(\omega) \cos \omega\tau d\omega \end{aligned}$$

类似地，我们对于互相关函数也能找到它的互谱密度。设 $X(t)$ 和 $Y(t)$ 是两个平稳相关的随机过程，则有

$$S_{XY}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{XY}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$$

此时互谱密度不再是 ω 的实的、正的偶函数，但它却有以下一些特点：

(1) $S_{XY}(\omega) = S_{YX}^*(\omega)$ ，即 $S_{XY}(\omega)$ 与 $S_{YX}(\omega)$ 互为共轭函数。

(2) 互谱密度与自谱密度之间存在不等式：

$$|S_{XY}(\omega)| \leq S_X(\omega) S_Y(\omega)$$

上述互谱密度也可改写为：

$$S_{XY}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{XY}(\tau) \cos\omega\tau d\tau - j \int_{-\infty}^{+\infty} R_{XY}(\tau) \sin\omega\tau d\tau$$

或写成： $S_{XY}(\omega) = G_1(\omega) \overline{G_2(\omega)}$

其中 $G_1(\omega)$ 为 $X_1(t)$ 的富氏变换

$\overline{G_2(\omega)}$ 为 $y_2(t)$ 的富氏变换上的共轭。

互谱密度广泛地运用于在频域上描述二个平稳过程的相关性。有时用测定线性系统输入输出的互谱密度来确定该系统的特性。

二、相关分析在数字保护中的应用

1、基本原理

电力系统的继电保护从本质上来说，都是利用正常时与故障时系统参数的差别来构成的。如果我们能够利用相关分析的办法，识别某些信号对之间正常时与故障时的差别，那么我们就有可能构成某些种类的保护。

下面我们先研究一个线性系统对于随机输入的响应问题。

在图 1 所示的系统中，当系统用传递函数 $H(P)$ 给定，或用脉冲响应函数 $h(t)$ 给定时。

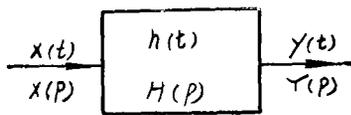


图 1、某线性系统框图

当其输入是一随机信号 $X(t)$ 时，那么可知

$$\text{输出为 } Y(t) = \int_0^{+\infty} X(t-\lambda)h(\lambda)d\lambda$$

显然， $Y(t)$ 也是一个随机信号。一个线性系统的输出与输入是相关的。因此依照定义，它们之

间的互相关函数是

$$\begin{aligned} R_{XY}(\tau) &= E [X(t)Y(t+\tau)] \\ &= E \left\{ X(t) \int_0^{+\infty} X(t+\tau-\lambda)h(\lambda)d\lambda \right\} \\ &= \int_0^{+\infty} E [X(t)X(t+\tau-\lambda)] h(\lambda)d\lambda \end{aligned}$$

$$\therefore E [X(t)X(t+\tau-\lambda)] = R_{XX}(\tau-\lambda)$$

$$\therefore R_{XY}(\tau) = \int_0^{+\infty} R_{XX}(\tau-\lambda)h(\lambda)d\lambda$$

上式告诉我们，对于一个线性系统，输入与输出的信号对之间的互相关函数等于输入自相关函数与系统脉冲响应函数的卷积。

将上式进行富氏变换后，也可得到

$$S_{XY}(\omega) = H(j\omega)S_{XX}(\omega)$$

也就是说输入输出的互谱密度等于输入的自谱密度和系统频率响应函数的乘积。

从上述分析引伸可以将它运用到元件保护中去。元件保护要求我们能在故障发生时迅速判定发生故障的元件，如果我们假定所讨论的元件在正常时具有某个系统脉冲响应函数 $h(\cdot)$ ，当元件内部发生变化后，显然其脉冲响应函数也将改变。此时即使输入不变，其输出也要发生变化。或者说其互相关函数肯定要发生变化。但是从实用上讲系统本身变化不易测定，而相关函数却可以通过输出、输入函数设法求得。

