电力系统复故障的张量分析法*

山东工学院电力系　　侯博渊　张荣祥

《摘要》本文由结点阻抗矩阵得出多端口网络Z型矩阵的元素，根据克朗的原始网络张量分析理论[1]，导出了复故障的计算公式并编制了计算机程序。在附录里，附有用简化代数方程式组求得的公式，它们与用张量理论得到的公式相同，因而证明了张量分析法的正确性。附录里还附有数值例题的计算结果，与文献〔2〕进行了校核。

绪　　论

电力系统的故障不论是短路（并联故障）或断线（串联故障），不外乎两种形式——串联型（各序网串联连接）或并联型（各序网并联连接）**注。关于不同故障的边界条件[2]列于表1，如以两点故障为例，不同的故障组合可归结为三种类型：串—串型，并—并型，串—并型（或并—串型）。对于串—串型故障，可用两端网络Z型矩阵来求解；对于并—并型故障，可用两端网络Y型矩阵来求解；对于串—并型故障，可用两端网络H型（混合型）矩阵来求解。这样的分析法在文献〔2〕中已有详尽阐述，它的特点是只须解两个复数联立方程式，但其缺点是：

1)对不同的故障组合，需用不同的矩阵，因此Z、Y、H型间需换算；

2)上述方法的H与Z、Y的换算公式对三点及更多点的故障要重新推导，因而增加了计算的复杂性。

本文就是针对上述两个缺点，利用张量分析理论来解决此问题。本方法总是只用Z型矩阵求解。不过，求解的方程数对串—并型及并—并型要多一个及两个。但因它很有规律，所以更适于用计算机求解，而且还可推广用于两点以上的故障。

本文还分析了Z型矩阵元素的性质，导出了它们与通常用的结点阻抗矩阵的关系，因而可以方便的从结点阻抗矩阵求得Z型矩阵的各元素。

---

* 本文曾在中国电机工程学会1980年全国《应用电子计算机离线计算学术报告会》上宣读。

**注：注意，请不要将串联型、并联型与串联故障、并联故障相混淆。

表 1　　各种不同故障的边界条件

故障类型	故障相	边界条件		
		系统	序网电流	序网电压
SLG或 两相断线 （串联型）	a （$b-c$相断线）	$Ib=o$ $Ic=o$ $Va=o$ 或（$\triangle Va=o$	$Iao=Ia_1=Ia_2$	$Vao+Va_1+Va_2=o$ 或（$\triangle Vao+\triangle Va_1+\triangle Va_2=0$）
	b （$a-c$相断线）	$Ia=o$ $Ic=o$ $Vb=o$ 或（$\triangle Vb=o$）	$Iao=a^2Ia_1=aIa_2$	$Vao+a^2Va_1+aVa_2=o$ 或（$\triangle Vao+a^2\triangle Va_1+a\triangle Va_2=o$）
	c （$a-b$相断线）	$Ia=o$ $Ib=o$ $Vc=o$ 或（$\triangle Vc=o$）	$Iao=aIa_1=a^2Ia_2$	$Vao+aVa_1+a^2Va_2=o$ （或$\triangle Vao+a\triangle Va_1+a^2\triangle Va_2=o$）
$2LG$或 单相断线 （並联型）	$b-c$ （a相断线）	$Ia=o$ $Vb=o$或（$\triangle Vb=o$） $Vc=o$或（$\triangle Vc=o$）	$Iao+Ia_1+Ia_2=o$	$Vao=Va_1=Va_2$ 或（$\triangle Vao=\triangle Va_1=\triangle Va_2$）
	$a-c$ （b相断线）	$Ib=o$ $Va=o$或）$\triangle Va=o$） $Vc=o$或（$\triangle Vc=o$）	$Iao+a^2Ia_1+aIa_2=o$	$Vao=a^2Va_1=aVa_2$ 或（$\triangle Vao=a^2\triangle Va_1=a\triangle Va_2$）
	$a-b$ （c相断线）	$Ic=o$ $Va=o$或（$\triangle Va=o$） $Vc=o$或（$\triangle Vc=o$）	$Iao+aIa_1+a^2Ia_2=o$	$Vao=aVa_1=a^2Va_2$ 或（$\triangle Vao=a\triangle Va_1=a^2\triangle Va_2$
LL	与$2LG$同，只是无另序网路			

