

50万伏超高压输电线路故障时行波暂态过程的数值计算

华中工学院 言昭

提 要

本文根据 *Bergeron* 等值电路提出了超高压输电线路故障时, 电磁暂态过程的数值计算方法, 论述了该计算方法的正确性。算法具有现实意义、灵活、简便, 可供工程分析计算中使用。

一、前 言

通常所谓电力系统的故障分析, 主要是指在不同给定条件下, 计算网络的电流、电压, 如果能获得超高压线路在各种情况下, 特别是在线路故障时暂态过程中, 电流、电压的波形曲线, 则许多工作将可进行。我国已相继建成50万伏的远距离输电线路, 并引进了行波保护等高速动作的新型保护装置。其中需待解决的问题之一, 是在各种运行状态及故障情况下, 这些保护装置的行为如何? 是否会发生误动或拒动? 以及进一步改善保护特性和探索新的保护方式等, 这些都有赖于线路故障时行波暂态过程的数值计算。

现有的一般电力系统故障计算方法, 未能计及超高压分布参数电路的行波过程, 对于不对称故障, 通常也只采用三个单相——正序、负序和零序系统来描述三相不平衡网络, 而没有直接保留 *A*、*B*、*C* 三相系统。

本文借助 *Bergeron* 方法⁽¹⁾ 计算超高压输电线路在各种情况下短路时的电磁暂态过程, 直接采用 *ABC* 三相网络进行计算。考虑了多导线系统行波的多速过程, 同时也计及了故障时暂态主频对输电线路参数的影响。

由于数字机的广泛应用, 使这种甚为复杂的电磁暂态过程的数值计算成为可能。在各种不同条件下, 计算所得的各瞬间的电流、电压数值的计算机输出, 就象现场实测时拍摄成一系列的照片一样, 或者类似具有行波模拟线路的动态模拟实验室试验的结果拍照一样。因而一旦建立了正确的模型、算式、框图和程序之后, 只要输入计算条件, 就能从计算机获得相应结果的“相片”。这就显得极为经济、灵活和简便。我们在这方面已进行了部分工作, 从对计算结果的分析, 以及与模拟试验结果的比较来看, 应该说:

这整套数值计算的方法，基本上是正确的，达到了预期的目的。

二、基本原理与算式

计算超高压输电线路故障时的暂态过程的电量，必须考虑导线间电磁联系对暂态过程的影响。一般对具有分布参数的三相无损输电线路，可以采用偏微分方程组来进行描述。写成矩阵形式²，则为：

$$-\frac{\partial}{\partial x} [u] = [L] \frac{\partial}{\partial t} [i] \quad \dots\dots (1)$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} [i] = [C] \frac{\partial}{\partial t} [u] \quad \dots\dots (2)$$

其中：
 $[u] = [u_a, u_b, u_c]^T$ 三相电压的列向量；
 $[i] = [i_a, i_b, i_c]^T$ 三相电流的列向量；
 $[L]$ ——电感系数矩阵。其对角元素为各导线单位长度的自感系数 L_s ，非对角元素，则为导线间的互感系数 L_m ；
 $[C]$ ——电容系数矩阵。其对角元素为各导线单位长度的自电容 C_s ；非对角元素，则为导线间的互电容 C_m 取负值。

对于完全换位的三相输电线路，上述系数矩阵 $[L]$ 、 $[C]$ 均为平衡矩阵。

由(1)及(2)式可得描述三相无损线路的波动方程组，

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [u] = [L] [C] \frac{\partial^2}{\partial t^2} [u] \quad \dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [i] = [L] [C] \frac{\partial^2}{\partial t^2} [i] \quad \dots\dots (4)$$

两系数矩阵是平衡矩阵时，相乘的结果仍是一平衡矩阵，且均是满阵。这些元素也反映了各导线之间的电磁联系。采用相似变换后：

$$[u] = [s] [u_m] \quad \dots\dots (5)$$

$$[i] = [s] [i_m] \quad \dots\dots (6)$$

式中 $[s]$ ——为变换矩阵；
 $[u_m]$ —— $[u_a, u_b, u_0]^T$ 模电压向量；
 $[i_m]$ —— $[i_a, i_b, i_0]^T$ 模电流向量。

波动方程组(3)与(4)式可相应的变为：

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [u_m] = [\lambda] \frac{\partial^2}{\partial t^2} [u_m] \quad \dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} [i_m] = [\lambda] \frac{\partial^2}{\partial t^2} [i_m] \quad \dots\dots (8)$$