$$\text{即 } H(j\omega) = \frac{S_{XY}(\omega)}{S_{XX}(\omega)}$$

而且从保护的角度来讲，我们并不需要知道系统的传递函数的具体数值，而且需要了解它变化与否，以及变化的多少，这样问题就会比较简单了。

从理论上说选取不同的信号对，利用其互相关函数及自相关函数的关系有可能构成多种的保护形式，以下我们将进行进一步的讨论。

2、利用相关法作差动保护的分析

在电力系统中，元件的差动保护主要是取元件两侧电流的积差之比。现在我们改用相关法来进行分析。

设被保护元件两侧的电流分别为 $I_1(t)$ 与 $I_2(t)$ ，如图2所示。



图2、元件的差动保护。

首先我们假定电力系统中所发生的过程是平稳的随机过程。（这在一般情况下是合理的，但在发生突变瞬间的过程严格地说，它不是平稳过程）这样，我们可以在 $[-\frac{T}{2},$

$\frac{T}{2}]$ 的区间来定义相关函数。则有

$$R_{XY}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} X(t)Y(t+\tau)dt$$

在本例的情形下， $X(t) = I_1(t)$ $Y(t) = I_2(t)$ 则上式可改写成：

$$R_{XY}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} I_1(t)I_2(t+\tau)dt$$

我们认为在电流中包含着直流分量及各次谐波，亦即：

$$I_1(t) = I_{d1} e^{-\alpha t} + \sum_{K=1}^n I_{k1} \sin(K\omega t + \phi_{k1})$$

$$I_2(t) = I_{d2} e^{-\alpha t} + \sum_{K=1}^n I_{k2} \sin(K\omega t + \phi_{k2})$$

$$K = 1, 2, \dots, n$$

式中: I_{d1} , I_{d2} 为直流分量, $\alpha = \frac{1}{T_a}$ 为衰减系数, I_{k1} , I_{k2} , ϕ_{k1} , ϕ_{k2} 为各次谐波的幅值与相位。

将上述电流值代入相关函数表达式以后可得:

$$\begin{aligned} R_{XY}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [I_{d1} e^{-\alpha t} + \sum_{K=1}^n I_{k1} \sin(k\omega t + \phi_{k1})] \times \\ &\quad \times [I_{d2} e^{-\alpha(t+\tau)} + \sum_{K=1}^n I_{k2} \sin(k\omega(t+\tau) + \phi_{k2})] dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [I_{d1} I_{d2} e^{-\alpha\tau} \cdot e^{-2\alpha t} + \sum_{K=1}^n I_{d2} I_{k1} e^{-\alpha\tau} \cdot e^{-\alpha t} \cdot \sin(k\omega t + \phi_{k1}) + \\ &\quad + \sum_{K=1}^n I_{d1} I_{k2} e^{-\alpha\tau} \sin[k\omega(t+\tau) + \phi_{k2}] + \\ &\quad + \sum_{K=1}^n I_{k1} I_{k2} \sin(k\omega t + \phi_{k1}) \sin[k\omega(t+\tau) + \phi_{k2}] dt \end{aligned}$$

将被积函数内各项分别进行积分, 取 $T = \frac{2\pi}{\omega}$, 略去运算过程, 经整理后可得:

$$\begin{aligned} R_{XY}(\tau) &= I_{d1} I_{d2} e^{-\alpha\tau} \frac{\text{sh}\left(\frac{2\pi\alpha}{\omega}\right)}{\left(\frac{2\pi\alpha}{\omega}\right)} + \sum_{K=1}^n \left[\frac{1}{2} I_{k1} I_{k2} \cos(\phi_{k1} - \phi_{k2} + k\omega\tau) + \right. \\ &\quad + \frac{I_{d1} I_{k2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{k\omega}\right)^2}} \cdot \frac{(-1)^K}{k\pi} \cos(k\pi\tau + \phi_{k2} - \beta) \text{sh}\left(\frac{\alpha\pi}{\omega}\right) + \\ &\quad \left. + \frac{I_{d2} I_{k1}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\alpha}{k\omega}\right)^2}} \cdot \frac{(-1)^K}{k\pi} e^{-\alpha\tau} \cos(k\omega\tau + \phi_{k2} - \beta) \text{sh}\left(\frac{\alpha\pi}{\omega}\right) \right] \end{aligned}$$

