

具有记忆电压的距离继电器暂态定量分析

新潟大学工学部日原研究室 吕 强

前 言

众所周知，在距离保护中，为了消除保护安装处出口短路的‘电压死区’国内外均采用所谓记忆电压的办法。记忆回路就是电感电容回路，‘记忆’就是利用这个回路过渡过程来实现的。

多年来，科学工作者、技术人员，对其记忆回路虽然做了许多有益的研究工作，然而，有一些问题尚需进一步研究。特别是用计算机在定量方面研究更是如此。这对于此类型继电器的制造、运行、调试、改进无疑是大有好处的。

众所周知距离第一段动作时间是在 40ms 之前。就我国常采用类似于 $LH-11$ 型距离继电器而言，通过计算机计算表明，一直到 40ms 时记忆电压各量的变化仍然是很大的。因而对于记忆电压暂态研究十分必要。

通过大量计算和数据处理，得到如下几点结论：

1. 一直到 40 毫秒时，记忆电压变化量仍然很大。
2. 记忆电压与功率因数角、线路阻抗角、引入第三相电压用的高电阻 R 、短路后残压水平有密切函数关系。
3. 记忆电压在暂态过程中不断旋转。转动的速度和方向用 $\frac{\partial \beta}{\partial t} \cong 0$ 来断定。记忆电压旋转过的最大角度与线路阻抗角相当。
4. 记忆电压在暂态过程中，继电器动作特性不能用所谓动态特性园来研究。取代的方法是转动的直线 MN 。
5. 有记忆电压的距离继电器作为相间保护时， AB 相间正方向短路，接在 BC 相间的继电器，区外故障时，在暂态过程中 $0 \sim t_1$ 之间发生误动作。 $t_1 < 10\text{ms}$ 。

以下分几个问题陈述如下。

一、记忆回路微分方程解

图一所示为距离保护中记忆回路等值图。相间保护多通过高阻 R 引入第三相电压。当然也可以不引入此电压。列解微分方程时，考虑 R 存在。

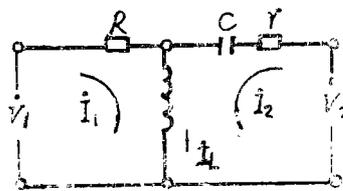


图 1-1

当 $R \rightarrow \infty$ 时便得到 R 不存在的方程式。

a. 微分方程的建立

由图 1-1, 根据克希荷夫二个定律可以得下列六个方程式。

$$i_L = i_1 + i_2 \quad \dots\dots a-1$$

$$L \frac{di_L}{dt} + V_C + r i_2 = V_2 \quad \dots\dots a-2$$

$$R i_1 - r i_2 - V_C = V_{12} \quad \dots\dots a-3$$

$$V_{12} = V_1 - V_2 \quad \dots\dots a-4$$

$$i_2 = C \frac{dV_C}{dt} \quad \dots\dots a-5$$

$$\frac{di_2}{dt} = C \frac{dV_C}{dt^2} \quad \dots\dots a-6$$

联立 a-1 式 ~ a-6 式得

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 V_C}{dt^2} + \frac{RrC + L}{LC(R+r)} \cdot \frac{dV_C}{dt} + \frac{R}{LC(R+r)} V_C \\ &= \frac{R}{LC(R+r)} V_1 - \frac{1}{LC(R+r)} \cdot \frac{dV_{12}}{dt} \quad \dots\dots a-7 \end{aligned}$$

b. 微分方程的初始条件计算

从图 b-1, 用回路电流法得下列方程式。

$$\dot{Z}_{11} = R + j\omega L = z_{11} e^{j\theta_0}$$

$$\dot{Z}_{22} = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) + r = z e^{j\alpha}$$

$$\dot{Z}_{12} = \dot{Z}_{21} = j\omega L = \omega L e^{j\frac{\pi}{2}}$$

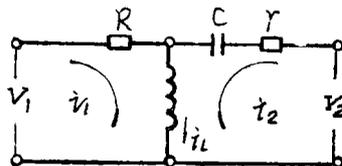


图 b-1

式中

$$z_{11} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\theta_0 = \text{tg}^{-1} \frac{\omega L}{R}$$

$$Z = \sqrt{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2 + r^2}$$

$$\alpha = \text{tg}^{-1} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{r}$$

∴

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_1 \\ \dot{V}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R + j\omega L & j\omega L \\ j\omega L & j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) + r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{I}_1 \\ \dot{I}_2 \end{pmatrix}$$

令

$$\dot{W} = (R + j\omega L) \left[r + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right] + \omega^2 L^2$$

$$= W e^{j\psi}$$

式中

$$W = \left(Rr + \frac{L}{C} \right)^2 + \left[\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) R + \omega Lr \right]^2$$

$$\psi = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) R + \omega Lr}{Rr + \frac{L}{C}}$$

从而

$$\begin{pmatrix} \dot{i}_1 \\ \dot{i}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{W e^{j\psi}} \begin{pmatrix} j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) + r & -j\omega L \\ -j\omega L & R + j\omega L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix}$$

∴

$$\begin{aligned} \dot{i}_2 &= \dot{i}_1 + \dot{i}_2 \\ &= \frac{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}}{W} \dot{V}_1 e^{-j(\beta + \psi)} + \frac{R}{W} \dot{V}_2 e^{-j\psi} \end{aligned} \quad \dots\dots b-1$$

式中

$$g = \operatorname{tg}^{-1} \frac{1}{\omega cr}$$

∴

$$\begin{aligned} \dot{V}_c &= \frac{1}{3\omega c} \dot{i}_2 \\ &= -\frac{L}{CW} \dot{V}_1 e^{-j\psi} + \frac{Z_{11}}{\omega CW} \dot{V}_2 e^{j(\beta_0 - \psi - \frac{\pi}{2})} \end{aligned} \quad \dots\dots b-2$$

如果故障前的电压 V_1 、 V_2 分别为

$$V_1 = V_m \sin(\omega t + \varphi_m)$$

$$V_2 = V_m \sin(\omega t + \varphi_m)$$

则可得

$$\begin{aligned} V_c &= -\frac{L}{CW} V_m \sin(\omega t + \varphi_m - \psi) + \\ &\quad + \frac{Z_{11}}{\omega CW} V_m \sin(\omega t + \varphi_m + \beta_0 - \psi - \frac{\pi}{2}) \end{aligned} \quad \dots\dots b-3$$

由 $b-1$ 式得

$$\begin{aligned} i_2 &= \frac{\sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C} \right)^2}}{W} V_m \sin(\omega t + \varphi_m - g - \psi) + \\ &\quad + \frac{R}{W} V_m \sin(\omega t + \varphi_m - \psi) \end{aligned} \quad \dots\dots b-4$$

如果设故障后接入保护的电压

$$V_{1K} = V_{mK} \sin(\omega t + \varphi_{mK})$$

$$V_{2K} = V_{mK} \sin(\omega t + \varphi_{mK})$$

由 b—2 式可得稳态电压为

$$V_C'' = -\frac{L}{CW} V_{mK} \sin(\omega t + \varphi_{mK} - \phi) + \frac{Z_{11}}{\omega CW} V_{mK} \sin(\omega t + \varphi_{mK} + \beta_0 - \Psi - \frac{\pi}{2}) \quad \dots\dots\dots b-5$$

$$V_{12} = V_{mK} \sin(\omega t + \varphi_{mK}) - V_{mK} \sin(\omega t + \varphi_{mK}) \quad \dots\dots\dots b-6$$

c. 记忆回路暂态微分方程解

由 a—7 式

$$\frac{d^2 V_C}{dt^2} + \frac{RrC + L}{LC(R+r)} \cdot \frac{dV_C}{dt} + \frac{R}{LC(R+r)} V_C = \frac{R}{LC(R+r)} V_2 - \frac{1}{C(R+r)} \cdot \frac{dV_{12}}{dt} \quad \dots\dots\dots c-1$$

此微分方程的特征方程

$$p^2 + \frac{RrC + L}{LC(R+r)} p + \frac{R}{LC(R+r)} = 0 \quad \dots\dots\dots c-2$$

其两根

$$p_1 = -\frac{RrC + L}{2LC(R+r)} + \sqrt{\left[\frac{RrC + L}{2LC(R+r)}\right]^2 - \frac{R}{LC(R+r)}}$$

$$p_2 = -\frac{RrC + L}{2LC(R+r)} - \sqrt{\left[\frac{RrC + L}{2LC(R+r)}\right]^2 - \frac{R}{LC(R+r)}}$$