注：1）V_a、V_b、V_c指对地电压
　　2）$\triangle V_a$、$\triangle V_b$、$\triangle V_c$指串联电压

克朗的张量分析理论

根据网络理论，在故障时系统的特性方程式可表示为：

$$\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_p \\ V_q \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{s1} \\ V_{s2} \\ \vdots \\ V_{sp} \\ V_{sq} \\ \vdots \\ V_{sn} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} Z_{11} & Z_{12} \cdots Z_{1p} & Z_{1q} \cdots Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} \cdots Z_{2p} & Z_{2q} \cdots Z_{2n} \\ \vdots & & \vdots \\ Z_{p1} & Z_{p2} \cdots Z_{pp} & Z_{pq} \cdots Z_{pn} \\ Z_{q1} & Z_{q2} \cdots Z_{qp} & Z_{qq} \cdots Z_{qn} \\ \vdots & & \cdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} \cdots Z_{np} & Z_{nq} \cdots Z_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_p \\ I_q \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix} \tag{1}$$

式中〔V_i〕、〔I_i〕为故障后的结点电压矢量及故障电流矢量；

〔Z〕为结点阻抗矩阵；

〔V_{si}〕为故障前由于系统内的电源在结点上形成的电压矢量。

在不对称故障时，可用式（1）分别写出它们的正、负、另序（1、2、0）方程式，所不同的，在负序、另序方程式中没有〔V_{si}〕矢量。

为了阐述方便起见，以两点故障为例。例如在p点及q点均发生短路故障（关于断线故障，在下节再说明）。在式（1）的〔I_i〕矢量中，除了I_p及I_q外，令其余均为零。这样，就可得下式：

正序：
$$\left.\begin{aligned} V_{1(1)} &= V_{s1} - Z_{1p(1)}I_{p(1)} - Z_{1q(1)}I_{q(1)} \\ V_{2(1)} &= V_{s2} - Z_{2p(1)}I_{p(1)} - Z_{2q(1)}I_{q(1)} \\ &\vdots \\ V_{p(1)} &= V_{sp} - Z_{pp(1)}I_{p(1)} - Z_{pq(1)}I_{q(1)} \\ V_{q(1)} &= V_{sq} - Z_{qp(1)}I_{p(1)} - Z_{qq(1)}I_{q(1)} \\ &\vdots \\ V_{n(1)} &= V_{sn} - Z_{np(1)}I_{p(1)} - Z_{nq(1)}I_{q(1)} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

负序：
$$\left.\begin{aligned} V_{1(2)} &= - Z_{1p(2)}I_{p(2)} - Z_{1q(2)}I_{q(2)} \\ &\vdots \\ V_{p(2)} &= - Z_{pp(2)}I_{p(2)} - Z_{pq(2)}I_{q(2)} \\ V_{q(2)} &= - Z_{qp(2)}I_{p(2)} - Z_{qq(2)}I_{q(2)} \\ &\vdots \\ V_{n(2)} &= - Z_{np(2)}I_{p(2)} - Z_{nq(2)}I_{q(2)} \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

另序：
$$\left.\begin{aligned} V_{1(0)} &= - Z_{1p(0)}I_{p(0)} - Z_{1q(0)}I_{q(0)} \\ &\vdots \\ V_{p(0)} &= - Z_{pp(0)}I_{p(0)} - Z_{pq(0)}I_{q(0)} \\ V_{q(0)} &= - Z_{qp(0)}I_{p(0)} - Z_{qq(0)}I_{q(0)} \\ &\vdots \\ V_{n(0)} &= - Z_{np(0)}I_{p(0)} - Z_{nq(0)}I_{q(0)} \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