即(3)式与(4)式的系数矩阵，经相似变换之后为一简单的对角矩阵：

$$[\lambda] = \begin{pmatrix} \lambda_a & & \\ & \lambda_b & \\ & & \lambda_c \end{pmatrix} \quad \dots\dots (9)$$

其中 $\lambda_\alpha, \lambda_\beta, \lambda_0$ 为系数矩阵的特征根, 它们分别为:

$$\lambda_\alpha = \lambda_\beta = (L_s - L_m)(C_s + C_m) = L_1 C_1 \quad \dots\dots (10)$$

$$\lambda_0 = (L_s + 2L_m)(C_s - 2C_m) = L_0 C_0 \quad \dots\dots (11)$$

式中 L_1, C_1, L_0, C_0 分别为输电线路单位长度的正序电感, 正序电容, 零序电感, 零序电容。

从而行波在三个模网中的传播速度, 分别为:

$$V_\alpha = V_\beta = 1/\sqrt{L_1 C_1} \quad \dots\dots (12)$$

$$V_0 = 1/\sqrt{L_0 C_0} \quad \dots\dots (13)$$

三个模网中的波阻抗为:

$$Z_\alpha = Z_\beta = \sqrt{L_1/C_1} \quad \dots\dots (14)$$

$$Z_{1,0} = \sqrt{L_0/C_0} \quad \dots\dots (15)$$

对无损线波动方程求解的结果, 可推导出输电线的 *Bergeron* 等值电路, 相距 l 公里的输电线两端点 H, K 的模量关系式:

$$[i_m^H] = [Z]^{-1} [u_m^H] + [I_m^H] \quad \dots\dots (16)$$

$$[i_m^K] = [Z]^{-1} [u_m^K] + [I_m^K] \quad \dots\dots (17)$$

式中 $[i_m^H] = [i_\alpha^H(t), i_\beta^H(t), i_0^H(t)]^T$ H 端模电流向量;
 $[u_m^H] = [u_\alpha^H(t), u_\beta^H(t), u_0^H(t)]^T$ H 端模电压向量;
 $[I_m^H] = [I_\alpha^H(t-\tau_\alpha), I_\beta^H(t-\tau_\beta), I_0^H(t-\tau_0)]^T$
 H 端输电线 *Bergeron* 等值电流源向量;
 $[i_m^K] = [i_\alpha^K(t), i_\beta^K(t), i_0^K(t)]^T$ K 端模电流向量;
 $[u_m^K] = [u_\alpha^K(t), u_\beta^K(t), u_0^K(t)]^T$ K 端模电压向量;
 $[I_m^K] = [I_\alpha^K(t-\tau_\alpha), I_\beta^K(t-\tau_\beta), I_0^K(t-\tau_0)]^T$

K 端输电线 *Bergeron* 等值电流源向量,

$$[Z]^{-1} = \text{diag}\left(\frac{1}{Z_\alpha}, \frac{1}{Z_\beta}, \frac{1}{Z_0}\right);$$

$\tau_\alpha, \tau_\beta, \tau_0$ ——分别为行波在三个模网中两端间传播时间; $\tau_\alpha = l/V_\alpha$;
 $\tau_\beta = l/V_\beta$; $\tau_0 = l/V_0$;

l ——输电线两端之间的长度 (KM)。

对于无损线的输电线 *Bergeron* 等值电流源计算公式, 对于 H 端,

$$[I_m^H] = \begin{pmatrix} I_\alpha^H(t-\tau_\alpha) \\ I_\beta^H(t-\tau_\beta) \\ I_0^H(t-\tau_0) \end{pmatrix} = -2 [Z]^{-1} \begin{pmatrix} u_\alpha^K(t-\tau_\alpha) \\ u_\beta^K(t-\tau_\beta) \\ u_0^K(t-\tau_0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} I_\alpha^K(t-2\tau_\alpha) \\ I_\beta^K(t-2\tau_\beta) \\ I_0^K(t-2\tau_0) \end{pmatrix} \quad \dots\dots (18)$$

对于K端，

$$\begin{aligned} [I_m^K] &= \begin{pmatrix} I_a^K(t-\tau_a) \\ I_b^K(t-\tau_b) \\ I_0^K(t-\tau_0) \end{pmatrix} \\ &= -2 [Z]^{-1} \begin{pmatrix} u_a^H(t-\tau_a) \\ u_b^H(t-\tau_b) \\ u_0^H(t-\tau_0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} I_a^H(t-2\tau_a) \\ I_b^H(t-2\tau_b) \\ I_0^H(t-2\tau_0) \end{pmatrix} \dots\dots (19) \end{aligned}$$