设

$$\delta = \frac{RrC + L}{2LC(R+r)}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{R}{LC(R+r)}}$$

δ —衰减系数

ω_0 —共振角频率

因要求该回路有记忆作用，故在设计时，必须使

$$\omega_0 > \delta$$

\therefore

$$p_1 = -\delta + j\omega'$$

$$p_2 = -\delta - j\omega'$$

式中

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

ω' —自由振荡角频率。要使回路能够记忆暂态前的电压及相位，必须在设计、调整时，使 ω' 在理论上等于电源角频率。

方程式 c-1 的补充函数

$$V' = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t} \\ = (A_1 + A_2) e^{-\delta t} \cos \omega' t + j(A_1 - A_2) e^{-\delta t} \sin(\omega' t)$$

如果设

$$A_1 + A_2 = A \sin \theta \\ j(A_1 - A_2) = A \cos \theta$$

∴

$$V' = A e^{-\delta t} \sin(\omega' t + \theta) \quad \dots\dots\dots c-3$$

$$\frac{dV'}{dt} = A \sqrt{\omega'^2 + \delta^2} e^{-\delta t} \cos(\omega' t + \theta + b) \quad \dots\dots\dots c-4$$

式中

A, θ 由初始条件决定。

$$b = \text{tg}^{-1} \frac{\delta}{\omega'}$$

故障后记忆回路电容器上的电压可作为微分方程式 c-1 的特解。(其正确性可直接代入 c-1 中验证)

由 b-5 式和 c-3 式得

$$V_c = V_c' + V_c''$$

$$= -\frac{L}{CW} V_{\text{BK}} \sin(\omega t + \varphi_{\text{BK}} - \phi) + \frac{Z_{11}''}{\omega CW} V_{\text{BK}} \sin(\omega t + \varphi_{\text{BK}} + \beta_0 - \phi - \frac{\pi}{2}) + \\ + A e^{-\delta t} \sin(\omega' t + \theta) \quad \dots\dots\dots c-5$$

$$i = C \frac{dV_c'}{dt} + C \frac{dV_c''}{dt}$$

$$= -\frac{\omega L}{W} V_{\text{BK}} \cos(\omega t + \varphi_{\text{BK}} - \phi) + \\ + \frac{Z_{11}''}{W} V_{\text{BK}} \cos(\omega t + \varphi_{\text{BK}} + \beta_0 - \phi - \frac{\pi}{2}) + \\ + CA \sqrt{\omega'^2 + \delta^2} e^{-\delta t} \cos(\omega' t + \theta + b) \quad \dots\dots\dots c-6$$

设

$$V_{\text{BK}} = y V_{\text{B}}$$

$$V_{\text{BK}} = x V_{\text{B}}$$

此处 x 是故障时保护感受到的电压, 与正常时感受到的电压之比。它代表短路残压水平。

作为相间保护时

$$y = 0.5 \sqrt{x^2 + 3}$$

则记忆电压可写成下列形式

$$V_c' = \frac{V_{\text{BK}} R r}{W} \left[\frac{\omega L}{R} y \sin(\omega t + \varphi_{\text{BK}} - \phi - 90^\circ) + \frac{Z_{11}''}{R} x \sin(\omega t + \varphi_{\text{BK}} + \beta_0 - \phi) + \right.$$

$$+ \frac{CA}{R} \cdot \sqrt{\omega'^2 + \delta^2} e^{-\delta t} \cos(\omega' t + \theta + b) \quad \dots\dots\dots c-7$$

根据电容电压不能跃变有

$$V_c(0_-) = V_c(0_+)$$

∴

$$V_c(0_-) = V_c'(0_+) + V_c''(0_+) \quad \dots\dots\dots c-8$$

c-3 和 c-8 联立得

$$A \sin \theta = V_c(0_-) - V_c'(0_+) \quad \dots\dots\dots c-9$$

将 a-1, a-3, a-5 式联立得

$$R i_L = V_{12} + V_c + (R+r) C \frac{dV_c}{dt} \quad \dots\dots\dots c-10$$

根据电感中电流不能跃变

$$i_L(0_-) = i_L(0_+)$$

∴

$$R i_L(0_-) = V_{12}(0_+) + V_c'(0_+) + V_c''(0_+) + (R+r) C \frac{dV_c'(0_+)}{dt} + (R+r) C \frac{dV_c''(0_+)}{dt} \quad \dots\dots\dots c-11$$

将 c-3, c-9, c-11 联立得:

$$A \cos \theta = \frac{R i_L(0_-) - V_{12}(0_+) - [1 - (R+r)C\delta] V_c(0_+) - (R+r)C\delta V_c'(0_+) - (R+r)C \frac{dV_c''(0_+)}{dt}}{(R+r)C\omega'} \quad \dots\dots\dots c-12$$

联立 c-9, c-12 得

$$A = \sqrt{[V_c(0_-) - V_c'(0_+)]^2 + \left\{ i_L(0_-)R - V_{12}(0_+) - [1 - (R+r)C\delta] V_c(0_-) - (R+r)C\delta V_c'(0_+) - (R+r)C \frac{dV_c''(0_+)}{dt} \right\} \frac{1}{(R+r)\omega' C}}^2 \quad \dots\dots\dots c-13$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{V_c(0_-) - V_c'(0_+)}{\left\{ i_L(0_-)R + V_{12}(0_+) - [1 - (R+r)C\delta] V_c(0_-) - (R+r)C\delta V_c'(0_+) - (R+r)C \frac{dV_c''(0_+)}{dt} \right\} \cdot \frac{1}{(R+r)\omega' C}} \quad \dots\dots\dots c-14$$

式中

$$-\pi < \theta < \pi$$

联立 b-3, b-4, b-5, b-6 式和 c-13, c-14 式

并设

$$V_n = V_m$$

$$\frac{V_{n,k}}{V_m} = y$$

$$\frac{V_{\text{BK}}}{V_{\text{B}}} = x$$

$$G(y) = \frac{\omega L}{R} [y \sin(\varphi_{\text{BK}} - \phi) - \sin(\varphi_{\text{B}} - \phi)]$$

$$g(x) = \frac{Z_{11}}{R} [x \cos(\varphi_{\text{BK}} + \beta_0 - \phi) - \cos(\varphi_{\text{B}} + \beta_0 - \phi)]$$

$$F(y) = \frac{1}{R} \left\{ \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \cdot \frac{R}{R+r} \sin(\varphi_{\text{B}} - \phi) + \left[\frac{L}{(R+r)C} - L\delta \right] \sin(\varphi_{\text{B}} - \phi) - y \left[\frac{W}{(R+r)} \sin \varphi_{\text{BK}} - \delta L \sin(\varphi_{\text{BK}} - \phi) - L\omega \cos(\varphi_{\text{BK}} - \phi) \right] \right\}$$

$$f(x) = \frac{1}{R} \left\{ \frac{R^2}{R+r} \sin(\varphi_{\text{B}} - \phi) + \left[\frac{Z_{11}}{(R+r)\omega C} - \frac{\delta Z_{11}}{\omega} \right] x \times \cos(\varphi_{\text{B}} + \beta_0 - \phi) + x \left[\frac{\omega}{R+r} \sin \varphi_{\text{BK}} + \frac{\delta Z_{11}}{\omega} \cos(\varphi_{\text{BK}} + \beta_0 - \phi) - Z_{11} \sin(\varphi_{\text{BK}} + \beta_0 - \phi) \right] \right\}$$

则可得:

$$A = \frac{V_{\text{B}} R}{\omega C W} \cdot AP \quad \dots\dots\dots c-15$$

$$AP = \sqrt{[G(y) + g(x)]^2 + [F(y) + f(x)]^2} \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2 \quad \dots\dots\dots c-16$$

$$\text{tg} \theta = \frac{\omega'}{\omega} \cdot \frac{G(y) + g(x)}{F(y) + f(x)} \quad \dots\dots\dots c-17$$