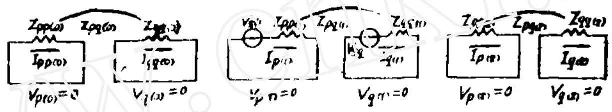
式中下角注（1）、（2）、（0）代表正、负、另序。

在式（2）、（3）、（4）中我们首先感兴趣的是故障点 p 及 q 的各序方程式（用框划出）。根据克朗的张量分析理论，可将这些序网方程式看作个别的彼此不连接的“短路支路”称为原始网络。其原始网络方程式为：

$$
\begin{array}{c}0\\1\\2\\0\\1\\2\end{array}
\begin{pmatrix}0\\V_{sp}\\0\\ \hdashline 0\\V_{sq}\\0\end{pmatrix}
=
\left(\begin{array}{ccc:ccc}
Z_{pp(0)} & & & Z_{pq(0)} & & \\
& Z_{pp(1)} & & & Z_{pq(1)} & \\
& & Z_{pp(2)} & & & Z_{pq(2)} \\
\hdashline
Z_{qp(0)} & & & Z_{qq(0)} & & \\
& Z_{qp(1)} & & & Z_{qq(1)} & \\
& & Z_{qp(2)} & & & Z_{qq(2)}
\end{array}\right)
\begin{pmatrix}I_{p(0)}\\I_{p(1)}\\I_{p(2)}\\ \hdashline I_{q(0)}\\I_{q(1)}\\I_{q(2)}\end{pmatrix}
\qquad (5)
$$

这些“原始网络”如图（1）所示。

原始网络的电流矢量可通过一新变量矢量用制约矩阵 K 求得



图（1）

$$I_{旧} = K I_{新} \qquad (6)$$

用符号表示为：$I = K\hat{I}$ （$6a$）

（在以后公式中，凡是字母上带有“∧”记号者，都表示新变量，不再另加说明）。

制约矩阵 K 可根据边界条件写出，如为串联型，边界条件为：

$$\hat{I}_{p(0)} = n_1\hat{I}_{p(1)} = n_2\hat{I}_{p(2)},$$

如为并联型，边界条件为：$\hat{I}_{p(0)} + n_1\hat{I}_{p(1)} + n_2\hat{I}_{p(2)} = 0$。

其中 n_1 及 n_2 可根据故障相分别由表 1 查得，由于它们不外乎是 a、a^2，故

$$n_1 n_2 = 1,\ n_1^2 = n_2,\ n_2^2 = n_1,\ n_1^3 = n_2^3 = 1.$$

利用这些关系，对串联型，式（$6a$）可写为：

$$
I = K\hat{I} = \begin{array}{c}0\\1\\2\\ \\ \end{array}\begin{pmatrix}\hat{0}\\1\\n_2\\n_1\end{pmatrix}\hat{I}_{p(0)} \qquad (6b)
$$

对并联型，式（$6a$）可写为：

$$I=K\hat{I}=\begin{array}{c|cc} & \hat{0} & \hat{1} \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -n_1 & -n_2 \end{array}\begin{pmatrix}\hat{I}_{p(0)}\\ \hat{I}_{p(1)}\end{pmatrix} \tag{6c}$$

对LL故障，由表1知，它与$2LG$同，只是没有另序网络，故式（6c）应蜕化为：

$$I=K\hat{I}=\begin{array}{c|c} & \hat{1} \\ \hline 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & -n_2 \end{array}\ \hat{I}_{p(1)} \tag{6d}$$

顺便指出，如为三相故障，因没有另序及负序分量，式（6a）为：

$$I=K\hat{I}=\begin{array}{c|c} & \hat{1} \\ \hline 0 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{array}\ \hat{I}_{p(1)} \tag{6e}$$

任何两点故障的K可由（6b）～（6e）组合而成，例如串一串型：

$$K=\begin{array}{c|c:c} & \hat{0} & \hat{0}' \\ \hline 0 & 1 & \\ 1 & n_2 & 0 \\ 2 & n_1 & \\ \hdashline 0 & & 1 \\ 1 & 0 & n_2' \\ 2 & & n_1' \end{array} \tag{7a}$$