将这种三个单相模网中的关系，仍然反变换到相网中去，因为在A、B、C相网中易于直观地加入故障前的初始运行条件和故障时的边界条件。

$$[i^H(t)] = [Y] [u^H(t)] + [S] [I_m^H] \dots\dots (20)$$

$$[i^K(t)] = [Y] [u^K(t)] + [S] [I_m^K] \dots\dots (21)$$

式中 $[Y] = [S] [Z]^{-1} [S]^{-1}$ 一般情况下是个满阵。

于是可得三相输电线路在相网中的等值电路如图1所示：

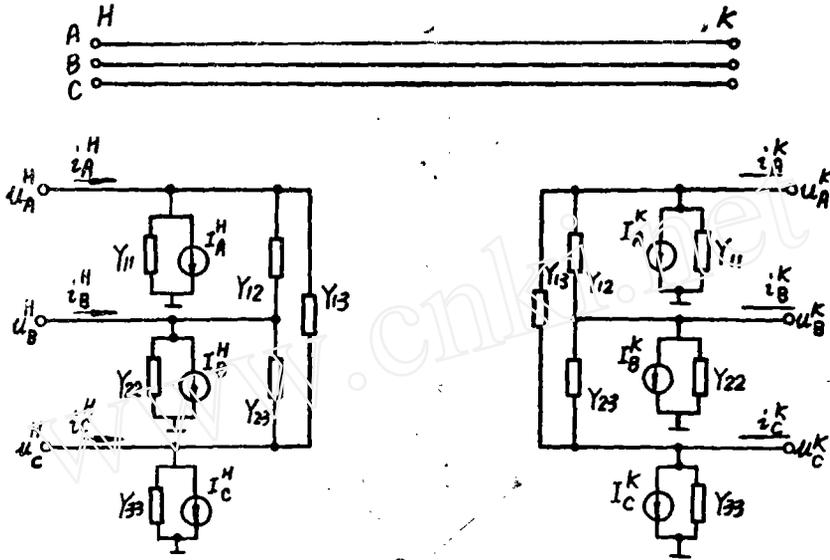


图1 三相输电线路在相网中的Bergeron等值电路

等值电路图中各相的Bergeron等值电流源的电流：

$$\begin{pmatrix} I_A^H \\ I_B^H \\ I_C^H \end{pmatrix} = [S] \begin{pmatrix} I_a^H(t-\tau_a) \\ I_b^H(t-\tau_b) \\ I_0^H(t-\tau_0) \end{pmatrix} \dots\dots (22)$$

$$\begin{pmatrix} I_A^K \\ I_B^K \\ I_C^K \end{pmatrix} = [S] \begin{pmatrix} I_a^K(t-\tau_a) \\ I_b^K(t-\tau_b) \\ I_0^K(t-\tau_0) \end{pmatrix} \dots\dots (23)$$

对于考虑有损线路,可采用图2所示的串联电阻来近似的模拟⁽⁸⁾,那么对矩阵 $[Z]^{-1}$ 及(18)、(19)式进行近似地修正。即三个模网的波阻抗为:

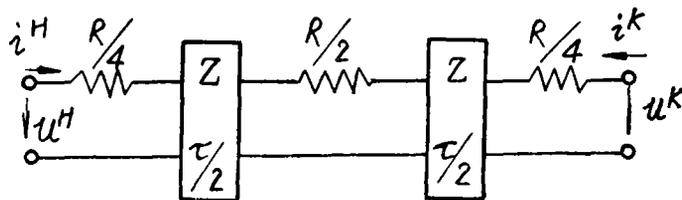


图2 带有串联电阻的输电线路近似模拟

$$Z_+ = Z_\beta = \sqrt{\frac{L_1}{C_1} + \frac{R_1 \times l}{4}} \quad \dots\dots (24)$$

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0} + \frac{R_0 \times l}{4}} \quad \dots\dots (25)$$

