

# 介绍一种分析整流式方向阻抗继电器的方法

江西工学院 雷良敏

## 内 容 提 要

本文介绍一种作整流式阻抗继电器的阻抗特性园的方法。文中应用保角变换中分式线性变换的概念,导出了一种便于作园图的特性方程式。继电器的参数间配合会有偏差;但是,根据这些有偏差的参数,可以不必进行方程式的推导,便可直接确定特性园的三个主要数据。文中所介绍的方法也可用于分析相位比较式继电器;经过线性处理后,还可以用于求所谓动态特性园。

关于整流式方向阻抗继电器的分析,在现有的分析方法中,常用余弦定理展开,使结果复杂,不便对各种参数的变动进行讨论。这种现状当然不能令人满意。因此,引起了不少作者对现有分析方法进行改善,或探求新的分析方法。例如,本刊77年第2期和第3期连续刊载的正弦逻辑向量法,就是一种企图代替经典理论的新方法。这方面的工作当然不能说已结束。本文的目的在于想在改善分析方法中提供一些粗浅的看法。

## 一、数学基础

### 1. 分式线性变换及其性质

设有两个复变数  $Z$  和  $W$ , 用直角坐标和极坐标表示, 它们分别为:

$$Z = r + jx = z \angle \varphi,$$

$$W = u + jv = \omega \angle \theta.$$

它们之间的关系满足下列等式

$$W = \frac{AZ + B}{CZ + D}, \quad (1)$$

$$\text{或, } Z = \frac{-DW + B}{CW - A}, \quad (2)$$

式中,  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  皆为复常数, 但  $AD - BC \neq 0$ 。我们通称  $W$  和  $Z$  之间是分式线性关系。

大家知道, 根据复变函数中保角变换的原理, 上述分式线性变换将  $Z$  平面的园变为  $W$  平面的园; 或者说, 把  $W$  平面的园变换为  $Z$  平面的园。但注意, 直线也算园的一种。

现在举例说明:

(1) 参看图 1a 和 1b, 若  $W_1 = u_1 + jv_1 = \omega_1 \angle \theta_1$ , 其中  $\omega_1$  为常数, 但  $\theta_1$  可变,

变化范围为  $-180^\circ \leq \theta_1 \leq 180^\circ$ ，显然  $W_1$  在  $u-v$  平面为一圆。那么，只要  $Z_1$  和  $W_1$  之间满足 (1) 式，则  $Z_1 = r_1 + jx_1$  在  $r-x$  平面的轨迹必定是一圆 (或直线)。

(2) 参看图 2a 和 2b，若  $W_2 = u_2 + jv_2 = \omega_2 \angle \theta_2$ ，其中， $\theta_2$  为一常数，例如  $\theta_2 = 60^\circ$ ，但  $\omega_2$  可变，变化范围为  $-\infty < \omega_2 < \infty$ ，显然  $W_2$  在  $u-v$  平面的轨迹是一条经过原点的直线。我们说这也是一种圆。那么，只要  $Z_2$  和  $W_2$  满足 (1) 式关系，则  $Z_2 = r_2 + jx_2$  在  $r-x$  平面的轨迹必定是一圆 (或直线)。