并一并型：

$$K=\begin{array}{c|cc:cc} & \hat{0} & \hat{1} & \hat{0}' & \hat{1}' \\ \hline 0 & 1 & 0 & & \\ 1 & 0 & 1 & 0 & \\ 2 & -n_1 & -n_2 & & \\ \hdashline 0 & & & 1 & 0 \\ 1 & 0 & & 0 & 1 \\ 2 & & & -n_1' & -n_2' \end{array} \tag{7b}$$

如其中一点为LL故障，则

$$K=\begin{array}{c|cc:c} & \hat{0} & \hat{1} & \hat{1} \\ \hline 0 & 1 & 0 & \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & -n_1 & -n_2 & \\ \hdashline 0 & & & 0 \\ 1 & 0 & & 1 \\ 2 & & & -n_2' \end{array} \tag{7c}$$

串一并型：

$$K = \begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc}\hat{0} & \hat{0}' & \hat{1}'\end{array} \\ \begin{array}{c}0\\1\\2\\0\\1\\2\end{array} & \left(\begin{array}{c:cc}1 & & \\ n_2 & & \\ n_1 & & \\ \hdashline & 1 & 0 \\ & 0 & 1 \\ & -n_1' & -n_2'\end{array}\right)\end{array} \tag{7d}$$

如其中的并联型故障为LL故障则

$$K = \begin{array}{cc} & \begin{array}{cc}\hat{0} & \hat{1}\end{array} \\ \begin{array}{c}0\\1\\2\\0\\1\\2\end{array} & \left(\begin{array}{c:c}1 & \\ n_2 & \\ n_1 & \\ \hdashline & 0 \\ & 1 \\ & -n_2'\end{array}\right)\end{array} \tag{7e}$$

根据能量守恒定律：

$$\hat{V} = K^{*t} V \tag{8}$$

式中$K^{*t}=K$的共轭转置。

$$\because \qquad \hat{V} = K^{*t} ZI = K^{*t} ZK\hat{I} = \hat{Z}\hat{I} \tag{9}$$

$$\therefore \qquad \hat{Z} = K^{*t} ZK \tag{10}$$

将（7）、（8）、（10）代入（9），于是由式（9）求出$\hat{I}$矢量，再由（6a）求出I矢量。再代入（2）、（3）、（4）就可求出各序的各个结点电压，也就可求得任一支路的各序电流。

附录（一）列出了三种不同型式故障组合的方程式。对串一串型只需解两个方程式；串一并型解三个方程式，并一并型解四个方程式。

附录（二）给出了用简化代数方程式得出的结果。它们与式（9）完全相同，因而证明本文的方法是正确的。

结点阻抗矩阵与两端m网络Z型矩阵的关系

上节我们系针对短路故障来说明的。显而易见，所有的Z_{pp}、Z_{qq}、Z_{pq}（或Z_{qp}）可直接取自结点阻抗矩阵。对于短路一断线，例如在PM为断线，在q点为短路如图（2）所示，则式（1）可写为：

$$
\therefore\quad
\begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_p \\ V_M \\ V_q \\ \vdots \end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix} V_{s1} \\ V_{s2} \\ \vdots \\ V_{sp} \\ V_{sM} \\ V_{sq} \\ \vdots \end{pmatrix}
-
\begin{pmatrix}
Z_{11} & Z_{12} & \cdots & Z_{1p} & Z_{1M} & Z_{1q} & \cdots \\
\vdots & & & & & & \\
Z_{p1} & Z_{p2} & \cdots & Z_{pp} & Z_{pM} & Z_{pq} & \cdots \\
Z_{M1} & Z_{M2} & \cdots & Z_{Mp} & Z_{MM} & Z_{Mq} & \cdots \\
Z_{q1} & Z_{q2} & \cdots & Z_{qp} & Z_{qM} & Z_{qq} & \cdots \\
\cdots & & & & & &
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ I_p \\ -I_p \\ I_q \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}
$$

$$
\therefore\quad
\begin{aligned}
V_p &= V_{sp} - (Z_{pp} - Z_{pM}) I_p - Z_{pq} I_q \\
V_M &= V_{sM} - (Z_{Mp} - Z_{MM}) I_p - Z_{Mq} I_q \\
V_q &= V_{sq} - (Z_{qp} - Z_{qM}) I_p - Z_{qq} I_q
\end{aligned}
$$