其中, $\beta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\alpha}{k\omega}\right)$, $\alpha = \frac{1}{T_a}$ 。通常在电力系统中, $\alpha \ll k\omega$ 。因此上式可化简为:

$$R_{XY}(\tau) = I_{d1} I_{d2} e^{-\alpha\tau} + \sum_{K=1}^n \frac{1}{2} I_{k1} I_{k2} \cos(\phi_{k1} - \phi_{k2} - K\omega\tau)$$

分析上式我们可以得到以下结论:

(1) 在正常运行状态下, 由于 $I_1(t)$ 与 $I_2(t)$ 基本相同, 而且认定直流分量及高次谐波也接近于 0, 可以略去不计。此时有:

$$\begin{aligned} R_{XY}(\tau)_{\text{正常}} &= -\frac{1}{2} I_1^2 \cos(\phi_{k1} - \phi_{k2} - K\omega\tau) \\ &= -\frac{1}{2} I_1^2 \cos(\omega\tau) \end{aligned}$$

(2) 在外部故障时, $I_1(t)$ 及 $I_2(t)$ 仍然相同, 但是有直流分量与高次谐波。此时可得

$$R_{XY}(\tau)_{\text{外部}} = I_{d1} I_{d2} e^{-\alpha\tau} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} I_{k1} I_{k2} \cos(k\omega\tau)$$

可以看出 $R_{XY}(\tau)_{\text{外部}}$ 一定比正常时来得大。

(3) 在内部故障时, 由于 $I_1(t)$ 与 $I_2(t)$ 不同, 而且 $\phi_{k1} - \phi_{k2} \approx \pi$, 即反相。此时相关函数将变为:

$$R_{XY}(\tau)_{\text{内部}} = I_{d1} I_{d2} e^{-\alpha\tau} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} I_{k1} I_{k2} \cos K\omega\tau$$

其值将要变小且变负。

我们研究一个 $\tau = 0$ 的特殊情况, 此时相关函数值就变为:

(1) 正常时 $R_{XY}(0)_{\text{正常}} = \frac{1}{2} I_1^2$ 是一个常数值。

(2) 外部故障时 $R_{XY}(0)_{\text{外部}} = I_d^2 + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} I_k^2$

(3) 内部故障时 $R_{XY}(0)_{\text{内部}} = I_{d1} I_{d2} - \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} I_{k1} I_{k2}$

如果用相关函数的幅值与时间的关系作出图形, 则如图 3 所示

根据上述结果, 就有可能制订数字式差动保护的方案。

3、利用自相关函数作过流保护的析

我们知道, 根据相关理论, 一个信号的自相关函数就意味着该信号与经延迟了 τ 以后的该信号的乘积的时间平均值。即

$$R_{XX}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T X(t) X(t+\tau) dt$$

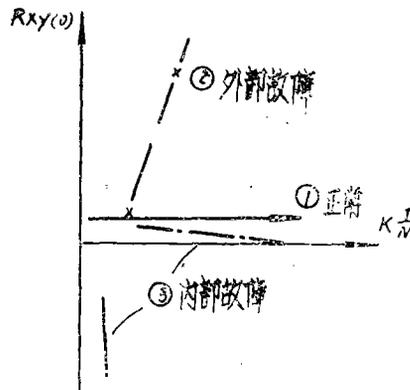


图 3 元件的不同状态下的相关值

它表明了信号 $X(t)$ 总是在一定程度上影响着时间间隔 τ 以后的值。

我们把这个概念引用到继电保护中来。当一个电流流入被保护元件时，我们用 $R_{xx}(\tau)$ 的性质来检验 $t = t_1$ 时刻以及 $t = t_1 + \tau$ 时刻间的自相关函数值，一旦自相关函数值出现异常就可以说明系统发生了某种变异。

设流入某元件的电流为 $I(t)$ ，并且考虑电流中具有直流及各次谐波分量，即

$$I(t) = I_d e^{-\alpha t} + \sum_{k=1}^n I_k \sin(k\omega t + \phi_k)$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

$$\text{并令: } I(t+\tau) = I_d e^{-\alpha(t+\tau)} + \sum_{k=1}^n I_k \sin[k\omega(t+\tau) + \phi_k]$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