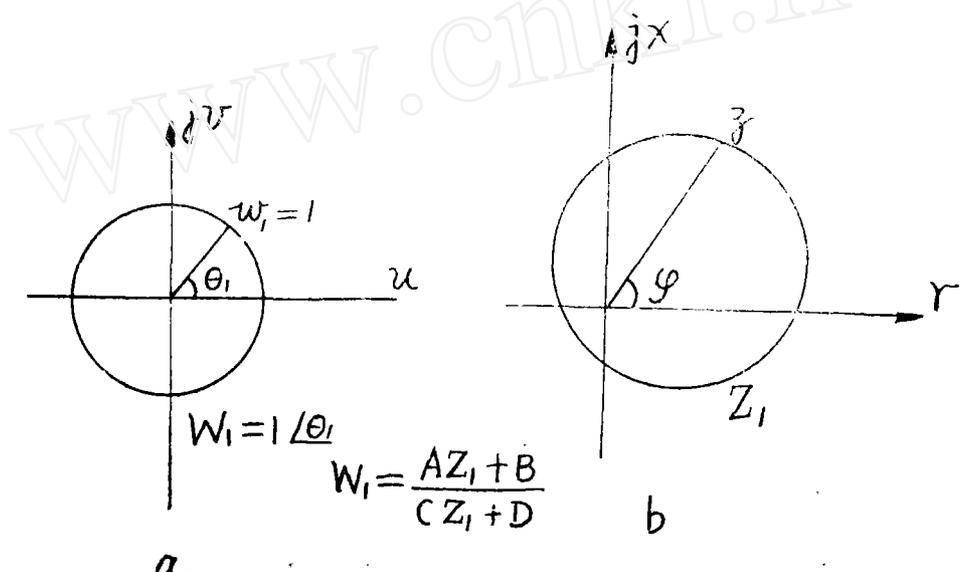


图 1

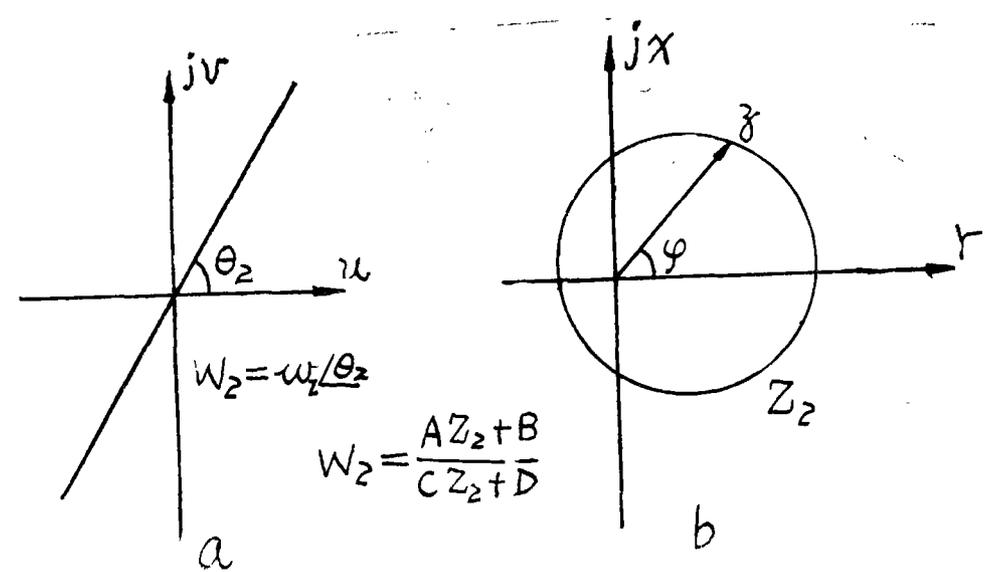


图 2

## 2. 便于作图的方程式

变换式(1)将 $W$ 平面上的园变为 $Z$ 平面上的园,这是一个数学上的定理。因此,只要在 $W$ 平面给定任意一个园,那么根据(1)式必定可在 $Z$ 平面作出一个与它对应的另一个园。但是,要很快地画出这个 $Z$ 平面上的园,虽然并不困难,然而却并不一定都很方便。例如,已知图1a求图1b就不算方便;若园心不在原点,就更不方便。可是,如果 $W$ 平面上的图形如图2a所示是一条经过原点的直线,那么下面将说明,要画出图2b上的对应园(或直线)就要方便得多。在此,我们先写出结论:若变数 $Z$ 和变数 $W$ 之间的关系为

$$\frac{AZ+B}{CZ+D} = W = \omega \angle \theta \quad (2)$$

式中的右边,  $\theta = \text{常数}$ , 只有 $\omega$ 是实变数, 我们称(2)式为便于作图的方程式。实际上, 在异步机和传输线的分析中, 常用的园图也属于这类方程式。