式中 R_1, R_0 ——为单位长度线路的正序及零序电阻。

修正系数:

$$h_1 = \frac{\sqrt{\frac{L_1}{C_1} - \frac{R_1 \times l}{4}}}{\sqrt{\frac{L_1}{C_1} + \frac{R_1 \times l}{4}}} \quad \dots\dots (26)$$

$$h_0 = \frac{\sqrt{\frac{L_0}{C_0} - \frac{R_0 \times l}{4}}}{\sqrt{\frac{L_0}{C_0} + \frac{R_0 \times l}{4}}} \quad \dots\dots (27)$$

有损线近似修正后的(18)、(19)式分别为:

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} I_a^H(t-\tau_a) \\ I_\beta^H(t-\tau_\beta) \\ I_0^H(t-\tau_0) \end{pmatrix} \\ &= -\frac{1}{2} [Z]^{-1} \begin{pmatrix} (1+h_1) \{ (1+h_1) u_a^K(t-\tau_a) + (1-h_1) u_a^H(t-\tau_a) \} \\ (1+h_1) \{ (1+h_1) u_\beta^K(t-\tau_\beta) + (1-h_1) u_\beta^H(t-\tau_\beta) \} \\ (1+h_0) \{ (1+h_0) u_0^K(t-\tau_0) + (1-h_0) u_0^H(t-\tau_0) \} \end{pmatrix} \\ & - \frac{1}{2} \begin{pmatrix} h_1(1+h_1) I_a^K(t-2\tau_a) + (1-h_1) I_a^H(t-2\tau_a) \\ h_1(1+h_1) I_\beta^K(t-2\tau_\beta) + (1-h_1) I_\beta^H(t-2\tau_\beta) \\ h_0(1+h_0) I_0^K(t-2\tau_0) + (1-h_0) I_0^H(t-2\tau_0) \end{pmatrix} \quad \dots\dots (28) \\ & \begin{pmatrix} I_a^K(t-\tau_a) \\ I_\beta^K(t-\tau_\beta) \\ I_0^K(t-\tau_0) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$= -\frac{1}{2} [Z]^{-1} \left\{ \begin{array}{l} (1+h_1) \{ (1+h_1) u_a^H(t-\tau_a) + (1-h_1) u_a^K(t-\tau_a) \} \\ (1+h_1) \{ (1+h_1) u_\beta^H(t-\tau_\beta) + (1-h_1) u_\beta^K(t-\tau_\beta) \} \\ (1+h_0) \{ (1+h_0) u_0^H(t-\tau_0) + (1-h_0) u_0^K(t-\tau_0) \} \end{array} \right\} \\ - \frac{1}{2} \left\{ \begin{array}{l} h_1 \{ (1+h_1) I_a^H(t-2\tau_a) + (1-h_1) I_a^K(t-2\tau_a) \} \\ h_1 \{ (1+h_1) I_\beta^H(t-2\tau_\beta) + (1-h_1) I_\beta^K(t-2\tau_\beta) \} \\ h_0 \{ (1+h_0) I_0^H(t-2\tau_0) + (1-h_0) I_0^K(t-2\tau_0) \} \end{array} \right\} \quad (29)$$

上述线路参数 R_1 , R_0 , L_0 具有随频率变化的特性⁽⁴⁾。由国际大电网会议 13.05 工作组所推荐的关系曲线⁽⁵⁾ 如图 3 所示。因此在计算时, 宜按暂态过程的暂态主频对这些参数取值, 来近似的估计到这种影响。