将 c-16 和 c-17 式代入 c-7 式

$$V_I = \frac{V_{\text{B}} R r}{W} \left[\frac{\omega L}{R} y \sin(\omega t + \varphi_{\text{BK}} - \phi - 90^\circ) + \frac{Z_{11}}{R} x \sin(\omega t + \varphi_{\text{BK}} + \beta_0 - \phi) + \frac{\sqrt{\omega'^2 + \delta^2}}{\omega} AP e^{-\delta t} \sin(\omega' t + \theta + b + 90^\circ) \right] \quad \dots\dots\dots c-18$$

如果令 $R \rightarrow \infty$ 则可以得到没有引入第三相电压的方程式:

$$V_I = \frac{V_{\text{B}} r}{Z} x \sin(\omega t + \varphi_{\text{BK}} - \alpha) + \frac{\sqrt{\omega'^2 + \delta^2}}{\omega} AP e^{-\delta t} \sin(\omega' t + \theta + b + 90^\circ) \quad \dots\dots\dots c-19$$

式中

$$Z = \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{W}{R}$$

$$\alpha = \lim_{R \rightarrow \infty} \phi$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} G(y) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = x \cos(\varphi_{\infty} - \alpha) - \cos(\varphi_{\infty} - \alpha)$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} F(y) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \left[\sin(\varphi_{\infty} - \alpha) - \frac{\delta}{\omega} \cos(\varphi_{\infty} - \alpha) \right] + x \left[\frac{\delta}{\omega} \cos(\varphi_{\infty} - \alpha) - \sin(\varphi_{\infty} - \alpha) \right]$$

$$A = \frac{V_{\infty}}{\omega CZ} \sqrt{g(x)^2 + f(x)^2 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega'}\right)^2}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\omega'}{\omega} \cdot \frac{g(x)}{f(x)}$$

以上推导的是短路相上的记忆电压暂态方程。关于其它两相上记忆电压暂态方程，不用特殊推导，用数学中所谓座标变换的方法很容易求得。参看附录（三）。

二、记忆电压在暂态中转动特性及转向判据

由前节C-18式有

$$V_j = \frac{V_{\infty} R r}{W} \left[\frac{\omega L}{R} y \sin(\omega t + \varphi_{sk} - \phi - \frac{\pi}{2}) + \frac{Z_{11}}{R} x \sin(\omega t + \varphi_{sk} + \beta_0 - \phi) + \frac{\sqrt{\omega'^2 + \delta^2}}{\omega} A P e^{-\delta t} \sin(\omega' t + \theta + b + \frac{\pi}{2}) \right] \quad \dots\dots\dots 2-1$$

根据附录‘複相量扩充’可以把记忆电压化成复相量

$$\dot{V}_j = \frac{V_{\infty} R r}{W} \left[\frac{\omega L}{R} y e^{j(\varphi_{sk} - \phi - \frac{\pi}{2})} + \frac{Z_{11}}{R} X e^{j(\varphi_{sk} + \beta_0 - \phi)} + \frac{\sqrt{\omega'^2 + \delta^2}}{\omega} A P e^{-\delta t} e^{j(\Delta \omega t + \theta + b + \frac{\pi}{2})} \right] \quad \dots\dots\dots 2-2$$

设：

$$Q = \frac{V_{\infty} R r}{W} \left[\frac{\omega L}{R} y \sin(\varphi_{sk} - \phi - \frac{\pi}{2}) + \frac{Z_{11}}{R} x \sin(\varphi_{sk} + \beta_0 - \phi) + \frac{\sqrt{\omega'^2 + \delta^2}}{\omega} A P e^{-\delta t} \sin(\Delta \omega t + \theta + b + \frac{\pi}{2}) \right] \quad \dots\dots\dots 2-3$$

$$H = \frac{V_{\infty} R r}{W} \left[\frac{\omega L}{R} y \cos(\varphi_{sk} - \phi - \frac{\pi}{2}) + \frac{Z_{11}}{R} x \cos(\varphi_{sk} + \beta_0 - \phi) + \frac{\sqrt{\omega'^2 + \delta^2}}{\omega} A P e^{-\delta t} \cos(\Delta \omega t + \theta + b + \frac{\pi}{2}) \right] \quad \dots\dots\dots 2-4$$

根据向量投影定理（以故障相电流为参考向量）

$$V_r^2 = Q^2 + H^2 \quad \dots\dots\dots 2-5$$

\dot{V}_r 的幅角 β

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{Q}{H} \quad \dots\dots\dots 2-6$$

2-6式对 t 求偏微商后，整理得

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial t} \cos \beta - \frac{\partial H}{\partial t} \sin \beta \quad \dots\dots\dots 2-7$$

2-3式对 t 求偏微商，整理得

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = K e^{-\delta t} \cos(\Delta \omega t + \theta + b + \frac{\pi}{2} + \Theta) \quad \dots\dots\dots 2-8$$

式中：
$$K = \frac{V_m R r \sqrt{\omega_r^2 + \delta^2}}{W \omega} \sqrt{\delta^2 + \Delta \omega^2} A P$$

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{\delta}{\Delta \omega}$$

同理

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -K e^{-\delta t} \sin(\Delta \omega t + \theta + b + \frac{\pi}{2} + \Theta) \quad \dots\dots\dots 2-9$$

将2-8, 2-9式代入2-7式得

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = K e^{-\delta t} \cos(\Delta \omega t + \theta + b + \frac{\pi}{2} + \Theta - \beta) \quad \dots\dots\dots 2-10$$

2-10式就是转速和转动方向判据。下面把转向判据叙述如下：

(1) 转动方向 ‘微分型’ 判据：

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} > 0 \text{ 时转动方向使角度增加。}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = 0 \text{ 时不转动。}$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} < 0 \text{ 时转动方向使角度减少。}$$

(2) 转动方向 ‘几何型’ 判据公理

\dot{V}_r 的转动方向 ($\omega' = \omega$) 总是绕着近路朝着稳态向量旋转。

(当 $R = \infty$ 时，稳态向量可认为短路残压向量， $R \neq \infty$ 时，稳态向量可以认为是残压向量和引入第三相电压向量的几何和。)

转动速度与稳态向量模的大小有关系。稳态向量等于零时， \dot{V}_r 不转动。

三、记忆电压定量计算和数据分析

1. 计算的基础数据

a. $\omega L = 3 K \Omega$

$$b. \quad r = 1K\Omega$$

$$c. \quad \omega' = \omega = 314.159$$

2. 计算数据列表。

\dot{V} , 与 X 的关系

表 3-1

x	θ°	θ_1°	$A P E T$	V_1	β°	$\phi_K - \beta^\circ$
0	-78.61	5.98	0.697	0.758	29.429	50.571
0.1	-83.65	5.62	0.672	0.771	29.064	50.936
0.2	-89.02	5.27	0.653	0.785	28.713	51.287
0.3	-94.65	4.93	0.640	0.799	28.373	51.627
0.4	-100.47	4.60	0.633	0.812	28.044	51.956
0.5	-106.34	4.28	0.633	0.826	27.726	52.274
0.6	-112.15	3.97	0.640	0.839	27.419	52.581
0.7	-117.79	3.67	0.653	0.853	27.121	52.879
0.8	-123.15	3.39	0.672	0.867	26.833	53.167
0.9	-128.18	3.11	0.697	0.880	26.553	53.447
1	-132.83	2.84	0.727	0.894	26.283	53.717
$\phi = 30^\circ$		$\varphi_k(3) = 80^\circ$				

说明: (1)表中是 $t=0$, $R=20K\Omega$, $\phi=30^\circ$, $\varphi_K=80^\circ$ 的数据

(2) θ_1 — $t=c$ 故障时 \dot{V} , 与正常时 \dot{V} , 的相位差。

(3) $A P E T = A P \cdot e^{-\delta t}$, $t=0$ 时为 $A P$ 。

(4) X, V , 都是相对值或百分值。

\dot{V} , 与 R 的关系

表 3-2

X	0			0.5			1		
	5	20	35	5	20	35	5	20	35
V_1	0.597	0.784	0.850	0.663	0.854	0.922	0.728	0.925	0.995
β°	26.508	18.899	17.510	27.650	18.107	16.544	28.586	17.436	15.719
δ (°/秒)	123.35	72.185	63.815	123.35	72.185	63.815	123.35	72.185	63.815
b°	21.43°	12.94°	11.48°	21.43°	12.94°	11.48°	21.43°	12.94°	11.48°