## 3. 在 $Z$ 平面上的作图方法

我们从方程式(2)出发, 因为方程式的右边只有 $\omega$ 可变, 理论上已知道 $Z$ 的轨迹在 $r-x$ 平面是一园。现在具体确定这个园。为此,

先令 $\omega = 0$  (相当于“短路”情况), 根据原方程式(2), 这意味着左端的分子必为零, 因此有

$$Z = Z_0 = -\frac{B}{A} \quad (3)$$

再令 $\omega \rightarrow \infty$  (相当于“开路”情况), 根据原方程式(2), 这意味着左端的分母必为零, 因此有

$$Z = Z_\infty = -\frac{D}{C} \quad (4)$$

如图3所示,  $Z$ 的轨迹一定经过这两点, 或者说 $Z_\infty Z_0$ 是该园的一条弦。如何进一步确定此园的位置和大小? 显然只要再知道该弦所张的园周角 $\alpha$ 就够了。可以证明:

$$\alpha = \theta - \arg A + \arg C \quad (5)$$

式中,  $\arg A$ —为复常数 $A$ 的幅角,

$\arg C$ —为复常数 $C$ 的幅角。

下面证明(5)式。仍从方程式(2)出发, 因为

$$\frac{AZ+B}{CZ+D} = \omega \angle \theta = \omega e^{j\theta}$$

$$\text{即, } \frac{Z + \frac{B}{A}}{Z + \frac{D}{C}} = \frac{C}{A} \omega e^{j\theta} = \frac{c}{a} \omega \angle \theta - \arg A + \arg C \quad (6)$$

式中,  $A = |A| \angle \arg A = a \angle \arg A$

$C = |C| \angle \arg C = c \angle \arg C$

(6)式中右边的 $\omega \frac{c}{a}$ 虽因 $\omega$ 的关系是一个变数, 但是为一实数。可以设 $\omega$ 为正,

则(6)式表明:

$\arg(Z + \frac{B}{A}) - \arg(Z + \frac{D}{C}) = \theta - \arg A + \arg C$ 。也就是说,  $Z + \frac{B}{A}$  应该恒领先  $Z + \frac{D}{C}$  一个固定角度  $\alpha$ , 而  $\alpha = \theta - \arg A + \arg C$ 。

对照图3,  $\overline{Z_0 Z} = Z + \frac{B}{A}$ ,  $\overline{Z_\infty Z} = Z + \frac{D}{C}$ , 而  $Z_0 Z$  确实领先  $\overline{Z_\infty Z}$  一个固定  $\alpha$  角。

或问, 若  $\omega$  为负数怎样解释? 读者不难看出, 这表示  $Z_0 Z$  将落后  $\overline{Z_\infty Z}$  一个固定角度为  $180^\circ - \alpha$ , 即为圆周的另一部分, 因此我们的证明完毕。

总之, 我们可以看到, (2) 式所表示的方程式便于作图, 而根据(3)、(4)、(5)三式便可定出  $Z$  园的具体轨迹。

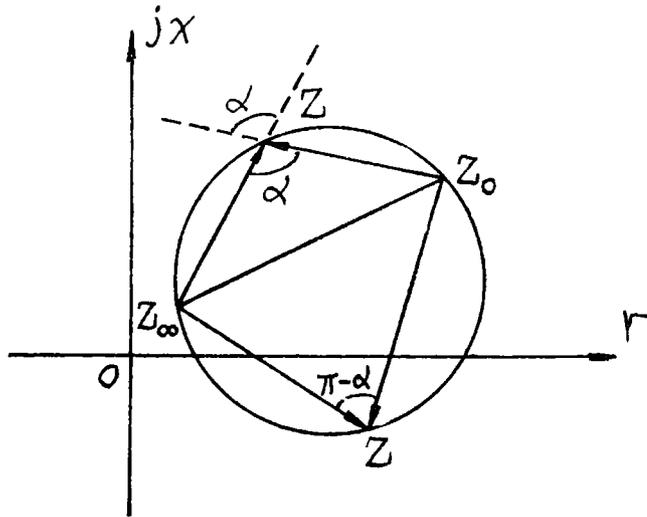


图 3

## 二、LH—11 中测量继电器的分析

下面针对 LH—11 中的测量元件进行分析。

### 1. 动作方程

大家知道, 在 LH—11 距离保护装置中使用的测量元件为整流式方向阻抗继电器。其工作电压为:

$$\dot{U}_1 = \dot{U}_v - \dot{U}_{K1} - \dot{U}_{J1}, \quad (7)$$

而制动电压为:

$$\dot{U}_2 = \dot{U}_v - \dot{U}_{K2} + \dot{U}_{J2} \quad (8)$$

式中,  $\dot{U}_1$ —电压变压器 (yB) 的输出,

$\dot{U}_K$ —电抗变压器 (DKB) 的输出,

$\dot{U}_J$ —极化电压变压器 (JyB) 的输出。如果参数平衡, 则有

$$\left. \begin{aligned} \dot{U}_y &= K \dot{U} \\ \dot{U}_K &= I Z_K \\ \dot{U}_J &= J \dot{U} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

而  $Z = \frac{\dot{U}}{I}$ , 即继电器的测量阻抗。

整流式阻抗继电器的动作条件为:

$$|\dot{U}_1| > |\dot{U}_2|,$$

其临界条件为  $|\dot{U}_1| = |\dot{U}_2|$ ,

因此得方程式

$$\frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} = 1 \angle \theta \quad (10)$$

式中  $\theta$  可变, 但变化范围不外乎为  $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$

我们可以称 (10) 式为继电器的动作方程。

现在, 再将 (9) 式所表示的关系代入 (7) 式和 (8) 式, 并考虑到  $\dot{U}_{K1}$  和  $\dot{U}_{K2}$  以及  $\dot{U}_{J1}$  和  $\dot{U}_{J2}$  有不平衡情况, 得:

$$\dot{U}_1 = K \dot{U} - I (Z_K + \Delta Z_K) - (J + \Delta J) \dot{U} \quad (11)$$

$$\dot{U}_2 = K \dot{U} - I (Z_K - \Delta Z_K) + (J - \Delta J) \dot{U} \quad (12)$$

这里,  $K$ 、 $J$ 、和  $\Delta J$  都可以是复数,  $\Delta Z_K$  当然更是复数, 并且不一定和  $Z_K$  同辐角。

将 (11) 式和 (12) 式代入 (10) 式, 得

$$\frac{K \dot{U} - I (Z_K + \Delta Z_K) - (J + \Delta J) \dot{U}}{K \dot{U} - I (Z_K - \Delta Z_K) + (J - \Delta J) \dot{U}} = 1 \angle \theta,$$

再以  $\dot{U} = I Z$  代入, 最后得

$$\frac{(K - J - \Delta J) Z - (Z_K + \Delta Z_K)}{(K + J - \Delta J) Z - (Z_K - \Delta Z_K)} = 1 \angle \theta \quad (13)$$

方程式 (13) 可以称为继电器的稳态阻抗特性方程。

显然, 我们可以对照本文一开始列出的 (1) 式, 由于 (13) 式的右边  $W = 1 \angle \theta$  为  $W$  平面的园 (且半径为 1), 那么  $Z$  在  $r-x$  平面的轨迹必定是园。这说明继电器的阻抗特性一定是个园 (包括直线), 条件是  $K$ 、 $J$ 、 $\Delta J$ 、 $Z_K$  和  $\Delta Z_K$  均为复常数, 可以看到这包括了通常所考虑的多种不平衡情况。

## 2. 便于作图的方程

上面导出的(13)式表明,  $Z$ 的轨迹必为一圆。但正如在上节所指出的, 用这个方程式作图并不很方便。因此, 要设法把(13)式化成(2)式的样子, 即设法使(13)式的右边的圆形图形变为直线, 与此相应左边当然也要变动。用保角变换方法是不难找到的。但是, 我们这里直接把结果写出来, 即由(10)式可得下式,

$$\frac{\dot{U}_1 + \dot{U}_2}{\dot{U}_2 - \dot{U}_1} = \omega \angle 90^\circ \quad (14)$$

式中右边,  $\omega$ 为可变实数, 若(10)式中 $\theta$ 的变化范围为 $-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ , 则 $\omega$ 的变化范围为 $-\infty < \omega < \infty$ 。显然,  $\omega \angle 90^\circ$ 在 $W$ 平面的图形为一一直线, 并且是虚轴。