将电流代入自相关函数的表达式可得

$$\begin{aligned} R_{xx}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} I(t) I(t+\tau) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} [I_d e^{-\alpha t} + \sum_{k=1}^n I_k \sin(k\omega t + \phi_k)] \\ &\quad [I_d e^{-\alpha(t+\tau)} + \sum_{k=1}^n I_k \sin(k\omega(t+\tau) + \phi_k)] dt \end{aligned}$$

与前面分析差动保护的方式相类似，在整理后可得：

$$R_{xx}(\tau) = I_d^2 e^{-\alpha \tau} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} I_k^2 \cos k\omega \tau$$

从这个式子可以引出以下结论：

(1) 在正常运行时，没有直流分量和谐波，因此 $R_{xx}(\tau)_{\text{正常}} = \frac{1}{2} I_1^2 \cos \omega \tau$

(2) 在正常的负荷波动时，只有基波的变动，此时 $R_{xx}(\tau)_{\text{负荷}} = \frac{1}{2} I_1'^2 \cos \omega \tau$ ，

I_1' 不同于 I_1 ，因此相关函数值也略有变化。

(3) 当发生突变时，例如外部故障，有直流分量与各次谐波时，则 $R_{xx}(\tau)_{\text{突变}} = I_d^2 e^{-\alpha \tau} + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} I_k^2 \cos k\omega \tau$ ，相关函数值也发生相应的变化，很快上升。

在 $\tau = 0$ 的特殊情况下，上述结果可写成

$$\text{正常时 } R_{xx}(0) = \frac{1}{2} I_1^2 \text{ 为一常数}$$

$$\text{负荷变化时 } R_{xy}(0) = \frac{1}{2} I_1^2$$

为一脉动值

$$\text{突变时 } R_{xy}(0) = I_1^2 + \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} I_k^2$$

迅速增大

上述结果可以用相关函数的幅相特性(图4)给出。

显然利用这种方法所构成的保护, 将比单纯的电流保护来得灵敏。同样, 如果所取的信号是其它参数, 如电压、零序电流等等时也可以构成相应的保护。

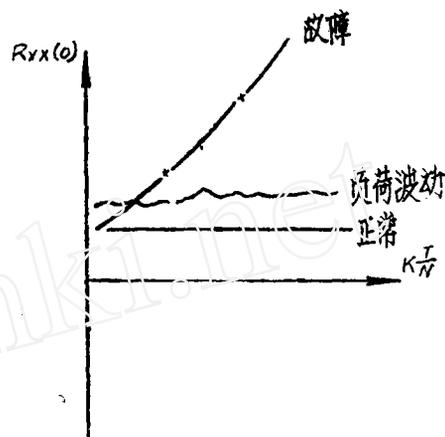


图 4

5、用相关分析作距离保护的探讨:

利用相关函数的分析方法, 还有可能实现输电线路的阻抗保护。如果我们取电流与电压的互相关函数 $R_{xy}(\tau)$ 以及电流的自相关函数 $R_{xx}(\tau)$ 如下, 则有:

$$\begin{aligned} R_{xy}(\tau) &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} I_1(t) u_1(t+\tau) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} I_1(t) \cdot G \cdot I_1(t+\tau) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} G I_1(t) I_1(t+\tau) dt \end{aligned}$$

假定在 T 周期 G 为常数, 则

$$R_{xy}(\tau) = G \cdot \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} I_1(t) I_1(t+\tau) dt$$

$$\text{而 } \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} I_1(t) I_1(t+\tau) dt = R_{xx}(\tau)$$

恰好就是电流 $I_1(t)$ 的自相关函数, 因此就可得到 $R_{xy}(\tau) = G \cdot R_{xx}(\tau)$

$$\text{或 } G = \frac{R_{xy}(\tau)}{R_{xx}(\tau)} \text{ 及 } Z = \frac{R_{xx}(\tau)}{R_{xy}(\tau)}$$