说明: (1)表中是 $t=0$, $\phi=20^\circ$, $\varphi_K=80^\circ$ 时的数据

$$(2) \delta = \frac{Rrc + L}{2Lc(R+r)}$$

$$(3) b = \text{tg}^{-1} \frac{\delta}{\omega}$$

记忆电压与时间、功率因数角、线路阻抗角的关系。

表 3-3

X	t	$\varphi = 20^\circ$ $\varphi_K = 80^\circ$			$\varphi = 30^\circ$ $\varphi_K = 80^\circ$			$\varphi = 30^\circ$ $\varphi_K = 65^\circ$		
		V_r	β°	θ°	V_r	β°	θ°	V_r	β°	θ°
0	0	0.850	17.510	-87.42	0.825	28.232	-76.34	0.822	27.884	-75.87
	0.01	0.465	20.373	-87.42	0.456	30.746	-76.34	0.458	29.692	-75.87
	0.02	0.263	25.266	-87.42	0.262	34.937	-76.34	0.266	32.656	-75.87
	0.03	0.159	32.859	-87.42	0.161	41.223	-76.34	0.166	36.927	-75.87
	0.04	0.106	42.809	-87.42	0.109	49.184	-76.34	0.114	42.231	-75.87
	0.07	0.064	66.891	-87.42	0.065	68.204	-76.34	0.066	54.971	-75.87
0.4	0	0.908	16.725	-109.12	0.879	26.738	-99.03	0.868	26.648	-95.81
	0.01	0.590	31.773	-109.12	0.595	39.858	-99.03	0.613	36.125	-95.81
	0.02	0.456	47.631	-109.12	0.470	52.838	-99.03	0.491	44.978	-95.81
	0.03	0.406	59.748	-109.12	0.417	62.591	-99.03	0.433	51.595	-95.81
	0.04	0.388	67.231	-109.12	0.395	68.694	-99.03	0.405	55.826	-95.81
	0.07	0.378	74.908	-109.12	0.379	75.109	-99.03	0.387	60.418	-95.81
1	0	0.995	15.719	-137.94	0.962	24.817	-133.76	0.938	25.024	-140.04
	0.01	0.803	41.660	-137.94	0.821	47.431	-133.76	0.854	41.229	-140.04
	0.02	0.789	58.602	-137.94	0.816	61.403	-133.76	0.840	50.814	-140.04
	0.03	0.809	67.387	-137.94	0.823	63.714	-133.76	0.843	55.888	-140.04
	0.04	0.827	71.799	-137.94	0.835	72.450	-133.76	0.847	58.546	-140.04
	0.07	0.849	75.813	-137.94	0.850	75.901	-133.76	0.852	61.055	-140.04

说明：表中数据是 $R = 35^\circ$ 下的数据。

3. 数据分析。

从表中数据分析主要的总结如下

(1). \dot{V} 与代表残压水平量 X 有密切关系，同一个时间， X 不同 \dot{V} ，也不同。

(2). 当 $0 \leq X \leq 1$ 时。随着时间 t 的增加, \dot{V} 的幅角逐渐增加。也就是说 \dot{V} 随着时间 t 增加而转动。转动的方向用判据 $\frac{\partial \beta}{\partial t} \cong 0$ (或几何转向判据公理) 来决定。

(3). 保护安装处出口短路时 ($X = 0$), \dot{V} 的幅值、幅角都同短路前的大体相同。

例: $X = 0$, $\varphi = 30^\circ$, $\varphi_K = 80^\circ$, $R = 35^{\text{K}\Omega}$, $\phi = 5.799^\circ$, $\beta_0 = 4.9^\circ$ 场合。

短路前: $V_{\text{前}} = \sin(\omega t + 30^\circ - 5.799^\circ + 4.9^\circ = \sin(\omega t + 29.116^\circ)$ (未计第三相电压。因为对角度影响不大) 短路后: ($t = 0$ 瞬间)

$$V_{\text{后}} = 0.825 \sin(\omega t + 28.232^\circ)$$

相位差 0.88°

(4). β 的转速都为正。 ($0 \leq X \leq 1$)

这与用 $\frac{\partial \beta}{\partial t} > 0$ 是一致的。

例如: $X = 0.4$, $\varphi = 20^\circ$, $\varphi_K = 80^\circ$, $R = 35^{\text{K}\Omega}$, $b = 11.48^\circ$, $\beta = 16.725^\circ$,
 $\theta = -109.12^\circ$, $t = 0$ 场合。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta}{\partial t} &= K \cos(-109.12^\circ + 11.48^\circ + 90^\circ - 90^\circ - 16.725^\circ) \\ &= K \cos(+65.635^\circ) \\ &= 0.413K > 0 \end{aligned}$$

\therefore 转向为正。(其它都是如此)。

(5). 直到 40ms 时 \dot{V} 的幅值, 幅角变化还很大。

(6). \dot{V} 在暂态中的值, 同功率因数角、线路阻抗角、短路残压水平、插入的高电阻 R 均有函数关系。

(7). R 越大, V 越大; β 、 δ 、 b 、 ϕ 越小。

(8). \dot{V} 的稳态时的角度, 当 $R \rightarrow \infty$ 时, 比线路阻抗角为小, 随着 R 的增加, 逐渐增加, 当 R 向无限大驱近时将超过线路阻抗角几度。

(9). $X = 0$ 场合。 $R \rightarrow \infty$ 时 $\frac{\partial \beta}{\partial t} \rightarrow 0$ 。

例: $X = 0$, $t = 0$, $\varphi = 20^\circ$, $\varphi_K = 80^\circ$, $R = 35^{\text{K}\Omega}$ 时 $\theta = -87.42^\circ$, $b = 11.48^\circ$,
 $\Theta = 90^\circ$, $\beta = 17.510^\circ$ 。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \beta}{\partial t} &= K \cos(-87.42^\circ + 11.48^\circ + 90^\circ + 90^\circ - 17.51^\circ) \\ &= K \cos(85.55^\circ) \\ &= 0.06K \end{aligned}$$

当 $R = \infty$ 时

$X = 0$, $t = 0$, $\varphi = 20^\circ$, $\varphi_K = 80^\circ$ 时 $\theta = -73.58^\circ$, $b = 9.46^\circ$, $\Theta = 90^\circ$,
 $\beta = 25.379^\circ$

$$\begin{aligned}\frac{\partial \beta}{\partial t} &= K \cos(-73.58^\circ + 9.46^\circ + 90^\circ + 90^\circ - 25.879^\circ) \\ &= K \cos(90.001^\circ) \\ &= 0\end{aligned}$$

注：\$R = \infty\$ 时，\$\dot{V}_r\$ 的数据未在表内。

从(7)、(8)、(9)可以看到 \$R\$ 对 \$\dot{V}_r\$ 的数值、特性都有影响。

10. \$R \neq \infty\$ 时的 \$\frac{\partial \beta}{\partial t}\$ 比 \$R = \infty\$ 时的 \$\frac{\partial \beta}{\partial t}\$ 为大。

四、\$\Delta\omega\$ 对记忆电压复相量转动的影响

\$\Delta\omega\$ 就是自由振荡角频率与电源角频率的差，\$\Delta\omega\$ 的正、负、零，对记忆电压复相量的转动速度、转动方向是有很影响的。

根据《二》中所述，记忆电压转动判据为

$$\frac{\partial \delta}{\partial t} = K e^{-\sigma t} \cos(\Delta\omega t + \theta + b + \frac{\pi}{2} + \Theta - \beta) \quad \dots\dots\dots 1$$

式中

$$b = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\delta}{\Delta\omega}, \text{ 当 } R = 35 \frac{\Omega}{\mu\text{s}}, \omega' = \omega = 314,159 \text{ 时, } b = 11,482^\circ$$

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{\delta}{\Delta\omega} \quad 0 < \Theta < \pi$$

因此，\$\Delta\omega > 0\$ 时，可以写成

$$\Theta = 90^\circ - \varepsilon \quad (\varepsilon \text{ 为正数, 单位: 度。})$$

同理，\$\Delta\omega < 0\$ 时

$$\Theta = 90^\circ + \varepsilon$$

所以，\$\Delta\omega > 0\$ 时

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = K e^{-\sigma t} \cos(\Theta + b_1 + 180^\circ - \beta_1 - \varepsilon + |\Delta\omega|t)$$