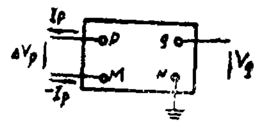


图 （2）

将上式的第二、三式相减得

$$
\left.\begin{aligned}
\triangle V_p &= \triangle V_{sp}\ \triangle Z_{pp} I_p - \triangle Z_{pq} I_q \\
V_q &= V_{sq} - \triangle Z_{pq} I_p - Z_{qq} I_q
\end{aligned}\right\} \quad (11)
$$

式中：
$$
\left.\begin{aligned}
&\triangle V_p = V_p - V_M, \quad \triangle V_{sp} = V_{sp} - V_{sM} \\
&\triangle Z_{pp} = Z_{pp} - 2Z_{pM} + Z_{MM}, \quad \triangle Z_{pq} = \triangle Z_{qp} = Z_{pq} - Z_{qM}
\end{aligned}\right\} \quad (12)
$$

显然，式（11）与两点均为短路的形式相同，不过具体参数需按式（12）计算。

对于断线—断线故障，例如pM断线，qN断线，如图（3）所示，可用类似方法求得：

$$
\left.\begin{aligned}
\triangle V_p &= \triangle V_{sp} - \triangle Z_{pp} I_p - \triangle Z_{pq} I_q \\
\triangle V_q &= \triangle V_{sq} - \triangle Z_{qp} I_p - \triangle Z_{qq} I_q
\end{aligned}\right\} \quad (13)
$$

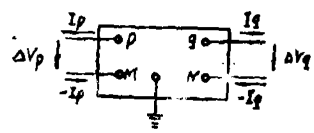


图 （3）

式中：
$$
\left.\begin{aligned}
&\triangle V_p = V_p - V_M, \quad \triangle V_q = V_q - V_N \\
&\triangle V_{sp} = V_{sp} - V_{sM}, \quad \triangle V_{sq} = V_{sq} - V_{sN} \\
&\triangle Z_{pp} = Z_{pp} - 2Z_{pM} + Z_{MM} \\
&\triangle Z_{pq} = \triangle Z_{qp} = Z_{pq} - Z_{pN} - Z_{Mq} + Z_{NN} \\
&\triangle Z_{qq} = Z_{qq} - 2Z_{qN} + Z_{NN}
\end{aligned}\right\} \quad (14)
$$

可见，式（13）仍与两点均为短路的形式同。不过，具体参数需按式（14）计算。

程 序 框 图

对于两点故障，在$TQ-16$机上，用$ALGOL-60$语言编制了计算机程序，见附录（三），其程序框图如下：

输入数据：故障类型 TYP，TYQ； 故障前电压VS； 阻抗矩阵 Z_0，$Z_{1,2}$； 边界条件 N．

故障类型

0 两相断线
1 单相接地
2 两相短路
3 三相短路

↓

计算及打印：制约矩阵 K；
Z型矩阵 ZS，ZPQ；
端口电压 V。

↓

计算：K^{*t}，$\hat{V}$，$\hat{Z}$，$\hat{I}$。

↓

计算及打印：故障点电流及电压
I，VPQ

4 两相接地短路
5 单相断线

结　　论

用本文介绍的方法计算电力系统复故障，因为很有规律，较其它方法更适于用计算机计算。只要用不同的制约矩阵 K，就可用同一程序求解任何类型组合的故障。

Z型矩阵，对短路—短路故障，可直接取自系统的结点阻抗矩阵。对短路－断线故障，可由结点阻抗矩阵用式（12）求出。对断线－断线故障，可用式（14）求出。

本文虽然以两点故障为例，但同样可适用于两点以上的故障。

附　录（一）

各种不同类型故障组合的方程式：

串—串型：

$$\begin{bmatrix} n_1V_{sp} \\ n_1'V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{pp(0)}+Z_{pp(1)}+Z_{pp(2)} & Z_{pq(0)}+n_1n_1'Z_{pq(1)}+n_2'n_2Z_{pq(2)} \\ Z_{qp(0)}+n_1'n_2Z_{qp(1)}+n_1n_2'Z_{qp(2)} & Z_{qq(0)}+Z_{qq(1)}+Z_{qq(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{p(0)} \\ \hat{I}_{q(0)} \end{bmatrix} \qquad (附 1—1)$$