因此当分别求得电流与电压的互相关函数及电流的自相关函数以后, 就有可能求得输电线路的“导纳”和“阻抗”。

从理论上讲, 只要能找到导纳或阻抗值就能从容的构成线路的距离保护。

根据以上的分析, 我们认为, 从理论上来说用相关分析法来实现各种类型的继电保

护形式是有可能的。特别在运用数字技术后,进行相关值的计算完全有可能实现。因此在数字继电器的领域内,使用相关分析方法是诱人的前景的。

三、利用相关法构成的数字式变压器差动保护的程序

下面我们简单介绍一下如何利用相关技术来构成数字式变压器差动保护的程序。该程序已经用BASIC语言编程,并在TRS—80微机上获得通过。以下我们着重介绍一下该程序的基本思想。

1、总流程介绍

众所周知,要实现变压器的差动保护,主要要解决两个问题。

- (1) 要能够灵敏地判定是否内部故障。
- (2) 要能够区分空载合闸等的励磁涌流与内部故障

为了解决这些问题,传统的保护方案采用差流接线和速饱和变流器的方式;在静态继电器中躲开励磁涌流,目前较为成熟的方法是采用二次谐波制动或二次谐波与五次谐波联合制动的方案。

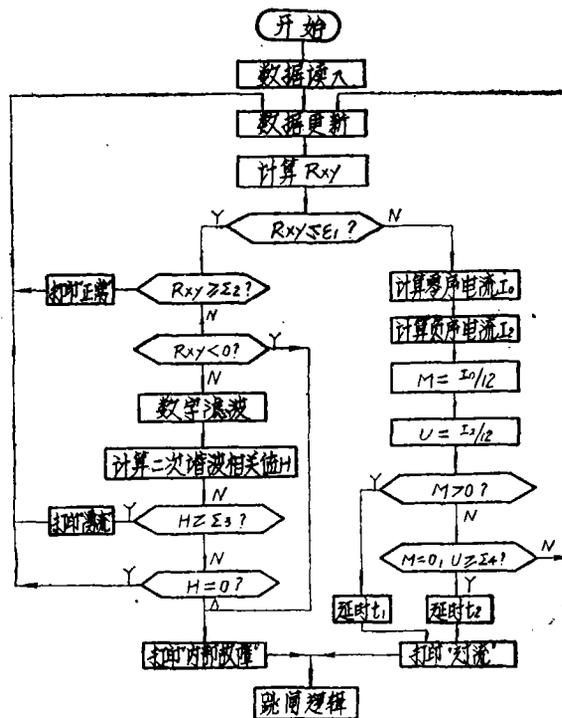


图5 数字式变压器差动保护程序框图

在我们的程序方案中,我们选用的是用变压器两侧电流互相关方法来判别内外故障,

利用主电源侧的电流本身与其经数字滤波所得的二次谐波进行相关来判断涌流。

图 5 为该程序的粗框图。它包含以下几个主要环节：

(1) 数据处理部分：为了模拟变压器的实时运行状态，制订了各种状态下的数据矩阵并送入微机的内存。然后根据要求陆续地进入程序进行运算。

(2) 故障检出程序：在这部分主要根据计算所得的相关值，然后分别送入正常、涌流检查及外部故障检查环节。

(3) 涌流判别程序：在这部分主要将输入数据进行数字滤波后进行二次谐波的相关计算，然后判定是空载或是内部故障，转入下一阶段。

(4) 后备保护程序：当确定外部故障后，进入本程序，进行零序、负序等计算再经延时后转入跳闸程序

(5) 跳闸逻辑程序：对于来自上一段不论是内部故障或外部故障，经本程序核对无误，按照需要发出必要的跳闸信息，并将故障情况、故障时间及跳闸时间等打印输出。

以下将各部分程序再作较详的介绍

2、数据处理程序

变压器的数字保护是将变压器两侧的电流量经采样和 A/D 变换后送入内存。在离线计算中，我们是将予定的电流波形，按 30° 进行采样编成数据矩阵构成的。在我们所研究的程序中，对象是一台三卷变压器，三侧电流经人工采样后共有 108 个数据。将它排成一个 $A(11, 8)$ 矩阵，矩阵的行代表采样次数，矩阵的列代表相。为了模拟各种可能的运行方式，我们编制了空载、空载投入产生励磁涌流、过负荷、断线、外部故障、内部故障以及正常的各类运行方式的数据。为了在各类数据中可以加入各种成份的谐波。我们专门为此制订了一个程序。