下面证明(14)式成立, 从(10)式出发, 因为

$$\begin{aligned} \frac{\dot{U}_1}{\dot{U}_2} &= 1 \angle \theta = 1 e^{j\theta} \\ \text{所以 } \frac{\dot{U}_1 + \dot{U}_2}{\dot{U}_2 - \dot{U}_1} &= \frac{1 + e^{j\theta}}{1 - e^{j\theta}} = \frac{e^{-j\frac{\theta}{2}} + e^{j\frac{\theta}{2}}}{e^{-j\frac{\theta}{2}} - e^{j\frac{\theta}{2}}} \\ &= \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{-j \sin \frac{\theta}{2}} = j \operatorname{ctg} \frac{\theta}{2} = \omega \angle 90^\circ \end{aligned}$$

果然, 当 $\theta$ 在 $-180^\circ \sim 180^\circ$ 间变化时,  $\operatorname{ctg} \frac{\theta}{2}$ 的变化范围为 $-\infty \sim \infty$ 间的实数。即为所证。

既然(14)式成立, 现将(11)式和(12)式代入, 并考虑 $\dot{U} = \dot{I} Z$ , 便有:

$$\frac{(K - \Delta J) Z - Z_K}{J Z + \Delta Z_K} = \omega \angle 90^\circ \quad (15)$$

式中,  $-\infty < \omega < \infty$ 。

我们可以称(15)式为继电器便于作图的阻抗特性方程式。

## 3. 阻抗特性圆的作法

现在介绍阻抗特性圆的作法。把我们得到的(15)式和(2)式相对照, 因而有:

$$A = K - \Delta J, \quad B = -Z_K, \quad C = J, \quad D = -\Delta Z_K,$$

根据保角变换的原理,  $Z$ 的图形在 $r-x$ 平面必为一圆。再根据(3)、(4)两式可确定圆周上的两点:

$$Z_0 = -\frac{B}{A} = \frac{Z_K}{K - \Delta J}, \quad (16)$$

$$Z_\infty = -\frac{D}{C} = \frac{-\Delta Z_K}{J} \quad (17)$$

$$\text{而圆周角 } \alpha = 90^\circ - \arg(K - \Delta J) + \arg J \quad (18)$$

式中,  $K-yB$ 付边抽头系数,

$Z_K$ —DKB两个付线卷的平均转换阻抗,  $Z_K = \frac{Z_{K1} + Z_{K2}}{2}$ ,

$\Delta Z_K$ —工作回路中阻抗的偏移值,

$J$ — $JYB$ 的平均比例系数,

$$J = \frac{J_1 + J_2}{2}$$

$\Delta J$ —工作回路中比例系数的偏移。

有了这三个数据,便可以很方便地作图。如图4所示,显然,若 $\alpha = 90^\circ$ ,弦 $\overline{Z_\infty Z_0}$ 即为该圆的直径。若 $\alpha = 90^\circ + \beta$ ,那么直径 $\overline{Z_\infty Z_0'}$ 便落后于弦 $\overline{Z_\infty Z_0}$ 一个 $\beta$ 角,并且 $|\overline{Z_\infty Z_0}| = |\overline{Z_\infty Z_0'}| \cos \beta$ ,这是极易看出的。