串—并型：

$$\begin{bmatrix} n_1V_{sp} \\ 0 \\ V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{pp(0)}+Z_{pp(1)}+Z_{pp(2)} & Z_{pq(0)}-n_1'n_2Z_{pq(2)} & n_1Z_{pq(1)}-n_2n_2'Z_{pq(2)} \\ Z_{qp(0)}-n_1n_2'Z_{qp(2)} & Z_{qq(0)}+Z_{qq(2)} & n_1'Z_{qq(2)} \\ n_2Z_{qp(1)}-n_1n_1'Z_{qp(2)} & n_2'Z_{qq(2)} & Z_{qq(1)}+Z_{qq(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{p(0)} \\ \hat{I}_{q(0)} \\ \hat{I}_{q(1)} \end{bmatrix} \qquad (附 1—2)$$

并一并型：

$$\begin{bmatrix} 0 \\ V_{sp} \\ 0 \\ V_{sq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{pp(0)}+Z_{pp(2)} & n_1 Z_{pp(2)} & Z_{pq(0)}+n_1' n_2 Z_{pq(2)} & n_2 n_2' Z_{pq(2)} \\ n_2 Z_{pp(2)} & Z_{pp(1)}+Z_{pp(2)} & n_1 n_1' Z_{pq(2)} & Z_{pq(1)}+n_1 n_2' Z_{pq(2)} \\ Z_{pq(0)}+n_1 n_2' Z_{pq(2)} & n_2 n_2' Z_{pq(2)} & Z_{qq(0)}+Z_{qq(2)} & n_1' Z_{qq(2)} \\ n_1 n_2' Z_{qp(2)} & Z_{qp(1)}+n_1' n_2 Z_{qp(2)} & n_2' Z_{qq(2)} & Z_{qq(1)}+Z_{qq(2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{p(0)} \\ \hat{I}_{p(1)} \\ \hat{I}_{q(0)} \\ \hat{I}_{q(1)} \end{bmatrix} \qquad (附1—3)$$

附　录（二）

用简化代数方程式的方法来求证。

式（2）、（3）、（4）中划有框框的方程式是我们求解两点故障的基本方程式，之所以称为基本方程式是因为不论什么样的故障类型，它们总是必需的。

在这六个基本方程式中，有12个未知数，所以需根据边界条件，列出另外六个方程式。先以串一并型为例：

p 点串联型故障：$I_{p(0)}=n_1 I_{p(1)}=n_2 I_{p(2)}$　　（附2—1）

$V_{p(0)}+n_1 V_{p(1)}+n_2 V_{p(2)}=0$　　（附2—2）

q 点并联型故障：$I_{q(0)}+n_1' I_{q(1)}+n_2' I_{q(2)}=0$　　（附2—3）

$V_{q(0)}=n_1' V_{q(1)}=n_2' V_{q(2)}$　　（附2—4）

将基本方程式中的$V_{p(0)}$，$V_{p(1)}$，$V_{p(2)}$各式按（附2—2）式相加，$V_{q(0)}$，$V_{q(1)}$，$V_{q(2)}$各式按（附2—4）式关系，令$V_{q(0)}=n_2' V_{q(2)}$及$n_1' V_{q(1)}=n_2' V_{q(2)}$；将$p$点的各序电流按（附2—1）式化归$I_{p(0)}$；$q$点的电流按（附2—3）式化归$I_{q(0)}$及$I_{q(1)}$，经过这样简化后的方程式与（附1—2）完全相同。