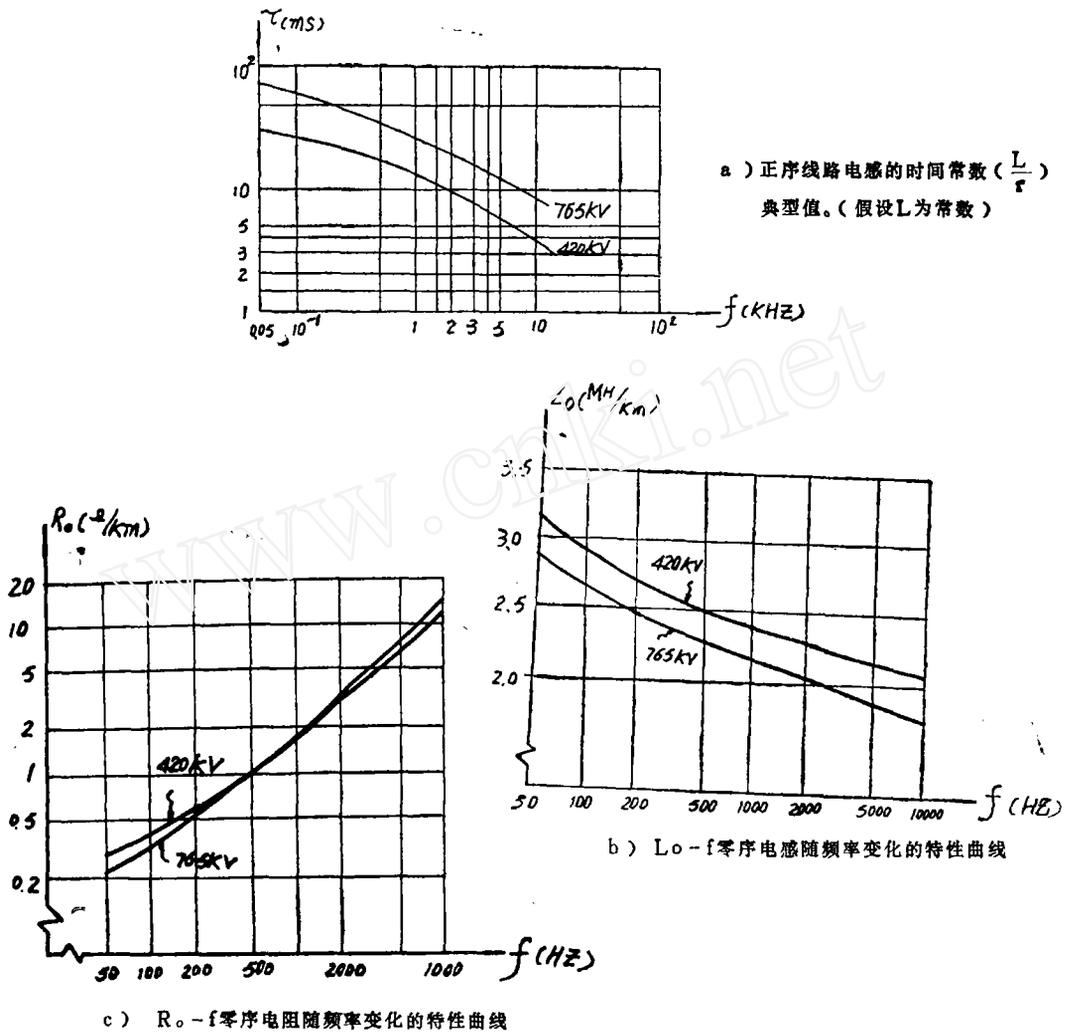


图 3 国际大电网会议推荐的特性曲线

对于用常微分方程描述的集中参数元件电感和电容,其Bergeron等值电路和算式可采用梯形积分公式求得。

对于集中电感元件L:

$$i_L(t) = I_L(t - \Delta t) + \frac{1}{R_L} [u_1(t) - u_2(t)] \quad \dots\dots(30)$$

其中等值电阻:

$$R_L = \frac{2L}{\Delta t} \quad \dots\dots(31)$$

等值电流源:

$$I_L(t - \Delta t) = I_L(t - 2\Delta t) + \frac{2}{R_L} [u_1(t - \Delta t) - u_2(t - \Delta t)] \quad \dots\dots(32)$$

集中电感元件的等值电路模型如图4所示。

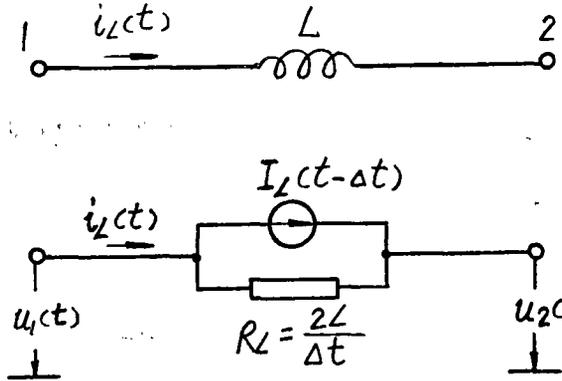


图4 集中电感元件的等值计算电路

对于集中电容元件C:

$$i_C(t) = I_C(t - \Delta t) + \frac{1}{R_C} [u_1(t) - u_2(t)] \quad \dots\dots(33)$$

其中等值电阻:

$$R_C = \frac{\Delta t}{2C} \quad \dots\dots(34)$$

等值电流源:

$$I_C(t - \Delta t) = -I_C(t - 2\Delta t) - \frac{2}{R_C} [u_1(t - \Delta t) - u_2(t - \Delta t)] \quad \dots\dots(35)$$