\$\Delta\omega < 0\$ 时

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} = K e^{-\sigma t} \cos(\theta + b_2 + 180^\circ - \beta_2 + \varepsilon - |\Delta\omega|t)$$

下面就 \$\Delta\omega = 0\$ 时 \$\theta + b + 180^\circ - \beta\$ 的值列表如下

表4—1

X	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1
\$\theta + b + 180^\circ - \beta^\circ\$	86.55	76.325	65.635	55.271	45.886	37.821

从 1 式和表4—1 可知

当 $t=0$ 时 $\Delta\omega \cong 0$ β 都能得到正的转速, 亦即 $\frac{\partial\beta}{\partial t} > 0$;

但是 $t=0$ 时。

(1) β 要得到较大的转速必须使 $\Delta\omega > 0$ 。

(2) β 要得到较小的转速必须使 $\Delta\omega < 0$ 。

(3) 在 $t=0 \sim t$ 某时间内 $\Delta\omega > 0$ 还是 $\Delta\omega < 0$ 又 $\Delta\omega$ 数值是多少时 β 都有较大的转速? 要根据具体情况而定。

如: $\Delta\omega = \pm 12.5664$ 场合, $(f' - f) = \pm 2$ $\Delta\omega = +12.5664$ 时在 $0 \sim 10 \text{ms}$ 之间 $\frac{\partial\beta}{\partial t}$ 都有较大的正值。即 β 有较大的转速。

注: 表中数据条件: $t=0$, $\varphi = 20^\circ$, $\varphi_K = 80^\circ$, $R = 35\% \omega$ 。

一个应用

有记忆电压的距离测量继电器, 作为相间保护时, A B 相发生正方向短路故障, BC 相的继电器称为次后相继电器。以此类推。

1. 为了缩短次后相继电器误动作时间, 可以适当的调整 $\Delta\omega$ 的值来达到。最佳值根据具体参数可定量计算。

2. 当 $\Delta\omega$ 不太大时, 以 $\Delta\omega$ 为正值时为合适。

五、经弧光电阻短路时 \dot{V}_j 的变化规律

右图中, 假定某处短路后弧光电阻压降为 V_R , 线路残压为 V_K , 线路阻抗角为 φ_K 。保护感受的残压、阻抗角分别为 V'_K , φ'_K 。它们之间有如下关系。

$$V_K \sin \varphi_K = V'_K \sin \varphi'_K \quad \dots\dots\dots 5-1$$

$$V_K \cos \varphi_K + V_R = V'_K \cos \varphi'_K \quad \dots\dots\dots 5-2$$

由5-1和5-2式得

$$V'_K = \sqrt{(V_K \sin \varphi_K)^2 + (V_K \cos \varphi_K + V_R)^2} \quad \dots\dots\dots 5-3$$

$$\varphi'_K = \text{tg}^{-1} \frac{V_K \sin \varphi_K}{V_K \cos \varphi_K + V_R} \quad \dots\dots\dots 5-4$$

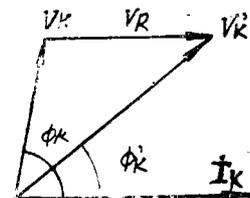


图 5-1

从5-3和5-4式可知, 经弧光电阻短路, 保护感受到的阻抗角比线路阻抗角为小, 残压比无弧光时为大。

把计算机计算结果列于下表:

表 5-1

	$V_R=0, \varphi_K = \varphi'_K \quad X=X' \quad \varphi = 20^\circ$						$V_R=0.3 \quad \varphi_K=80^\circ \quad \varphi'_K=51.48^\circ$ $\varphi = 20^\circ, \quad X^\circ=0.626$					
X	0.5	"	"	"	"	"	0.5	"	"	"	"	"
t (秒)	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.07	0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.07
V_J	0.92	0.62	0.51	0.47	0.46	0.46	0.91	0.71	0.63	0.59	0.57	0.56
β°	16.54	33.88	50.45	67.92	68.60	75.19	16.16	27.41	35.93	41.36	44.50	47.68
$\phi'_K - \beta^\circ$	63.46	46.12	29.55	18.08	11.40	4.87	35.69	24.44	15.92	10.49	7.35	4.17

注：① X 、 X' 、 V_J 分别为无弧光残压、有弧光残压、记忆电压的相对值。（以短路前感受到的额定电压为基准）

② φ'_K 不是 β 的稳定位置，与稳定位置稍有差异。 β 的稳定位置是一个变动范围不太大的与 φ'_K 相差很小的数，这个数与引入三相电压的高电阻 R 有关系。

结论

1. V_J 、 β 分别随时间逐渐减小，增大。
2. $\varphi'_K - \beta$ 随时间逐渐减小。
3. $\varphi'_K - \beta$ 在同一时间内，同地点短路，弧阻电压不同时，其值亦不同。注意：此处的 $\varphi'_K - \beta$ 基本上就是文章后边的 φ_{JV} 。

六、类似LH—11型距离继电器的暂态动作方程分析及动作判据

(1) 动作方程式的展开：

设极化变压器和电抗变压器的两绕组是平衡的。暂态时，应用附录《复相量扩充》，各量仍可用复相量来表示。因此，暂态时的动作方程的外表形式与稳态一样：

$$|\dot{V}_J - (\dot{V}_V - \dot{V}_K)| \cong |\dot{V}_J + (\dot{V}_V - \dot{V}_K)| \quad \dots\dots\dots 6-1$$

或

$$|\dot{V}_J - (\dot{V}_V - \dot{V}_K)|^2 \cong |\dot{V}_J + (\dot{V}_V - \dot{V}_K)|^2 \quad \dots\dots\dots 6-2$$

式中

- > 对应动作状态
- = 对应临界状态
- < 对应制动状态

用附录《向量投影定理推广》把6-2式展开：

$$V_J^2 + V_V^2 + V_K^2 - 2V_J V_V \cos \varphi_{JV} + 2V_J V_K \cos \phi_{JK} - 2V_V V_K \cos \phi_{VK}$$



$$\cong V_J^2 + V_V^2 + V_K^2 + 2V_J V_V \cos \phi_{JV} - 2V_J V_K \cos \phi_{JK} - 2V_V V_K \cos \phi_{VK}$$

整理得:

$$V_J V_K \cos \phi_{JK} \cong V_J V_V \cos \phi_{JV} \quad \dots\dots\dots 6-3$$

6-3 式就是暂态下的动作方程式。式中

V_J —记忆电压幅值, 在暂态中是时间函数, 也是短路残压水平 x (V_V) 的函数。

V_K —电抗变压器付边电压幅值。

V_V —测量电压幅值, 它的相对值是 x , 即故障时的 V_V 与正常时的比。

ϕ_{JK} —复相量 \dot{V}_J 与 \dot{V}_K 的夹角。在暂态中是时间、短路残压水平 x 的函数。

ϕ_{JV} —复相量 \dot{V}_J 与 \dot{V}_V 的夹角。在暂态中是时间、 x 、孤光电阻的函数。

由 6-3 式可得<电压型>动作判据:

(2) 解析式<电压型>动作判据:

\dot{V}_K 在 \dot{V}_J 上的投影大(小、等)于 \dot{V}_V 在 \dot{V}_J 上的投影时(代数量)继电器处于动作(制动、平衡)状态。

(3) 解析式<阻抗型>动作判据:

把 6-3 式的两边除以 I^2 , 并设: $\frac{V_J}{I} = Z_J$ 、 $\frac{V_V}{I} = Z_V$ 、 $\frac{V_K}{I} = Z_K$ 。以下分别称

记忆阻抗、测量阻抗、整定阻抗。

\therefore

$$Z_J Z_K \cos \phi_{JK} \cong Z_J Z_V \cos \phi_{JV} \quad \dots\dots\dots 6-4$$

或 ($Z_J \neq 0$)

$$Z_K \cos \phi_{JK} \cong Z_V \cos \phi_{JV} \quad \dots\dots\dots 6-5$$

6-4、6-5 式就是阻抗型动作判据

解析式<阻抗型>动作判据:

整定阻抗相量 \dot{Z}_K 在记忆阻抗相量 \dot{Z}_J 上的投影(代数量)大(小、等)于测量阻抗相量 \dot{Z}_V 在记忆阻抗相量 \dot{Z}_J 上的投影时, 继电器处于动作(制动、平衡)状态。