对串一串型故障，p点的边界条件为（附2—1）与（附2—2）式；q点的边界条件应与p点相同，

为　$I_{q(0)}=n_1' I_{q(1)}=n_2' I_{q(2)}$　　（附2—5）

$V_{q(0)}+n_1' V_{q(1)}+n_2' V_{q(2)}=0$　　（附2—6）

这样，将六个基本方程式与（附2—1）、（附2—2）、（附2—5）、（附2—6）联立求解。利用上例中串联故障点p的方法，将故障点的各序电流均化归另序分量来表示。经过这样简化后的方程式结果与（附1—1）式完全相同。

对并一并型故障，q点的边界条件为（附2—3）与（附2—4）式，p点的边界条件应与q点相同，

为　$I_{p(0)}+n_1 I_{p(1)}+n_2 I_{p(2)}=0$　　（附2—7）

$$V_{p(0)} = n_1 V_{p(1)} = n_2 V_{p(2)} \qquad (附2—8)$$

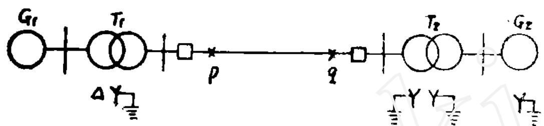
这样，将六个基本方程式与（附2—3）、（附2—4）、（附2—7）、（附2—8）联立求解。利用上例中并联故障点 q 的方法，消去方程式中的负序电流，用故障点的另序及正序分量来表示，所以总共要解四个联立方程式，所得结果与（附1—3）同。

附　录（三）

对于两点故障时故障点电流及电压的计算，在 TQ—16机上用 $ALGOL$—60 语言编制的计算机程序及算例结果。

附　录（四）

计算举例



附　录（四）

系统接线如上图所示，在 p 及 q 点同时发生故障。系统数据如下：

发电机：G_1：$Z''_1 = Z_2 = j0.12$　$Z_0 = j0.10$　$E_{G1} = 1.1\angle 30°$

　　　　G_2：$Z''_1 = Z_2 = j0.15$　$Z_0 = j0.13$　$E_{G2} = 1.0\angle 0°$

变压器 T_1：$Z_1 = Z_2 = Z_0 = j0.10$

　　　　T_2：$Z_1 = Z_2 = Z_0 = j0.12$

线路：$Z_1 = Z_2 = j0.50$　$Z_0 = j1.00$

1）在 p 点：a、b 相开断（串联型故障）

　在 q 点：b 相单相短路接地（SLG）（串联型故障）

2）在 p 点：b 相开断（并联型故障）

　在 q 点：b c 两相短路接地（$2LG$）（并联型故障）

3）在 p 点：a、b 相开断（串联型故障）

　在 q 点：b、c 两相短路接地（并联型故障）

（解）由系统已知参数求得Z型矩阵

$$Z_{(0)} = \begin{array}{c|ccc} & p & m & q \\ \hline p & j1.0 & 0 & 0 \\ m & 0 & j1.25 & j0.25 \\ q & 0 & j0.25 & j0.25 \end{array}$$

$$Z_{(1)} = Z_{(2)} = \begin{array}{c|ccc} & p & m & q \\ \hline p & j0.22 & 0 & 0 \\ m & 0 & j0.77 & j0.27 \\ q & 0 & j0.27 & j0.27 \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} V_{1p} \\ V_{1m} \\ V_{1q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.1\angle 30^\circ \\ 1.0\angle 0^\circ \\ 1.0\angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

1）此题为串一串型故障，由表1知：

$n_0 = 1 \quad n_1 = a \quad n_2 = a^2$

$n_0' = 1 \quad n_1' = a^2 \quad n_2' = a$

计算结果：$I_{p(0)} = -0.088332 + j0.132143 = 0.158947\angle 123.76^\circ$

$I_{p(1)} = 0.158605 + j0.010426 = 0.158947\angle 3.76^\circ$

$I_{p(2)} = -0.070273 - j0.142569 = 0.158947\angle -116.24^\circ$

$I_{q(0)} = -1.093998 + j0.629566 = 1.262214\angle 150.08^\circ$

$I_{q(1)} = 0.001779 - j1.262213 = 1.262214\angle -89.92^\circ$

$I_{q(2)} = 1.092219 + j0.632647 = 1.262214\angle 30.08^\circ$

校：$I_{p(0)} = aI_{p(1)} = a^2 I_{p(2)} \qquad I_{q(0)} = a^2 I_{q(1)} = aI_{q(2)}$