因此我们得出结论,如果不考虑推导过程,(16)、(17)和(18)三式可直接应用,从而确定了LH-11中阻抗继电器的园特性。

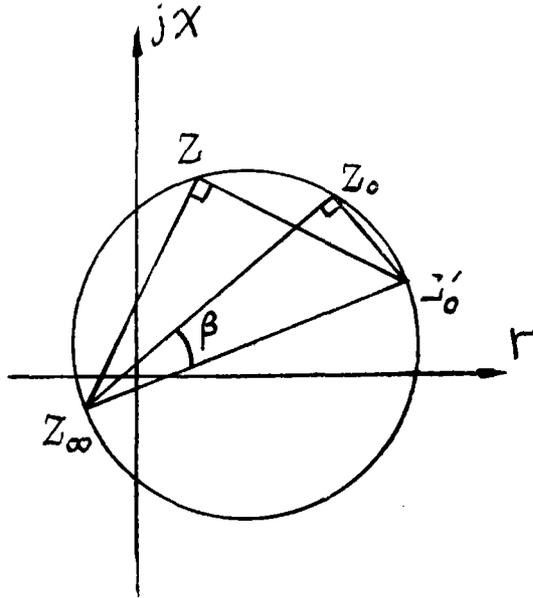


图4

#### 4. 讨论

(1) LH-11中的不平衡情况

a、若 $\Delta J > 0$ ,即工作回路的极化电压偏大,则 $Z_0 > \frac{Z_K}{K}$ ,保护区延长。反之缩短。

b、若 $\Delta Z_K > 0$ ,即工作回路的电抗变压器阻抗偏大,理想保护区将多少伸到第三象限。反之将缩到第一象限内,出现死区。

c、若 $\arg J > \arg(K - \Delta J)$ ,近似考虑为 $\arg J = \arg K + \beta$ ,例如极化回路呈容性,可能是频率偏低。此时 $\alpha > 90^\circ$ ,表示直径将落后于弦 $\overline{Z_\infty Z_0}$ 一个 $\beta$ 角。反之,

$\alpha < 90^\circ$ , 便有直径领先情况。

上述讨论结果, 见图 5, 它和大家都知道的分析相符。

因此, 本文作者建议, 对 LH-11 中测量元件来说, 可以直接引用 (16)、(17) 和 (18) 三式作图。

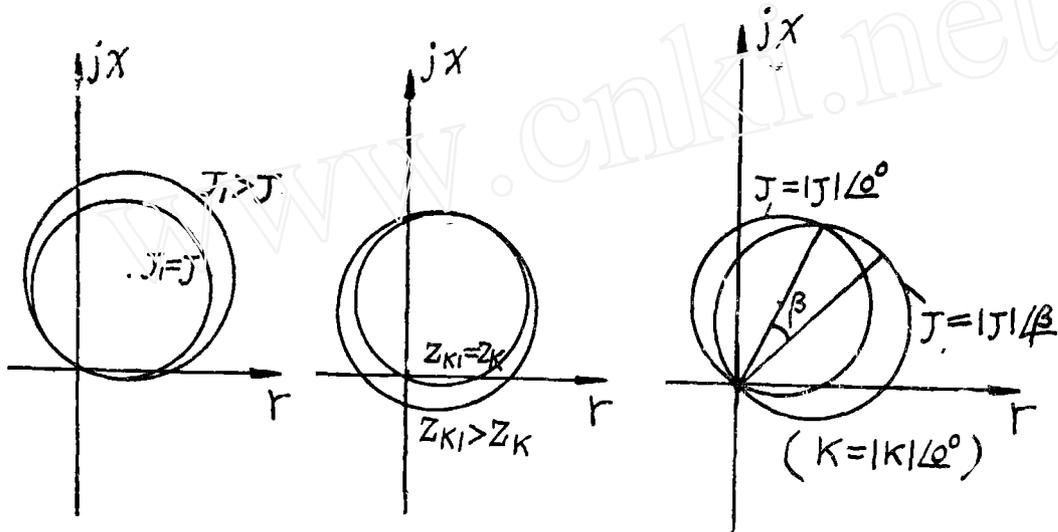


图 5

(2)、方程式 (14) 的导出, 我们在这儿曾暂称为便于作图的方程。显然, 它的实质是把  $\dot{U}_1$  和  $\dot{U}_2$  的绝对值相比较变为  $\dot{U}_1 + \dot{U}_2$  和  $\dot{U}_2 - \dot{U}_1$  进行相位比较, 而  $90^\circ$  为其临界情况。因此, 这个作图方法原则上就更适用于相位比较的阻抗继电器。

(3) 由于方程式 (14) 中的左边只是比较电压间的组合, 所以原则上也适用于所谓第三相加入以及求动态特性。但是要采取必要的简化才能变为  $Z$  的方程式, 从而定出  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 。