集中电容元件的等值电路如图5所示。

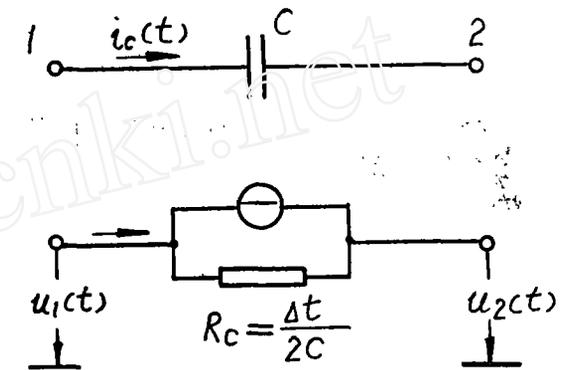


图5 集中电容元件的等值计算电路

以上诸式中, Δt 为计算步长。

至此,具有用偏微分方程描述的三相分布参数的输电线路,以及用常微分方程描述的集中参数元件,均可用相应的等值电流源及等值电阻的模型及算式来表征。这就为计算机求解复杂网络的电磁暂态过程奠定了基础。

三 网络模型与计算框图

有了上述三相输电线路分布参数暂态过程的数学模型与等值电路(见图1),以及

集中参数的数学模型与等值电路(图4及图5),就可将实际的电力系统模型(例如图6所示)全部转化成只含独立电流源及Bergeron等值电流源的电阻性网络模型。从而可建立网络电导矩阵及网络节点电位方程为:

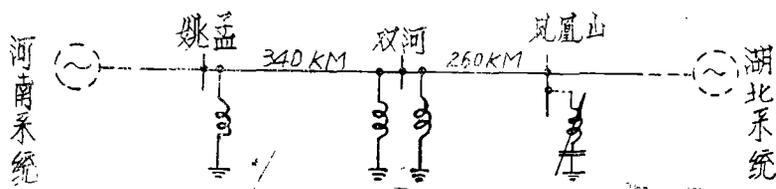


图6 华中电网500KV主干线简化系统图

$$[i+I]=[G][u] \quad \dots\dots(36)$$

式中 $[u]$ ——三相网络各节点的瞬时电压向量;

$[i+I]$ ——各节点的注入电流,包括独立电源的瞬时电流值*i*及Bergeron等值电流源的各瞬间电流值*I*;

$[G]$ ——网络模型中的电导阵。

然后,利用计算机进行逐点数值求解。

$$[u]=[G]^{-1}[i+I] \quad \dots\dots(37)$$

其中集中电感元件在*t*时刻的Bergeron等值电流 $I_L(t-\Delta t)$,按前一步施加于元件的电压差 $u_{12}(t-\Delta t)$ 及 $I_L(t-2\Delta t)$,即按(32)式进行计算。输电线路的Bergeron等值电流按(28)、(29)三个模网单独计算,然后按(22)、(23)式转换到相网中。