由 6-3、6-4 式可以得出重要的推论来

推论: 只要 V_J (Z_J) 足够大, 继电器动作与否, 与 V_V (Z_V), 的大小无关, 而只与它的幅角 ϕ_J 有关系。

(4) 方程式 6-3、6-4、6-5 表现在复数平面上的几何型动作判据:

由计算机计算表明, 在暂态过程中, \dot{Z}_J (\dot{V}_J) 转过的角度很大。($\varphi = 20^\circ$, $\varphi_K = 80^\circ$ 时, 正相最大 60° 左右, 次后相 80° 左右, 次次后相 60° 左右) ϕ_{JK} 、 ϕ_{JV} 都是时间、孤光电阻的函数。即使同一瞬间, 由于孤光电阻的不同 ϕ_{JV} 也不一样。后边分析时, 假定 ϕ_{JK} 、 ϕ_{JV} 取值不受保护具体条件限制, 单就数学上广义分析。保护的具体条件仅是分析条件中的一部份, 因而广义分析适用于具体条件。

图 6-1 是各相量的相量图。把静态特性园也划在上面, 作为比较。从 \dot{Z}_K 的端点

作 \dot{Z}_j 的垂线 MN , MN 直线把平面分成两部分。把 \dot{Z}_j 与直线 MN 相交后, \dot{Z}_j 的正方向侧叫 MN 的正侧, 把 \dot{Z}_j 的反方向侧叫 MN 的负侧。结合图 6-1 可得几何型判据。

<几何型>动作判据:

\dot{Z}_y 的端点只要落在直线 MN 的正侧、负侧、上时则保护处于动作、制动、平衡状态。

下面分几种情况证明:

(I) 若 $-90^\circ < \varphi_{JK} < 90^\circ$ 时只要 \dot{Z}_y 的端点落在 MN 的正侧不管 φ_{Jy} 取什么样值都能满足方程式 (假定以 \dot{Z}_j 为参考相量)

$$Z_K \cos \varphi_{JK} > Z_y \cos \varphi_{Jy} \dots\dots\dots 6-6$$

就是继电器处于动作状态。

证: $\because -90^\circ < \varphi_{JK} < 90^\circ$

$$\therefore Z_K \cos \varphi_{JK} > 0$$

又 $\because \dot{Z}_y$ 端点在直线 MN 正侧

$\therefore |\varphi_{Jy}| < 90^\circ$ 时有

$$Z_K \cos \varphi_{JK} > Z_y \cos \varphi_{Jy} \quad (\text{距离方向特性})$$

$|\varphi_{Jy}| > 90^\circ$ 时更有

$$Z_K \cos \varphi_{JK} > Z_y \cos \varphi_{JK} \quad (\text{单纯方向特性})$$

(II) 若 $-90^\circ < \varphi_{JK} < 90^\circ$ 时 \dot{Z}_y 的端点在 MN 直线负侧时, 则满足方程式:

$$Z_K \cos \varphi_{JK} < Z_y \cos \varphi_{Jy} \dots\dots\dots 6-7$$

即继电器处于制动状态。(区外故障)

证: 略

(III) 若 $-90^\circ < \varphi_{JK} < 90^\circ$, \dot{Z}_y 的端点在 MN 直线上时则满足方程式:

$$Z_K \cos \varphi_{JK} = Z_y \cos \varphi_{Jy} \dots\dots\dots 6-8$$

即继电器处于平衡状态。

证: 略

(IV) 若 $|\varphi_{JK}| > 90^\circ$, \dot{Z}_y 的端点在 MN 直线负侧时, 则满足方程式:

$$Z_K \cos \varphi_{JK} < Z_y \cos \varphi_{JK} \dots\dots\dots 6-9$$

即继电器处于制动状态。

证明: $|\varphi_{JK}| \geq 90^\circ$

$$\therefore Z_K \cos \varphi_{JK} < 0$$

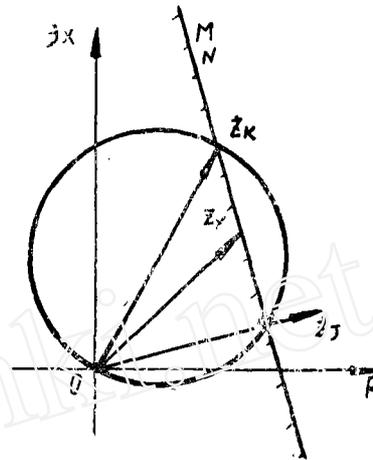


图 6-1

当 $\varphi_{JK} > 90^\circ$ 有

$$Z_K \cos \varphi_{JK} < Z_Y \cos \varphi_{JY}$$

当 $\varphi_{JY} < 90^\circ$ 更有

$$Z_K \cos \varphi_{JK} < Z_Y \cos \varphi_{JY}$$

(V) 若 $|\varphi_{JK}| > 90^\circ$, Z_Y 的端点在 MN 直线正侧时, 就有

$$Z_K \cos \varphi_{JK} > Z_Y \cos \varphi_{JY} \quad \dots\dots\dots 6-10$$

即继电器动作

证: 略

(VI) 若 $|\varphi_{JK}| > 90^\circ$, Z_Y 的端点在直线 MN 上时, 就有

$$Z_K \cos \varphi_{JK} = Z_Y \cos \varphi_{JY}$$

即继电器处于平衡状态。

证: 略

七、动态方程在临界状态下分析

由6-5式可知临界状态下的方程式

$$Z_K \cos \varphi_{JK} = Z_Y \cos \varphi_{JY} \quad \dots\dots\dots 7-1$$

如果 $\cos \varphi_{JY} \neq 0$

$$Z_Y = \frac{Z_K}{\cos \varphi_{JY}} \cos \varphi_{JK} \quad \dots\dots\dots 7-2$$

从7-2式可以分析如下

1. 整定阻抗 Z_K 是一个常量。如果 φ_{JY} 为常量, φ_{JK} 为变量, 则方程式1的轨迹代表一个圆周。

2. 要在暂态中实现上述目的, 测量电压与记忆电压都从记忆变压器付边取时, 则 φ_{JY} 一定, 此时 Z_Y 的端点轨迹在 φ_{JK} 变化时为一个圆周。

3. 记忆电压在暂态中, φ_{JY} 、 φ_{JK} 都是时间函数, 特别是考虑弧光电阻短路时 φ_{JY} 又是弧阻的函数。

根据计算机计算, 在暂态过程中($\varphi = 20^\circ$, $\varphi_K = 80^\circ$)正相继电器的 V_J 最大要转过 60° 左右; 次后相继电器是 80° 左右; 次次后相继电器的 V_J 转过的角度为 60° 左右。(所谓正相、次后相、次次后相是指、 AB 相故障, AB 相为正相, BC 相为次后相、 CA 相为次次后相, 以此类推)

因此, Z_Y 与 φ_{JK} 的关系不可能用圆的关系来描述。

4. 动态特性圆的概念不适用

(J) 假定 φ_{JY} 单纯是时间函数, 那么某一瞬间 t_0 固定之后, φ_{JY} 就有一个确定的值。再假定 φ_{JK} 不是时间函数, 那么 φ_{JK} 变化时, Z_Y 的端点轨迹为一圆, (直径为

$$\therefore Z_K \cos \varphi_{JK} > Z_Y \cos \phi_{JY}$$

\therefore 继电器正确动作。

b. 区外故障

$$\because Z_K < Z_Y$$

$$\varphi_{JY} = \varphi_{JK} = (62.49^\circ \sim 64.281^\circ) \sim 0^\circ$$

$$\therefore Z_K \cos \varphi_{JK} < Z_Y \cos \phi_{JY}$$

\therefore 继电器不动作。

II、反方向故障

$$t = 0 \sim \infty$$

$$\varphi_{JY} = (62.49^\circ \sim 64.28^\circ) \sim 0^\circ$$

$$\varphi_{JK} = (117.51^\circ \sim 115.719^\circ \sim 180^\circ)$$

$$\therefore Z_K \cos \varphi_{JK} < Z_Y \cos \varphi_{JY}$$

\therefore 继电器不动作。

2. B相 (图8--2所示)

I 正方向故障

a 区内

$$\text{条件: } R = 35^{\text{K}\Omega}, \varphi = 20^\circ, \varphi_K = 80^\circ$$