为了模拟变压器保护实时运行时，数据不断的输入，我们制订了数据更新程序，利用一个循环程序，不断将表示下一采样时刻的数据送入检验程序。

(2) 故障检出程序

在本程序中关键是进行相关值的计算。在数字保护中，经过采样及 A/D 变换，所有的数据是离散的。此时相关函数可按离散形式表达为：

$$R_{XY}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{n-1} I_1(k\Delta T) I_2(k\Delta T + \tau)$$

在 $\tau = 0$ 时上式可改写为：

$$R_{XY}(0) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{n-1} I_1(k\Delta T) I_2(k\Delta T)$$

式中：N 是一个周期内的采样次数， $\Delta T = \frac{T}{N}$ 为采样间隔。这个式子的意义就是将两个信号在同一时刻的采样值相乘，然后求本周期内的平均值。

当相关值计算出来以后,我们给它定出一个上下限,即超过某个限值(相当于过载)后转入后备保护程序,低于某个限值(相当于欠载)转入励磁涌流判断程序。处在两个限值间则列为正常。即转入数据更新阶段,进行下一时刻数据的计算。

(3) 涌流判别程序:

在涌流判别程序中其关键是利用数字滤波的方法在输入电流的数据中检出二次谐波成份。为此我们采用了差分滤波与加法滤波相结合的办法。

在本例的情况下,差分滤波式中的K值取为4,即用现时的采样值与120°以前的采样值相减: $Y_0(n\Delta T) = X(n\Delta T) - X(n\Delta T - K\Delta T)$ (K=4)这样经过差分滤波环节后可以滤去直流分量、三次及3n次谐波。

然后将经过差分滤波的值再经过一次取K=6的加法滤波:

$$Y_0(n\Delta T) = X(n\Delta T) + X(n\Delta T - K\Delta T) \quad (K=6)$$

即用现时的采样值与半周波前的采样值相加,这样就将基波滤掉,而剩下2, 4, 5, 7等次谐波这正是我们所需要的。

将数字滤波后所得的含二次谐波的采样值与未滤波前的采样值进行相关值计算,将求出的相关值与给定的上下限进行比较,当相关值大于上限时即判定为励磁涌流状态,而重新转入数据更新程序,如果小于下限,则有可能是断线,只有在上下限之间才能判定为内部故障,转入跳闸程序。

(4) 后备保护程序:

在本程序中我们主要进行零序过流及负序过流的判断,然后进行必要的延时转入跳闸程序。

(5) 跳闸逻辑

在这部分程序中,主要是根据上面的程序结果,结合断路器的通断情况,发出必要的跳闸、警告等信息,并且打印出跳闸时间及故障的情况。以便今后检查使用。

以上介绍的是这个程序的大致情况,这个程序我们用BASIC语言编写后,在TRS-80微机上用给定的模拟变压器各种正常及故障的状态的数据进行了检验,获得了较为满意的结果。有关程序的更详细的情况可参阅作者发表的另一篇文章(参考文献6)

四、结 论

根据本文以上的讨论,作者认为将相关分析的方法运用于数字保护领域是可行的,而且有诱人的前景。这类算法计算工作量不大,占用内存相对较小。而且有可能将各种保护的算法统一归结为相关值的计算。可以简化各类数字保护的算法。

当然,由于条件限制,目前尚未进行样机试制。因此在许多具体问题上得不出结论,有待于下一阶段的工作。

参考文献

- 1、概率论与数理统计 浙江大学高等数学教研组编 人民教育出版社

- 2、计算机继电保护系统 黄焕焜 李菊译
- 3、Engineering applications of correlation and spectral analysis
Julius S.Beddat AUanG. piersol 1980.
- 4、Digital protection of a power Transformer. O. P. Molk P. K.
Dash and G.S.Hope. IEEE PES winter Meeting, New.York, January
1976, pp.1—7,
- 5、计算机继电保护译文集(续编) 南京自动化研究所 1980.3.
- 6、应用相关理论构成的数字式变压器差动保护的程序 施怀谨 贵州工学院学报
- 7、大型变压器的计算机保护 叶一麟 胡立华 重庆大学电气工程系1981.10.