先建立故障前的运行起始状态,然后按设定的故障条件,进行故障时的逐点计算。最后将需要的暂态过程各相电流、电压的瞬时值(或波形曲线)由计算机打印输出。

计算的主要程序框图如图7所示。

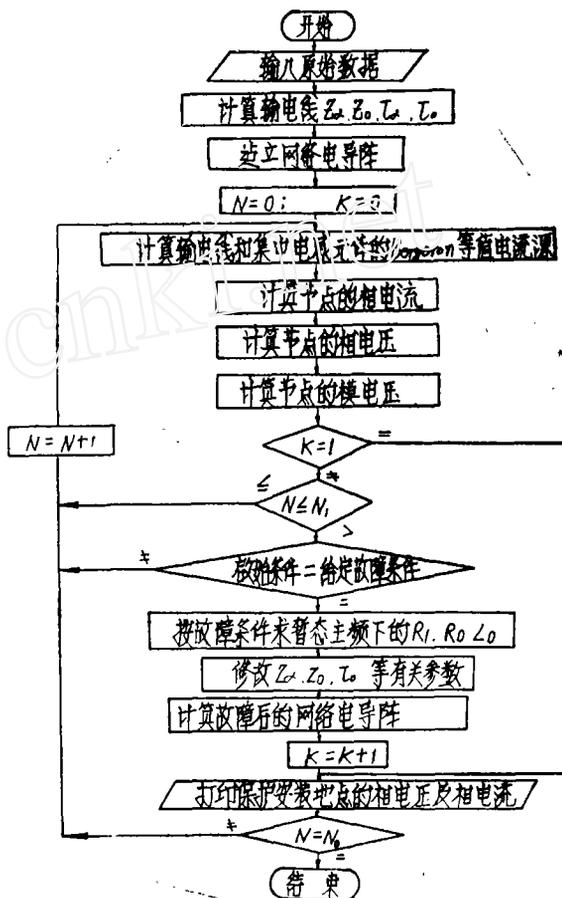


图7 计算原理框图

四 计算结果的正确性

在大型电力系统中，超高压输电线路故障时，考虑分布参数电路对电磁暂态过程的影响，由数字机计算给出有关的故障电量，例如图8所示的三相短路电流波形，它与试验方法拍照比较，显得极为方便、灵活。但这套计算方法使用的数字模型、算式、框图、程序是否正确，计算结果是否接近现场实际？这也是大家关心的问题。我们从下面几方面对多种计算结果进行分析来看，认为这套计算是正确可信的。

当计算条件与动态模拟试验条件（该试验配有600公里长的行波模拟线路及试测设备、该模拟线路的频率特性符合国际大电网会议CIGRE第13·05工作组所提参数要求）接近时，由计算机计算所得图8的三相电流波形，与动模试验拍照的波形图9比较，极相近似。但由于Bergeron法计算时，对有损线只是进行近似的修正。此外线路参数与频率的关系，只是考虑暂态主频的影响。因此与实际动模所测波形在衰减时间常数上稍有差别。

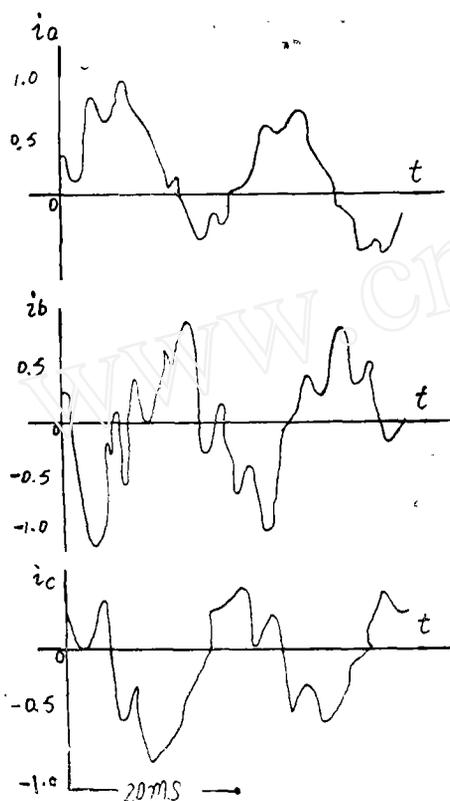


图8 双河变母线（B相电压为 90° 时）三相短路电流波形（由计算机计算得出）

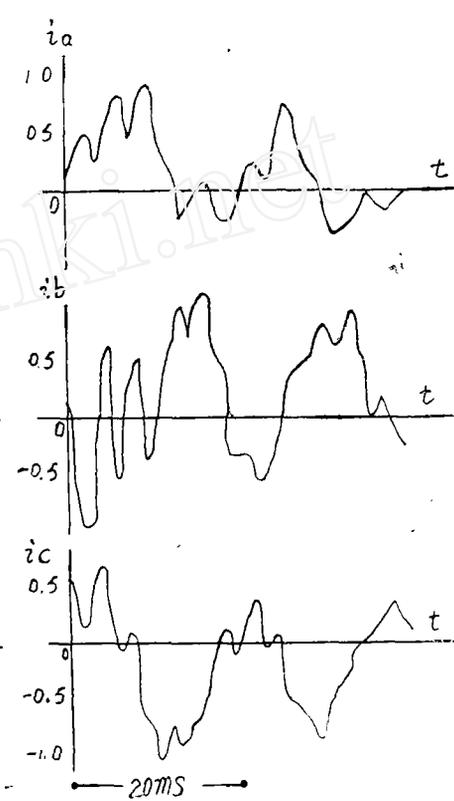


图9 双河变母线三相短路电流波形（由动模试验得出）

采用运算法或频率法虽难于求解这种包含分布参数复杂电路的过渡过程，但可根据其特征方程，迭代求解出暂态过程的各次频率。用双曲线函数表征分布参数的输电线，线路末端接阻抗 $Z_2(P)$ ，则线路首端的输入阻抗为：

$$Z_i(p) = \frac{Z_2(p)Chr(p)l + Z_0(p)Shr(p)l}{\frac{Z_2(p)}{Z_0(p)}Shr(p)l + Chr(p)l} \quad \dots\dots(38)$$