$$x = 0 \sim 1 \text{ 时, } \varphi_{JY} = 88.04^\circ \sim 62.01^\circ$$

$$t = 0 \sim \infty$$

$$\varphi_{JY} = (88.04^\circ \sim 62.01^\circ) \sim 0^\circ$$

$$\varphi_{JK} = (1.96^\circ \sim -2.01^\circ) \sim (90^\circ \sim 60^\circ)$$

此条件下, 虽有:

$$Z_K < Z_Y, \text{ 但一定有:}$$

$0 \sim t_1$ 时间内

$$Z_K \cos \varphi_{JK} > Z_Y \cos \varphi_{JY}$$

$t_1 \sim \infty$ 时间内

$$Z_K \cos \varphi_{JK} < Z_Y \cos \varphi_{JY}$$

所以区内故障时 B 相继电器在 $0 \sim t_1$ 时间内动作, $t_1 \sim \infty$ 时间内不动作。

b. 区外故障

区外故障时, $x \rightarrow 1$

$x = 0 \sim 1$ 时间内极限值:

$$\varphi_{JY} = 62.01^\circ \sim 0^\circ$$

$$\varphi_{JK} = -2.01^\circ \sim 60^\circ$$

与区内故障一样道理

$t = 0 \sim t_2$ 时间内, 继电器动作, $t_2 \sim \infty$ 时间内继电器不动作。 t_2 的大小与整定值 Z_K 有关系。

计算机计算表明, 在计算条件下, 在 10ms 之内一段时间里理论上继电器有误动作

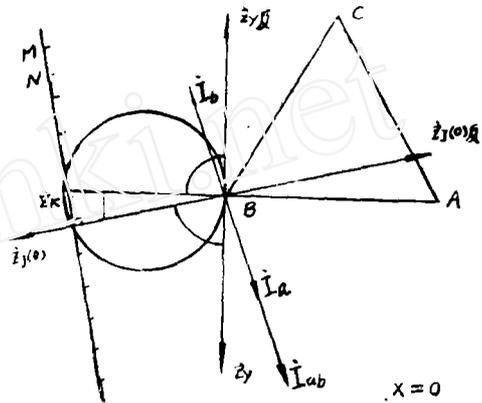


图 8-2

现象产生。如果误动作的时间超过继电器固有动作时间，那一定有误动作发生。这一点，在调整、运行时要引起注意。

解决误动作的办法是：适当的调整 $\Delta\omega$ 是有效的。多少为最佳，应该根据具体情况来计算。但是 $\Delta\omega = 0 \sim 12$ 比 $\Delta\omega = 0 \sim -12$ 要好。关于这方面详细情况，待看《 ω' 的最佳值》一文。

II 反方向故障

$$t = 0 \sim \infty$$

$$\varphi_{IV} = (88.04^\circ \sim 62.01^\circ) \sim 0^\circ$$

$$\varphi_{IK} = (178.04^\circ \sim 182.01^\circ) \sim (90^\circ \sim 120^\circ)$$

$\therefore t = 0 \sim \infty$ 有

$$Z_K \cos \varphi_{IK} < Z_V \cos \varphi_{IV}$$

继电器不动作。

C相 I 正方向故障

$$\text{条件: } R = 35^\circ, \quad \phi = 20^\circ,$$

$$\varphi_K = 80^\circ, \quad x = 0 \sim 1 \text{ 时}$$

$$t = 0 \sim \infty$$

$$\varphi_{IV} = (30.40^\circ \sim 56.64^\circ) \sim 0^\circ$$

$$\varphi_{IK} = (120.40^\circ \sim 116.64^\circ) \sim (90^\circ \sim 60^\circ)$$

$$\therefore Z_K \cos \varphi_{IK} < Z_V \cos \varphi_{IV} \quad (Z_V > Z_K)$$

\therefore 继电器不动作。

II 反方向故障

$$t = 0 \sim \infty$$

$$\varphi_{IV} = (30.40^\circ \sim 56.64^\circ) \sim 0^\circ$$

$$\varphi_{IK} = (59.6^\circ \sim 63.36^\circ) \sim (90^\circ \sim 120^\circ)$$

$$\text{又} \because Z_V > Z_K$$

$$\therefore Z_K \cos \varphi_{IK} < Z_V \cos \varphi_{IV}$$

\therefore 继电器不动作。

(二)、有串联电容补偿线路的距离继电器动作状态检查。

在这里只想讨论一下，保护反方向侧经串补电容短路时，保护动作行为。因为这个在我国有运行实例。其它的略。

在图 8-4 中，根据几何转向公理， $Z_{I(0)}$ 反的转动方向如箭号所示。此时 MN 直线与 $Z_{I(0)}$ 延长线交点设为 A。则容抗大于 CA 时将要发生误动作（因为 $Z_{I(0)}$ 的端点落在 MN 的正侧）。在 MN 旋转过程中容抗小于 OB 长度时，保护也将发生误动作。因此，只有容抗值大于 OB、小于 OA 时保护才能不动作。

在这里应强调的是，转动方向是十分重要的，在右图中如果转动方向搞错，则无此结论。转动方向可用前边几个判据来决定。下边再用微分型判据来验证一下。

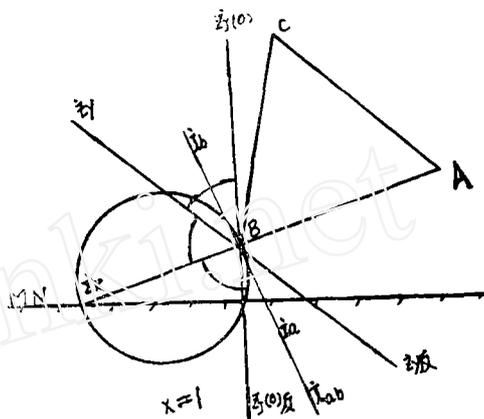


图 8-3

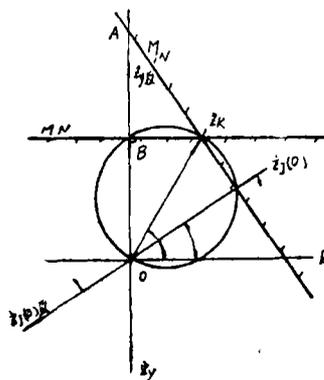


图 8-4

计算基本数据同前。在 $x = 0.6$, $t = 0$, $\varphi = 20^\circ$, $\varphi_x = -90^\circ$, $R = 35^{\kappa\Omega}$ 时
 $\theta = -54.26^\circ$, $b = 11.482^\circ$, $\Theta = 90^\circ$, $\beta = 19.94^\circ$ (按正方向计算的数据)

$$\frac{\partial \beta}{\partial t} K \cos(-54.26^\circ + 11.482^\circ + 90^\circ + 90^\circ - 19.94^\circ) = -0.458 K < 0$$

也就是说 $Z_{r(0)}$ 的旋转方向使自己的角度减小, 这与几何公理判据相一致。

九、主要结论

1. 记忆电压相量在暂态过程中不断转动。(即角度暂态过程)转动的速度和方向由 $\frac{\partial \beta}{\partial t} \cong 0$ (或几何型判据公理)来决定。

2. 通过大量计算和数据处理, 知道记忆电压在暂态过程中, 其幅值, 幅角在 40 mS 之际变化量还都是很大的。($R = 5 \sim \infty^{\kappa\Omega}$)

3. 记忆电压 \dot{V}_r 与功率因数角、线路阻抗角、时间、引入第三相电压经过的高电阻 R 、短路残压水平 x 均有函数关系。

4. 通过分析和计算找出了正(区内、区外)、反方向短路时, 阻抗型、电压型、几何型的动作判据。

5. 通过计算表明: 经弧光电阻短路时, \dot{V}_r 与 \dot{V}_r 的夹角 φ_r 随弧阻变化而变化。

6. 通过计算还表明了: φ_r 的各时间的数值及变化范围。

7. 有记忆电压距离继电器作为相间保护, AB 相发生正方向区外故障时, 接在 BC 相的保护, 在 10 mS 之内有可能误动作。根据线路的结构, 运行方式, 整定参数而异。解决的办法是: 适当的调整 ω' 大于电源的 ω 和选择合适的高电阻 R 是有效的。根据具体情况可以作定量计算。