故计算结果完全正确

此题再与文献〔2〕例题9.6相校对，结果亦基本相同。

2）此题为并一并型故障，由表1知：

$n_0 = 1 \quad n_1 = a^2 \quad n_2 = a$

$n_0' = 1 \quad n_1' = 1 \quad n_2' = 1$

计算结果：$I_{p(0)} = 0.338091 + j0.343572 = 0.482024\angle 45.46^\circ$

$I_{p(1)} = 0.374964 - j0.396316 = 0.545586\angle -46.59^\circ$

$I_{p(2)} = -0.284234 - j0.058305 = 0.290152\angle -168.41^\circ$

$I_{q(0)} = 0.187725 + j1.681213 = 1.691661\angle 83.63^\circ$

$I_{q(1)} = 0.235737 - j2.861464 = 2.871158\angle -85.29^\circ$

$I_{q(2)} = -0.423462 + j1.180251 = 1.253919\angle 109.74^\circ$

$V_{p(0)} = 0.043519 - j0.409491 = 0.411797\angle -83.93^\circ$

$V_{p(1)} = 0.332870 + j0.242434 = 0.411797\angle 36.07^\circ$

$V_{p(2)} = -0.376390 + j0.167057 = 0.411797\angle 156.07^\circ$

$V_{q(0)} = 0.334410 + j0.037591 = 0.336516\angle 6.41^\circ$

$V_{q(1)} = 0.334410 + j0.037591 = 0.336516\angle 6.41^\circ$

$V_{q(2)} = 0.334410 + j0.037591 = 0.336516\angle 6.41^\circ$

校：$I_{p(0)} + a^2 I_{p(1)} + aI_{p(2)} = 0 + j0$

$V_{p(0)} = a^2 V_{p(1)} = aV_{p(2)}$

$I_{q(0)} + I_{q(1)} + I_{q(2)} = 0 + j0$

$V_{q(0)} = V_{q(1)} = V_{q(2)}$

故计算结果完全正确。

此题再与平献〔2〕例题9.7相校对，$V_{p(0,1,2)}$及$V_{q(0,1,2)}$在幅值方面小数点后第二位即出现差异；相角方面差180°。显然，相角相反是由于两者所用的参考向

不同所致；致于幅值之差，作者们发现文献〔2〕中的$det\,Y$应为-55.37，不是-50.37，所以肯定该书计算错误，本文的计算结果是正确的。

3）此题为串一并型故障，由表1知：

$$n_0=1 \quad n_1=a \quad n_2=a^2$$

$$n_0'=1 \quad n_1'=1 \quad n_2'=1$$

计算结果：$I_{p(0)}=0.216535+j0.375050=0.433070\angle 60.00^\circ$

$I_{p(1)}=0.216535-j0.375050=0.433070\angle -60.00^\circ$

$I_{p(2)}=-0.433070-j0.000000=0.433070\angle 180^\circ$

$I_{q(0)}=0.216535+j1.673752$

$I_{q(1)}=0.216535-j2.876253$

$I_{q(2)}=-0.433070+j1.202501$

校：$I_{p(0)}=aI_{p(1)}=a^2I_{p(2)}$

$I_{q(0)}+I_{q(1)}+I_{q(2)}=0$

故计算结果完全正确。

感　谢

此研究课题在程序试通过程中，承我院《山东省电力系统计算中心》陈宏志、仓成谋两位同志协助，特表谢忱。

参考文献

Kron, G. Tensor Analysis for Electrical Engineers, 1942 (a book).

Z. P. M. Analysis of Faulted Power Systems, 1973 (a book).