特殊情况，无损线末端开路时：

$$Z_i(p) = Z_0(p)cthp\tau$$

由特征方程：

$$L_1 p + Z_0(p)cthp\tau = 0$$

$$p = j\omega, \quad \frac{\omega L_1}{Z_0} = ctg \omega \tau$$

$$\text{或：} \quad \omega \tau \frac{L_1}{L_0 l} = ctg \omega \tau \quad \dots\dots(39)$$

式中： L_1 ——输电线至等值电势间的集中电感；

L_0 ——输电线单位长度电感；

τ ——输电线两端行波传播时间（ $\tau = l/v$ ）。

线路末端短路时，由特征方程：

$$L_1 p + Z_0(p)thp\tau = 0$$

$$p = j\omega, \quad \omega \tau \frac{L_1}{L_0 l} = -tg \omega \tau \quad \dots\dots(40)$$

由计算机数值求解所得暂态主频，分别与按（39）式和（40）式计算结果接近，

从各次计算所得波形的变化情况来看，与行波传播过程的分析情况相吻合。

暂态过程经历的时间与行波过程的多次反射衰减需要的时间基本相符。

经历暂态过程之后，计算机继续计算，输出有关电量的波形、幅值、相位与一般稳态求解结果一致。即所有电流、电压稳态波形均为工频正弦波。而稳态电流、电压数值与解析值是一致的。首末端电压比、电流比以及首末端电压相位差，也与解析计算值一致。

一般稳态求解的三相短路电流值，其中A相：

$$i(t) = \frac{E_m}{\omega L_1 + Z_0 tg \omega \tau} \sin(\omega t + 90^\circ) \quad \dots\dots(41)$$

式中 $Z_0 tg \omega \tau$ ——末端短路时，线路始端的输入阻抗。

稳态短路情况下，输电线末端与首端电流复数的比值为：

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{chrl}$$

而稳态情况下，输电线末端与首端电压复数的比值为：

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{1}{chrl + \frac{Z}{Z_2} shr l}$$

式中 Z_2 ——为末端等值负载阻抗,
 Z ——输电线波阻抗。

无论单相线路或三相线路(用相网或模网)进行计算,所有计算机数值计算结果和解析法计算结果基本吻合。现选择几例列表如下:

	暂态主频		输 电 线 末 端 与 首端的		
	开路	短路	稳态电 压比	稳态电压间 的相位差	稳态短路 电流比
计算机 计算值	$(2 \sim 3)f_0$	$(5 \sim 6)f_0$	1.034	15°	1.067
解析值	$2.43f_0$	$5.71f_0$	1.058	14.9°	1.05

其中 f_0 为工频 50Hz

计算条件是:电源侧集中电感取 0.3H ,线路长度 $l=340$ 公里,末端带有 750MW 的等值电阻性负载。短路发生在 $l=340$ 公里及 $l=300$ 公里处。

五 结 束 语

使用计算机对于超高压输电线路故障时电磁暂态过程的数值计算,是一项有现实意义的工作。本文基于Bergeron等值电路,经历相似变换以后,在电力系统三相网络中,进行故障电量的数值计算,其结果是正确的,方法也较简便灵活。可在今后实际工程计算中进一步进行检验。

(本文写出后,经我院陈德树教授审阅并提出宝贵意见,在此致谢。)

主 要 参 考 文 献

- [1] H.W. Dommel: *Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks*, IEEE, Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-88 Apr. 1969
- [2] H.W. Dommel and J.M. Michels: *High Speed Relaying Using Traveling Wave Transient Analysis*, IEEE 1978 Power Engineering Society Winter Meeting.
- [3] J.K. Snelson: *Propagation of Travelling Waves on Transmission Lines-Frequency Dependent Parameters*, IEEE Trans. Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-91¹ /Feb. 1972.
- [4] W.S. Meyer and H.W. Dommel: *Numerical Modelling of Frequency-Dependent Transmission-Line Parameters in an Electromagnetic Transients Program*, ibid. Vol. PAS-93 Sep./Oct. 1974
- [5] CIGR'E, Groupe de Travail 13-05-Le Calcul des Chocs de manœuvre, *Electra* n°32(1974)