8. R 对 \dot{V}_r 的各量在量上均有影响, 在 $R < 20^{\kappa\Omega}$ 时影响比较大。 $R > 20^{\kappa\Omega}$ 时影响较轻。关于 R 的作用可以总结如下:

(1)、保证了 $x = 0$, $t = \infty$ 时 $V_r \neq 0$

(2)、保证了 $x = 0$, $t = 0$ 时 $\frac{\partial \beta}{\partial t} \neq 0$

(3)、同 $R = \infty$ 比较 $\frac{\partial \beta}{\partial t}$ 的数较大, 从而缩短次后相误动作时间。

(4)、在 L 相同的条件下, 同 $R = \infty$ 比较使记忆时间缩短, 这是不利之点。

十、付 录

(一)、复相量扩充

1. 定义

在继电保护研究中指出, 过去固有的相量概念, 对于研究暂态过程是不够用的, 因此, 必须把复相量的概念进一步扩充到时域中去才能满足要求。所谓复相量扩充, 其实

不少人早已不自觉的应用过了，在此简述如下。

定义： $A(t) = \sin(\omega't + \varphi)$ 的复相量，是指复数 $A(t) e^{j[(\omega' - \omega)t + \varphi]}$

其中： $A(t)$ 是时间指数函数。

ω' 是原正弦函数的角频率； ω 是标准角频率。

这种对应关系，也可以称之为一种变换。通过这种变换，就可以把暂态中的量，用复相量来表示了。

实际上 $A(t) e^{j[(\omega' - \omega)t + \varphi]}$ 包括了以前的复相量在内。

2. 几个例题

(1)、把 $B \sin(\omega t + \varphi)$ 化成复相量。其中 B 是常量。选 $\omega' = \omega$ 。

解：按照定义

$$B \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow B e^{j[(\omega - \omega)t + \varphi]} = B e^{j\varphi}$$

从这此例可以看出扩充以后的复相量包括以前的复相量在内。

(2) 把 $A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi)$ 化成复相量，其中 A 是常数。设 $\omega' - \omega = \Delta\omega$ 。

解：按照定义

$$A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow A e^{-\delta t} e^{j(\Delta\omega t + \varphi)}$$

若 $\Delta\omega = 0$ 则有

$$A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow A e^{-\delta t} e^{j\varphi}$$

(3) 把 $A(t) \sin(\omega t + \varphi)$ 化成复相量。 $A(t)$ 是时间任意函数， $\omega' \neq \omega$ 。

解：按照定义

$$A(t) \sin(\omega t + \varphi) \rightarrow A(t) e^{j(\Delta\omega t + \varphi)}$$

注意：这里 $A(t)$ 未作任何限制。因此， $A(t) e^{j(\Delta\omega t + \varphi)}$ 可能不是唯一的形式。

(4) 把常数 A 化成复相量。

解：

$$A = A \sin(0 \cdot t + 90^\circ) \rightarrow A e^{j(-\omega t + 90^\circ)}$$

(5) 把 $A e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi)$ 化成复相量。其中 A 为常量。标准角频率 ω 。

解：

$$A e^{-\delta t} \cos(\omega t + \varphi) = A e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi + 90^\circ) \rightarrow A e^{-\delta t} e^{j(\Delta\omega t + \varphi + 90^\circ)}$$

(6)、把 $V = A \sin(\omega t + \varphi) + B e^{-\delta t} \cos(\omega' t + \theta)$ 化成复相量其中 A 为常数。

选 $\omega = \omega'$

解：按照定义直接可写成：

$$V = A \sin(\omega t + \varphi) + B e^{-\delta t} \cos(\omega' t + \theta) \rightarrow \dot{V} = A e^{j\varphi} + B e^{-\delta t} e^{j(\Delta\omega t + \theta + 90^\circ)}$$

式中

$$\Delta\omega = \omega' - \omega$$

(二) 向量投影定理推广

向量投影定理：几个平面向量在该平面上任一条直线上投影代数和等于几个向量和在该直线上投影。

由上面的定理可以引出它的推广定理。

推广定理 1:

平面复量 $\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dots + \dot{V}_n$ 与该平面上任一条直线 L 成的角度以及模可用下边两个式子来表示。

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sum_{i=1}^n V_i \sin \alpha_{iL}}{\sum_{i=1}^n V_i \cos \alpha_{iL}} \quad \text{付 2-1}$$

$$V = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^n V_i \sin \alpha_{iL} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n V_i \cos \alpha_{iL} \right)^2} \quad \text{付 2-2}$$

式中:

β — \dot{V} 与直线 L 成的角度。

α_{iL} — \dot{V}_i 与直线 L 成的角度。

证明: 略。

推广定理 2:

几个平面复量 $\dot{V}_1, \dot{V}_2, \dots, \dot{V}_n$ 一定有

$$\begin{aligned} & |\dot{V}_1 + \dot{V}_2 + \dots + \dot{V}_n|^2 \\ &= V_1^2 + V_2^2 + \dots + V_n^2 + 2V_1V_2\cos\phi_{12} + 2V_1V_3\cos\phi_{13} + \dots \\ &+ 2V_1V_n\cos\phi_{1n} + 2V_2V_3\cos\phi_{23} + \dots + 2V_{n-1}V_n\cos\phi_{n-1n}, \quad n \end{aligned}$$

式中

V_i — \dot{V}_i 的幅值

ϕ_{ij} — \dot{V}_i 与 \dot{V}_j 夹角。

证明: 略 请参看 1979 继电器第二期《LH—11 型测量继电器动态分析》一文附录。

(三) $V_{ab}, I_{ab}, V_{bc}, I_{bc}, V_{CA}, I_{CA}$ 接线记忆回路微分方程解综合说明。

如果设接入记忆回路的电压一般形式为:

$$V_2 = V_m \sin(\omega t + \varphi_m)$$

$$V_1 = V_m \sin(\omega t + \varphi_n)$$

$$V_{2K} = V_{mK} \sin(\omega t + \varphi_{mK})$$

$$V_{1K} = V_{mK} \sin(\omega t + \varphi_{nK})$$

则对于 A 相 (V_{ab}, I_{ab}) 的实际值为:

$$V_m = V_m, \quad \varphi_m = \varphi_m$$

$$V_n = V_m, \quad \varphi_n = \varphi_m + 60^\circ$$

$$V_{mK} = xV_m, \quad \varphi_{mK} = \varphi_{mK}$$

$$V_{nK} = yV_m, \quad \varphi_{nK} = \varphi_{nK} + D, \quad (y = 0.5\sqrt{3+x^2}, D = \operatorname{tg}^{-1} \frac{\sqrt{3}}{x})$$

对于 B 相 (V_{bc}, I_{bc}) 的实际值为:

$$V_m = V_m, \quad \varphi_m = -120^\circ + \varphi_m$$

$$V_n = V_m, \quad \varphi_n = -60^\circ + \varphi_m$$

$$V_{nK} = yV_n, \varphi_{nK} = \varphi_{nK} + D - \pi$$

$$V_{nK} = yV_n, \varphi_{nK} = \varphi_{nK} - D$$

对于C相的实际值:

$$V_n = V_n, \varphi_n = 120^\circ + \varphi_n$$

$$V_n = V_n, \varphi_n = \varphi_n - \pi$$

$$V_{nK} = yV_n, \varphi_{nK} = \varphi_{nK} - D + \pi$$

$$V_{nK} = yV_n, \varphi_{nK} = \varphi_{nK} - \pi$$

把上边所有的等号应看成赋值符号。否则不合代数要求。

主要参考文献:

- | | |
|------------------|-------------|
| 1. 电工基础 | 俞大光 著 |
| 2. 电工基础 | 丘关源 著 |
| 3. 基础电气回路 | 川上正光 著(日) |
| 4. 继电器 | 1977~1980各期 |
| 5. 继电保护 | 山东工学院 |
| 6. 高压电网继电保护原理与技术 | 朱声石 著 |
| 7. 保护继电工学 | 中岛隆雄等著(日) |
| 8. 保护继电技术 | 小林進 著(日) |
| 9. 保护继电器及其回路 | 三上一郎 著(日) |
| 10. 电子计算机与算法语言 | 华南工学院 |
| 11. FORTRAN入门 | 浦昭二 著(日) |
| 12. 高等数学 | 樊映川 著 |
| 13. 应用数学 | 野邑雄吉 著(日) |
| 14. 复变函数论 | 北京大学数学力学系 |